

รายงานฉบับสมบูรณ์

Final Report

โครงการพัฒนาเครื่องสร้างภาพ 3 มิติ

โดยใช้เทคนิคโทโมกราฟี ที่วางตำแหน่งกล้องอิสระ

The project for development of 3D modeling unit
using photographic tomography with arbitrary-posed camera.

1. ผศ. ดร. ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์
2. ผศ. ดร. สุพันธ์ ตั้งจิตกุลมั่น
3. ผศ. ดร. ยุทธนา คิดใจเดียว
4. รศ. ดร. สุรพันธ์ เอื้อไพบูลย์
5. นายภิญโญ ไยมพราย
6. นายสุรินทร์ ดันทขุน

PCH
R
859
T49
ค962

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 83845
วัน,เดือน,ปี..... 19 ก.ย. 2551

ห้องปฏิบัติการ การประมวลผลสัญญาณและภาพทางการแพทย์

สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

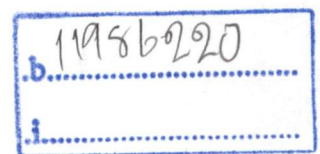
กันยายน พ.ศ. 2550

Biomedical Signal and Image Processing Laboratory

Research Center for Communications and Information Technology

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

September 2007



กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (Research Center for Communications and Information Technology : ReCCIT) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ได้จัดสรรทุนวิจัย ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2550 ในวงเงินงบประมาณ 160,527 บาท

คณะผู้วิจัย

Abstract

Tomographic imaging is a technique for exploration of a cross-section of an inspected object without destruction. In this research, the series of photographs taken around the opaque object under the ambient light is completely served as the projections- the so-called photo-graphic tomography. From the process of tomography, the outcome is the stack of pseudo cross-sectional image. Not the internal of cross section is authentic, but the edge or contour is valid. In this paper, the concept for 3D modeling using photographic tomography was extended to the case where the camera pose can be varied arbitrary. In such case, camera pose is determined using general camera modeling technique. The extracted geometric transform matrix is used to reorient reconstructed data before implementing the tomographic process. The simulation result is very promising.

คำย่อและสัญลักษณ์

$R_\beta(s)$	โปรเจกชันแบบพัดในสมการ
β	เป็นฟังก์ชันที่เป็นคาบ
D	ระยะทางของแสงถึงจุดกำเนิด
D_{so}	ระยะห่างระหว่างจุดหมุน (Center of rotation) ถึงแหล่งกำเนิดแสง
D_{DE}	ระยะห่างระหว่างจุดหมุนถึงฉากรับ

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อออกแบบและสร้างเครื่องต้นแบบสร้างภาพ 3 มิติ เพื่อนำมาประยุกต์ใช้งานในด้านต่าง ๆ มากมาย
2. เพื่อตีพิมพ์ผลงานที่ได้จากการนำเอาการสร้างภาพ 3 มิติไปประยุกต์ใช้งาน ทั้งในวารสารในประเทศและต่างประเทศ
3. เพื่อให้นักศึกษาทั้งในระดับปริญญาโทและเอกที่ร่วมงานวิจัยมีผลงานตีพิมพ์และสามารถศึกษาสำเร็จ การศึกษา

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การสร้างภาพ 3 มิติโดยทั่วไปไม่ว่าจะเป็นการสร้างภาพ 3 มิติโดยการใช้กล้องสเตอริโอการใช้เลเซอร์ในการสแกนหรือการฉายวัตถุด้วยแสงที่มีรูปแบบต่างๆ นั้นระบบในการสร้างภาพ 3 มิติมีความซับซ้อนและยุ่งยากมากอีกทั้งอุปกรณ์ที่นำมาใช้นั้นมีราคาแพง โดยเฉพาะเทคนิคการใช้กล้องสเตอริโอนั้นจะต้องมีการหาจุดสอดคล้องระหว่างภาพซ้ายและภาพขวา ซึ่งเป็นปัญหาที่ยุ่งยาก และซับซ้อน รวมทั้งยังต้องการข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเช่น ตำแหน่งของกล้องและวัตถุ การทำมุมของกล้องที่ต้องมีการกำหนดตำแหน่งที่แน่นอน ดังนั้นวิธีการที่จะลดความยุ่งยากของอุปกรณ์และการกำหนดตำแหน่งที่แน่นอนของกล้องได้โดยใช้วิธีการของการปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration) มาใช้ในการสร้างภาพ 3 มิติ ซึ่งวิธีการของการปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration) เป็นการหาค่าประมาณเมทริกซ์ M จากจุดในฉาก 3 มิติที่รู้ตำแหน่งและภาพที่เกิดขึ้นของจุดนั่นเอง

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

การปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration) เป็นการหาประมาณเมทริกซ์ M จากจุดในฉาก 3 มิติที่รู้ตำแหน่งและภาพที่เกิดขึ้นของจุด ซึ่งจากการปรับเทียบกล้องนั้นเราสามารถได้ความสัมพันธ์ของจุดที่เกิดขึ้นในพิกัดภาพและพิกัดโลกได้ ไม่ว่าจะตำแหน่งของกล้องจะอยู่ที่ตำแหน่งใดๆ เราก็สามารถหาความสัมพันธ์ของจุดที่เกิดขึ้นในพิกัดภาพและพิกัดโลกได้ ซึ่งในงานวิจัยเราได้นำความสัมพันธ์ของจุดที่เกิดขึ้นในพิกัดภาพและพิกัดโลก มาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางเพื่อนำไปสร้างภาพ 3 มิติ

1.5 ขอบเขตการวิจัย

- ค้นคว้าหาข้อมูลจากแหล่งการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเครื่องสร้างภาพ 3 มิติ
- วางแผน พร้อมกับจัดเตรียมอุปกรณ์ที่จำเป็นในการวิจัย
- เขียนโปรแกรมควบคุมการทำงาน
- เก็บผลการทดลอง

บทที่ 2 เนื้อเรื่อง

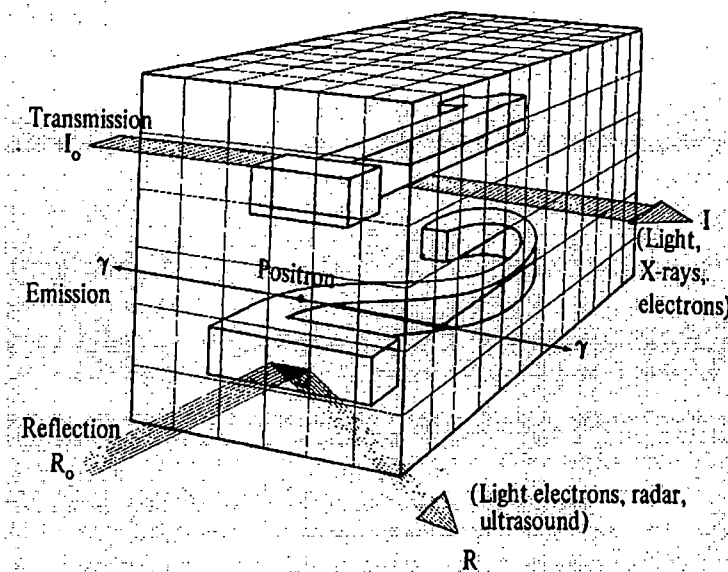
2.1 แบบจำลอง 3 มิติ

2.1.1 บทนำ

หลักการของโทโมกราฟฟีเป็นเทคนิคที่นิยมใช้สำหรับการวิเคราะห์วัตถุ เพราะว่าเทคนิคนี้จะไม่ทำลายวัตถุ ผลที่ได้จากหลักการโทโมกราฟฟีคือภาพตัดขวางของวัตถุโดยแบบจำลอง 3 มิติก็เป็นส่วนหนึ่งในการนำเอาหลักการของโทโมกราฟฟีมาใช้ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการสร้างภาพตัดขวางและการประยุกต์ใช้งานและในส่วนถัดไปจะบรรยายถึงพื้นฐานของของการสร้างแบบจำลอง 3 มิติและเทคนิคที่ถูกนำไปใช้กับการสร้างแบบจำลอง 3 มิติได้อย่างไร

2.1.2 วิธีการสร้างภาพตัดขวาง

ปัญหาที่สำคัญในการประมวลผลเชิงภาพ (Image Processing) คือ การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยไม่ต้องทำลายวัตถุนั้น จากรูปที่ 2.1 พิจารณารูปลึ้นเหลี่ยมทรงลูกบาศก์ด้านภายในประกอบด้วยเลขหนึ่งและสอง วิธีการที่ง่ายที่สุดเพื่อที่จะรู้ว่าภายในสี่เหลี่ยมด้านนี้ประกอบด้วยอะไรบ้าง คือ การผ่าวัตถุตามแนวขวางให้ผ่านส่วนที่ต้องการดู อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติในกรณีต่างๆ เช่น การวินิจฉัยโรคทางการแพทย์ (Medical diagnosis) การสังเกตดูดวงดาว (Astronomical observation) การทดสอบในทางอุตสาหกรรมโดยไม่ต้องทำลาย (Industrial nondestructive testing) เป็นต้น จะไม่สามารถใช้วิธีการนี้ได้



รูปที่ 2.1 หลักการสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการส่งผ่าน การแผ่ และการสะท้อน

วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยไม่ต้องทำลายวัตถุ แบ่งออกเป็นหลักใหญ่ๆ 3 วิธี คือ การส่งผ่าน (Transmission), การแผ่ (Emission), และการสะท้อน (Reflection) ในการส่งผ่านเราจะใช้รังสีเอกซ์, ลัมปีอิเล็กตรอน, ความร้อนหรือแสง หรือพลังงานใดๆก็ได้ที่ประพฤติตนตามกฎของการดูดซึม (Absorption

law) โดยพลังงานที่ผ่านเข้าไปในวัตถุถูกดูดซึมในส่วนต่างๆของวัตถุไม่เท่ากัน พลังงานส่วนที่ทะลุออกมา เรียกว่า โปรเจคชัน และภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีการนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ ในวิธีการแผ่เราจะฉีดสารที่มีกัมมันตภาพรังสีเป็นส่วนประกอบ เมื่อสารนี้ไปยังอวัยวะที่สนใจก็จะแผ่รังสีแกมมาในทิศทางที่แตกต่างกัน ความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการเดินทางของรังสีแกมมาที่ผ่านตำแหน่งเดียวกัน จะสามารถนำไปประมวลผลหาตำแหน่งของจุดนั้นได้ ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องโพซิตรอนอิมิตชันโทโมกราฟี (Positron Emission Tomography หรือ P.E.T) และ เครื่องซิงเกิลโฟตอนอิมิตชันโทโมกราฟี (Single Photon Emission Computed Tomography หรือ S.P.E.C.T) ส่วนการสะท้อนจะทำให้คุณสมบัติการสะท้อนของผิวหนังหน้าของวัตถุมาตรวจสอบหาลักษณะของวัตถุได้ แหล่งพลังงานที่ใช้ เช่น แสง, ลำอิเล็กตรอน, เรดาร์, หรือ อัลตราซาวด์ ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องอัลตราซาวด์ (Ultrasound)

2.1.3 พื้นฐานของการสร้างแบบจำลอง 3มิติ

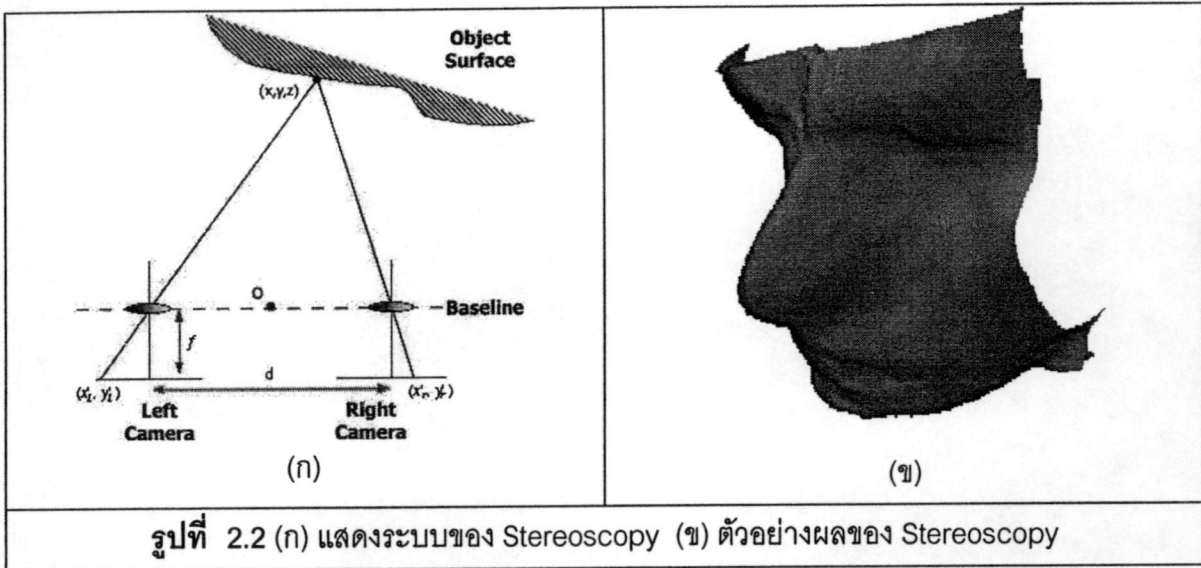
โดยปกติแล้วแบบจำลอง 3มิติถูกประยุกต์ใช้ในหลายๆด้านเพราะว่าสามารถนำมาช่วยในการวิเคราะห์วัตถุ โดยแบบจำลอง 3มิติสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทได้แก่ แบบจำลองวัตถุเชิงพื้นผิวและแบบจำลองวัตถุเชิงปริมาตรโดยที่ ส่วนของแบบจำลองเชิงพื้นผิวถูกแสดงในส่วนรูปร่างเพียงอย่างเดียวขณะที่แบบจำลองวัตถุเชิงปริมาตรสามารถมองเห็นรายละเอียดที่อยู่ภายในได้

2.1.3.1 แบบจำลองวัตถุเชิงพื้นผิว

นี่คือวิธีการที่ใช้สำหรับแสดงรูปร่างของวัตถุ วิธีการแบบจำลองเชิงพื้นผิวสามารถพบได้ในการประยุกต์ใช้งานหลายประเภท เช่น CAD (computer aided design) สำหรับงานด้านภาพและสถาปัตยกรรม นอกจากนี้ยังมีงานเคลื่อนไหว 3 มิติ

Stereoscopic System

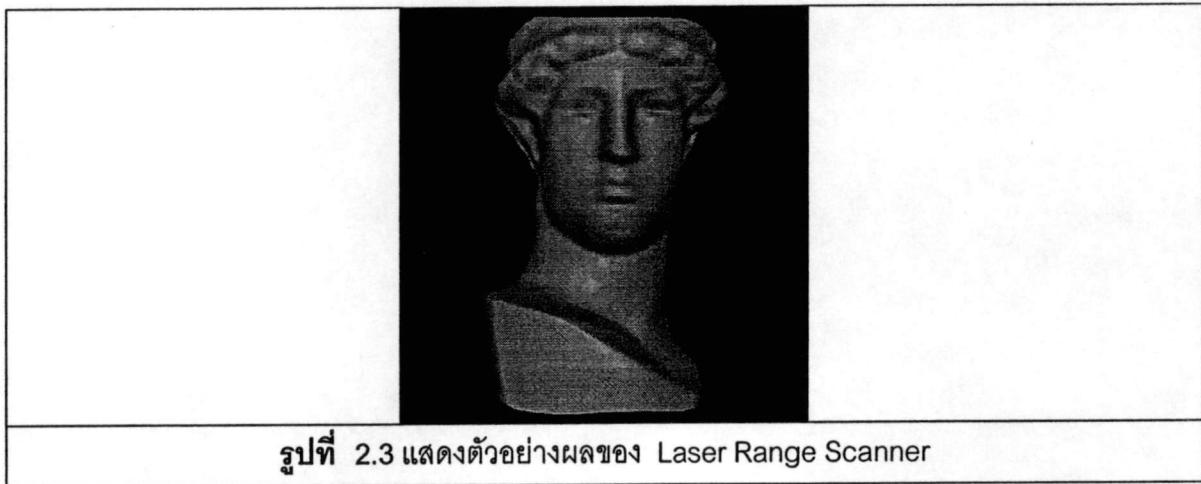
เทคนิคนี้ใช้ ภาพ 2 ภาพจากมุมที่แตกต่างกันสำหรับการสร้างความลึกของภาพและภาพ 2 มิติอื่นๆ เทคนิคนี้ถูกประดิษฐ์ขึ้นครั้งแรกโดย Sir Charles Wheatstone ปี 1838 และถูกใช้ในงาน 3มิติอีกมากมาย



รูปที่ 2.2 (ก) แสดงระบบของ Stereoscopy (ข) ตัวอย่างผลของ Stereoscopy

Laser Range Scanner

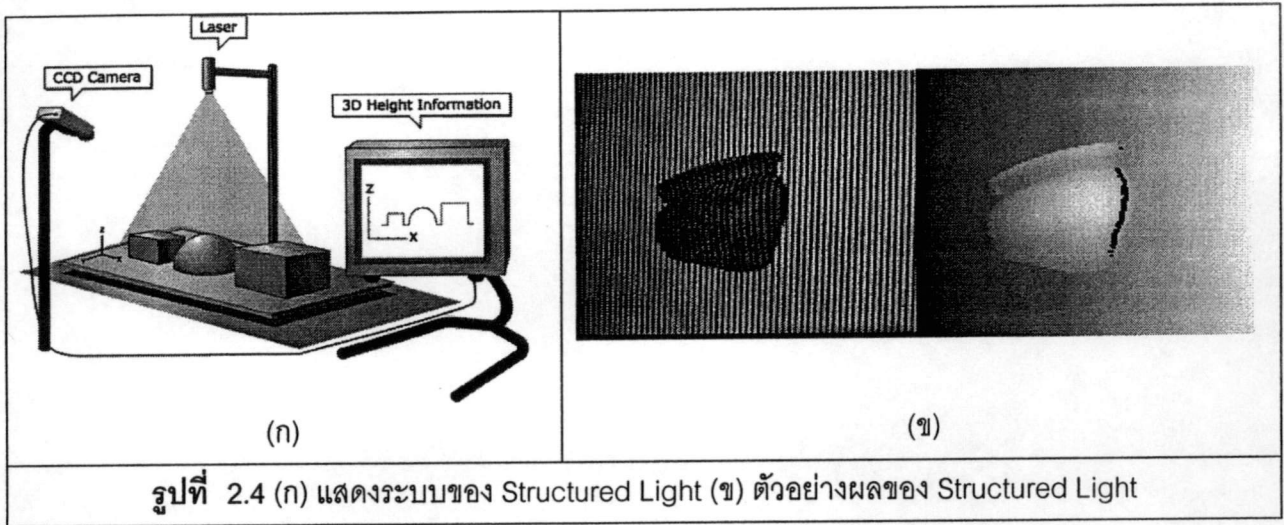
วิธีการนี้จะทำการสแกนวัตถุด้วยแสงเลเซอร์เพื่อหาพิกัดของจุดต่างๆบนวัตถุที่ต้องการเพื่อนำมาใช้ในการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3มิติต่อไป โดยตัว Laser Scanner จะทำการวัดเวลาในการเดินทางของพัลส์เลเซอร์ที่ส่งออกไปเพื่อนำมาใช้ในการหาระยะห่างระหว่างตัวสแกนเนอร์และพื้นผิวของวัตถุที่ทำการสแกน



รูปที่ 2.3 แสดงตัวอย่างผลของ Laser Range Scanner

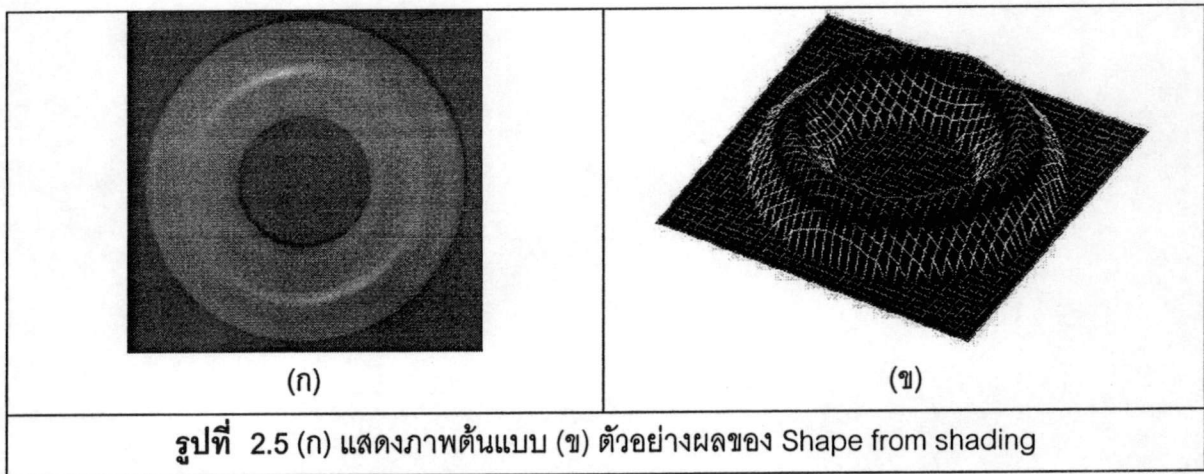
Structured Light

กระบวนการนี้จะทำการฉายแสงในรูปแบบต่างๆเช่น ฉายแสงแบบระนาบ, เป็นกริด หรือในรูปแบบอื่นๆ ลงบนวัตถุแล้วทำการหาค่าการลดทอนของแสงในส่วนต่างๆของวัตถุมาใช้ในการคำนวณความสูงของวัตถุ แล้วจึงนำข้อมูลที่ได้มาทำการสร้างแบบจำลอง 3มิติต่อไป



Shape from shading

Shape from shading คือการสร้างรูปทรงของวัตถุที่ต้องการโดยการใช้ข้อมูลจากเงาบนวัตถุ ซึ่งค่าของเงาในวัตถุแต่ละชนิดนั้นจะมีค่าต่างกันขึ้นอยู่กับคุณสมบัติการสะท้อนแสงของวัตถุแต่ละชนิด

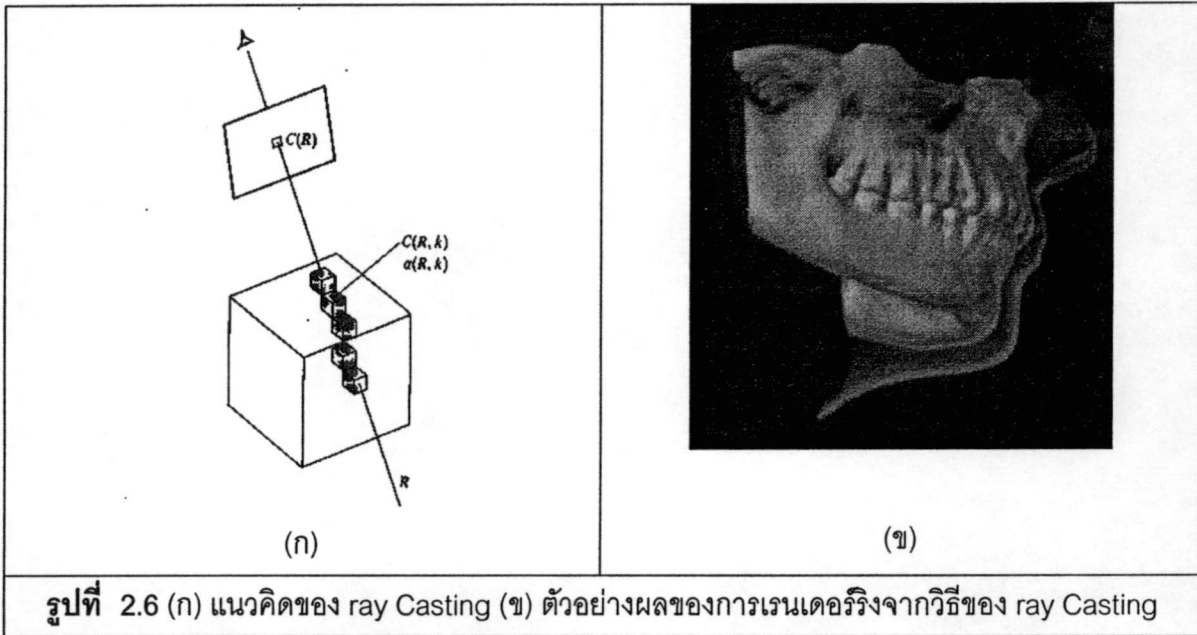


2.1.3.2 การสร้างภาพเชิงปริมาตร (Volume Rendering)

การแปลงข้อมูลเชิงปริมาตรไปเป็นภาพ 2 มิติ เรียกว่าการสร้างภาพเชิงปริมาตรโดยปกติแล้วข้อมูลเชิงปริมาตรเป็นภาพตัดขวางของวัตถุและส่วนปริมาตรแต่ละส่วนถูกเรียกว่าวอกเซลบางครั้งข้อมูลเชิงปริมาตรสามารถถูกมองในฐานะรูปแบบพื้นผิวและมาร์ชิ่งคิวบ์ (Marching cubes) เป็นเทคนิคโดยทั่วไปที่ใช้สำหรับสร้างเป็นรูปร่างโดยปกติแล้วเทคนิคเรนเดอร์ริงนี้จะประกอบไปด้วย

2.1.3.3 การสร้างภาพโดยวิธีการฉายแสง(Ray Casting)

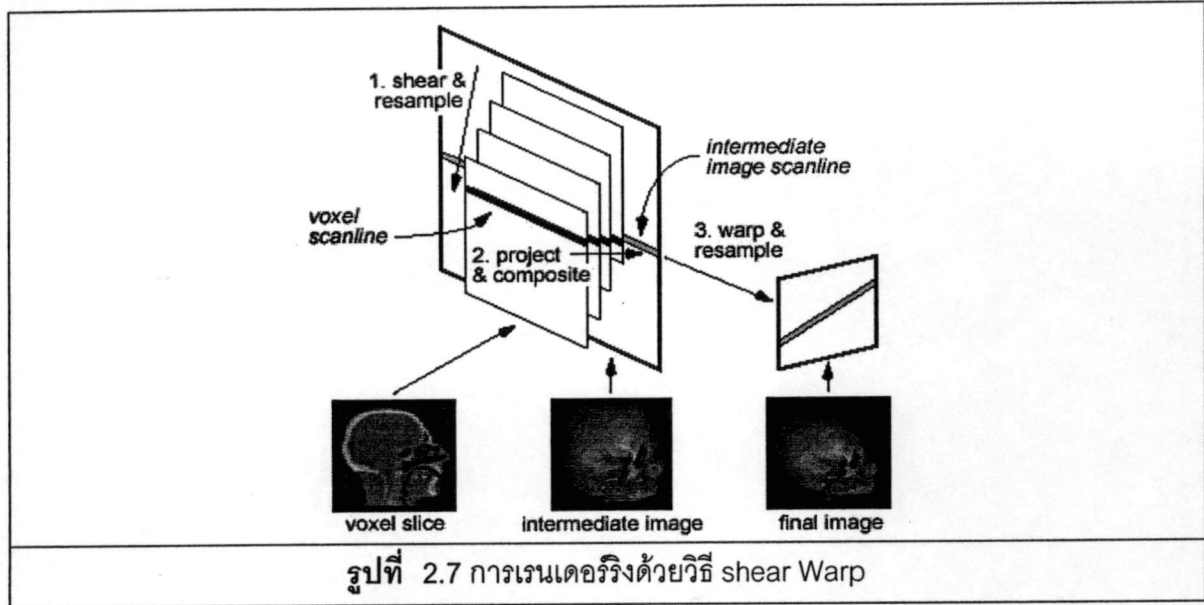
การสร้างภาพเชิงปริมาตรโดยวิธีการฉายแสงนี้เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่ต้องการแสดงข้อมูลเชิงปริมาตรให้อยู่ในรูปของข้อมูลภาพ 2 มิติ ในมุมมองต่างๆ ที่กระทำกับปริมาตรโดยที่จะทำการฉายแสงเข้าไปในปริมาตรแล้วทำการคำนวณค่าสีและแสงเงาของข้อมูลแต่ละจุด แล้วทำการรวมค่าเหล่านั้นเป็นจุดภาพผลลัพธ์หนึ่งจุดหลังจากนั้นจึงทำตามตลอดทั้งภาพผลลัพธ์



การสร้างภาพเชิงปริมาตรโดยวิธีการแปลงเฉือนและบิด(Shear Warp)

การสร้างภาพเชิงปริมาตรโดยวิธีการแปลงเฉือนและบิดนี้เป็นการแสดงข้อมูลเชิงปริมาตรให้อยู่ในรูปของข้อมูลภาพ 2 มิติ ในมุมมองต่างๆ ที่กระทำกับปริมาตรจะมีขั้นตอนหลักๆ ดังนี้

1. ทำการแปลงข้อมูลปริมาตรไปยังพิกัดวัตถุเฉือนโดยการเลื่อนแต่ละสไลด์ออกไป มีทิศทางในการเลื่อนที่เป็นไปได้ 3 ทาง ให้เลือกเลื่อนสไลด์ในแนวที่ตั้งฉากกับทิศทางมุมมองมากที่สุดซึ่งในการเลื่อนนั้นอาจเลื่อนไปเป็นระยะทางที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ทำให้บาง вокเซลต้องมีการคำนวณค่าเพื่อชดเชยข้อมูลที่หายไปหรือรีแซมปลิง
2. ทำการประกอบแต่ละสไลด์ที่ถูกแซมปลิงเข้าด้วยกัน ทำการประกอบแบบหน้าไปหลังด้วยตัวกระทำ "โอเวอร์" (Over Operator) ขั้นตอนนี้เป็นการฉายแสงปริมาตรในพิกัดวัตถุเฉือนไปเป็นภาพ 2 มิติที่บิดเบี้ยวหรือภาพระหว่างกลางนั่นเอง
3. แปลงภาพที่บิดเบี้ยวไปยังพิกัดภาพ โดยใช้การแปลงบิด ขั้นตอนนี้เป็นการรีแซมปลิงครั้งที่สองเพื่อสร้างภาพที่ถูกต้อง

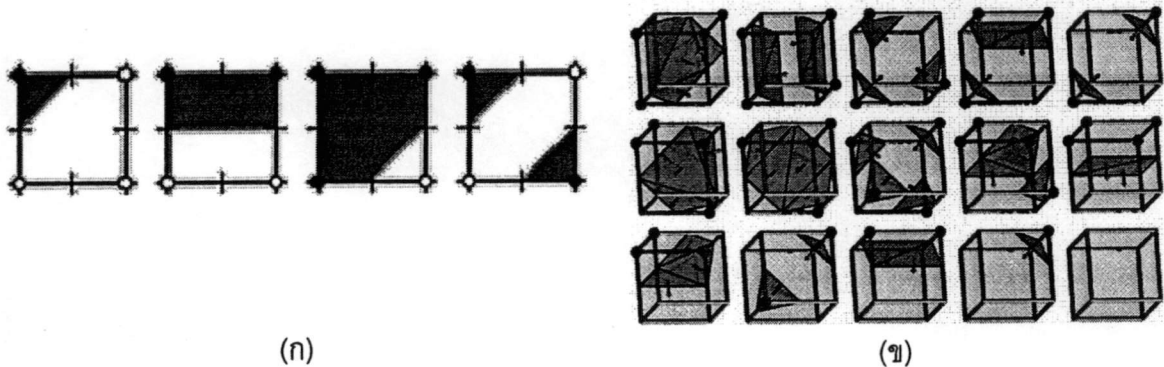


Texture Mapping

เทคนิคนี้ใช้ความสามารถของกราฟิ์การ์ดเพื่อทำสไลด์ของปริมาตร 3 มิติ โดยปกติสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดก็คือการทำปริมาตร 2 มิติ และ 3 มิติ ความแตกต่างระหว่างเทคนิคของการเทเจอร์ 3 มิติ และ 2 มิติก็คือตำแหน่ง ของสไลด์นั้นคือในเทคนิค 3 มิติสไลด์จะถูกวางตั้งฉากกับแนวสายตาแต่เทคนิค 2 มิติไม่สามารถวางในทิศทางมุมมองได้หมด โดยแต่ละกลุ่มของการเทเจอร์ 2 มิติถูกวางตั้งฉากกับหนึ่งแกนของหลายๆแกนหลักของข้อมูลเชิงปริมาตร

Marching Cubes

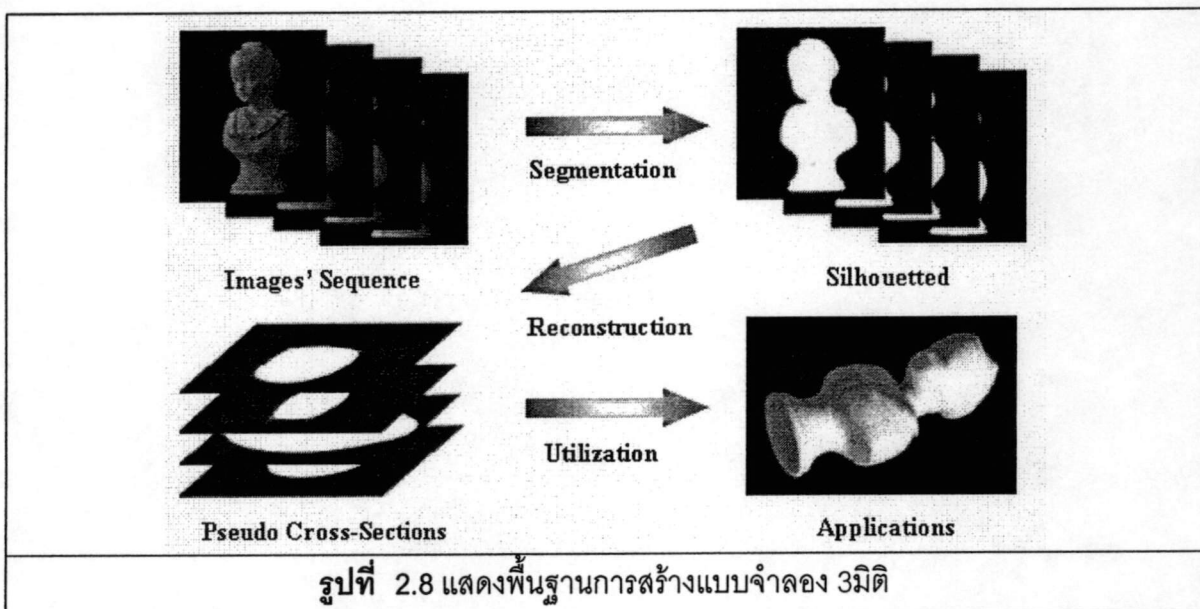
มันคือกระบวนการสำหรับดึงรูปร่างของข้อมูลเชิงปริมาตรโดยการใช้พื้นผิวมาตรฐาน ที่ถูกสร้างขึ้นจากการพิจารณาขอบของลูกบาศก์หรือวอกเซลในระบบ 2 มิติเราสามารถแยกพื้นผิวมาตรฐานเป็น 4 รูปแบบและ 15 รูปแบบสำหรับระบบ 3 มิติ รูปแบบเหล่านี้สามารถถูกแสดงในรูป 2.8 ดังนั้น รูปร่างสามารถถูกคำนวณจากการสแกนและการแทนที่โดยรูปแบบที่เหมาะสมในแต่ละฟิคเซลหรือวอกเซลเหล่านี้ ดังที่แสดงในรูป 2.8



รูปที่ 2.7 พื้นผิวมาตรฐาน (ก) แบบ 2 มิติ (ข) แบบ 3 มิติ

2.1.4 ขั้นตอนพื้นฐานในการสร้างแบบจำลอง 3 มิติ

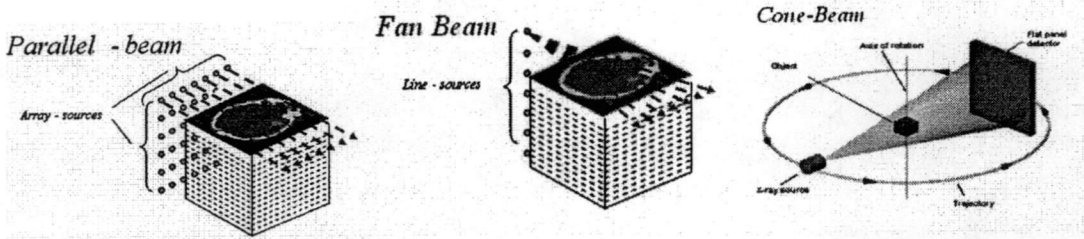
ในการสร้างแบบจำลอง 3 มิตินั้นเราจะทำการถ่ายภาพรอบวัตถุที่ต้องการจะนำมาสร้างเป็นแบบจำลอง 3 มิติเพื่อนำภาพที่ได้ทำเป็นข้อมูลภาพโปรเจกชันเมื่อเราได้ภาพโปรเจกชันแล้วเราจะนำภาพโปรเจกชันที่ได้มาทำการแปลงภาพที่ได้ให้เป็นภาพในระบบไบนารีแล้วจะนำภาพโปรเจกชันที่ไปผ่านกระบวนการของการสร้างภาพกลับเมื่อภาพโปรเจกชันผ่านกระบวนการของการสร้างภาพกลับเราจะข้อมูลที่เป็นภาพตัดขวางของวัตถุออกมาและเมื่อเราได้ภาพตัดขวางของวัตถุเรานำภาพตัดขวางที่ได้ไปผ่านกระบวนการของการเรนเดอร์จึงเราก็จะได้แบบจำลอง 3 มิติออกมาโดยกระบวนการทั้งหมดจะเป็นไปตามรูปที่ 2.8



2.2 อัลกอริทึมของการสร้างภาพตัดขวางแบบกรวย

2.2.1 บทนำ

อัลกอริทึมที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางสำหรับทางเดินแสงแบบกรวยในบทความนี้จะกล่าวถึงเฉพาะวิธีเฟลคแคม(Feldkemp Cone-beam) ซึ่งพิจารณาทางเดินแสงแบบกรวย ซึ่งจากที่ได้กล่าวมาแล้วเป็นกระบวนการสร้างภาพตัดขวางแบบ 2 มิติที่สามารถสร้างภาพตัดขวางของวัตถุได้ครั้งละระนาบ ถ้าวัตถุมีข้อมูลเป็นแบบปริมาตรก็สามารถทำได้โดยการแบ่งวัตถุออกเป็นหลายๆระนาบแล้วสร้างภาพตัดขวางทีละระนาบ แต่การสร้างภาพตัดขวางแบบนี้ยังไม่สามารถนำไปใช้ได้กับข้อมูลจริงได้ ดังนั้นจึงมีการพิจารณาทางเดินของแสงใหม่ให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงคือคือทางเดินแสงแบบพัดและทางเดินแสงแบบกรวยดังรูปที่ 2.9



(a) แบบขนาน (parallel-beam)

(b) แบบพัด (fan-beam)

(c) แบบกรวย (cone-beam)

รูปที่ 2.9 เส้นทางเดินแสง

2.2.2 การสร้างภาพตัดขวางแบบพัด(Fan-beam reconstruction)

กระบวนการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริทึมแบบ 3 มิติ(cone-beam reconstruction) พิจารณาทางเดินแสงเป็นแบบกรวย ซึ่งมีลักษณะเหมือนพัดที่ยกขึ้น- ลงรอบจุดหมุนที่ตำแหน่งแหล่งกำเนิดแสง (point source) เพื่อให้เกิดความเข้าใจจึงต้องกล่าวถึงวิธีการสร้างภาพแบบพัดเสียก่อนซึ่งถูกแบ่งออกเป็น 2 แบบคือ

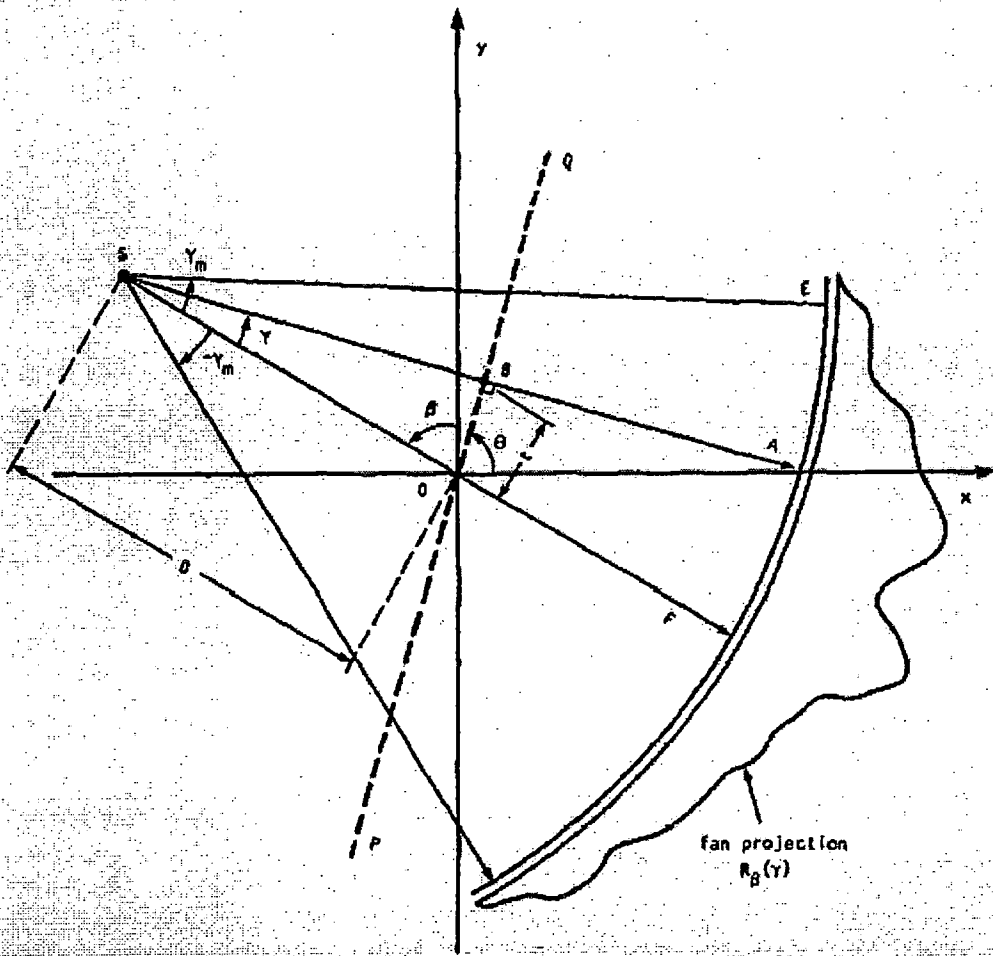
2.2.2.1 มุมระหว่างเส้นแสงเท่ากัน(Equiangular ray)

กำหนดให้ $R_\beta(s)$ เป็นข้อมูลโปรเจกชันที่มีทางเดินแสงเป็นแบบพัดดังรูปที่ 2.2 ซึ่ง β เป็นมุมที่ทำกับแกน y พิจารณาเส้นแสง \overline{SA} ถ้าโปรเจกชันถูกสร้างโดยพิจารณาทางเดินแสงเป็นแบบขนานนั่นคือ \overline{SA} เป็นเส้นแสงเส้นหนึ่งของโปรเจกชัน $p_\theta(t)$ มีมุมเท่ากับ θ ตำแหน่ง t

$$\begin{aligned} \theta &= \beta + \gamma \\ t &= D \sin \gamma \end{aligned} \quad (2.1)$$

โดย D คือระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดแสงถึงจุดกำเนิด O ความสัมพันธ์ในสมการที่ (2.1) ถูกนำมาใช้ในการพิจารณาให้อยู่ในรูปแบบเดียวกันกับทางเดินแสงแบบขนาน

$$f(x, y) = \int_0^{t_m} \int_{-\pi}^{\pi} p_\theta(t) \cdot h(s \cos \theta + y \sin \theta) dt d\theta \quad (2.2)$$



รูปที่ 2.10 ข้อมูลโปรเจกชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน (Equally space collinear detectors)

โดยที่ t_m คือขอบเขตบนแกนดีเทคเตอร์ สมการ (2.2) นี้เป็นสมการการสร้างภาพตัดขวางวิธีฟิลเตอร์แบ็คโปรเจกชันโดยพิจารณาทางเดินแสงแบบขนาน ดังนั้นช่วงมุมโปรเจกชันจึงอยู่ระหว่าง 0 ถึง 180 องศา อย่างไรก็ตามการสร้างภาพตัดขวางจากโปรเจกชันที่เป็นแบบพัดนั้นจำเป็นต้องใช้ช่วงมุมที่มากกว่าคือระหว่าง 0 ถึง 360 องศา ดังนั้นเขียนสมการ (2.2) ได้ใหม่คือ

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{t_m} \int_{-\pi}^{\pi} p_\theta(t) \cdot h(s \cos \theta + y \sin \theta) dt d\theta \quad (2.3)$$

จากรูปที่ (2.11) ที่พิกัด (x, y) หรือจุด C สามารถเขียนให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (r, ϕ) ได้คือ

$$x = r \cos \phi$$

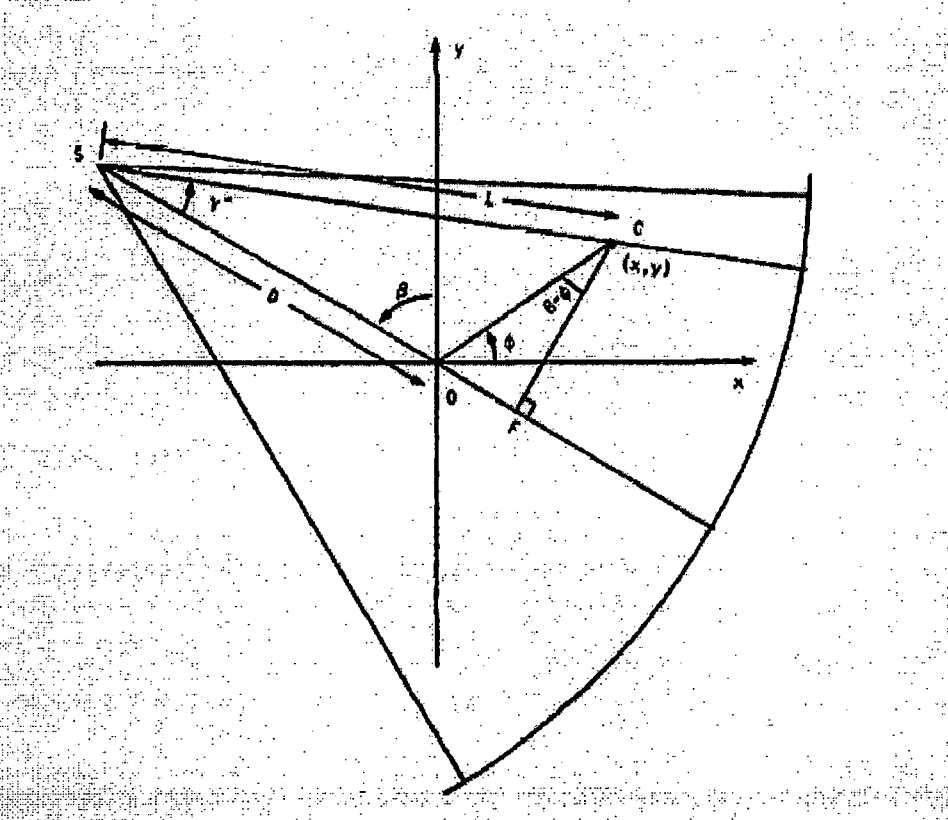
$$y = r \sin \phi \quad (2.4)$$

สมการที่ (3.3) เขียนให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้วได้เป็น

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{t_m} \int_{-\gamma_m}^{2\pi - \gamma_m} p_\theta(t) \cdot h(r \cos(\theta - \phi) - t) dt d\theta \quad (2.5)$$

จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.1) จะได้

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_{-\gamma_m/D}^{2\pi - \gamma_m/D} \int_{-\gamma}^{\gamma} p_{\beta+\gamma}(D \sin \gamma) \cdot h(r \cos(\beta + \gamma - \phi) - D \sin \gamma) D \cos \gamma dy d\beta \quad (2.6)$$



รูปที่ 2.11 ข้อมูลโปรเจกชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัตที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน
(Equally space collinear detectors)

โดยที่ $dt d\theta = D \cos \gamma dy d\beta$ ช่วง $-\gamma$ ถึง $2\pi - \gamma$ จะครอบคลุมมุมการโปรเจกชัน 360 องศา และ β เป็นฟังก์ชันที่เป็นคาบอาจแทนได้ด้วย 0 ถึง 2π ส่วน $\sin^{-1}(t_m / D)$ เป็นขอบเขตของเส้นแสงที่ครอบคลุมวัตถุดังรูปที่ 2.10 คือ \overline{SE} ดังนั้นอาจเขียนขอบเขตได้ใหม่ด้วย γ_m และ $-\gamma_m$ ตามลำดับ สำหรับการอธิบายฟังก์ชัน $p_{\beta+\gamma}(D \sin \gamma)$ ให้พิจารณาเส้นแสง \overline{SA} ในเทอมการโปรเจกชันแบบขนาน $p_\theta(t)$ ดังนั้นโปรเจกชันแบบพัต $R_\beta(\gamma)$ เขียนสมการที่ (2.6) ใหม่ได้คือ

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_{-\gamma_m}^{2\pi - \gamma_m} \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} R_\beta(\gamma) h(r \cos(\beta + \gamma - \phi) - D \sin \gamma) D \cos \gamma dy d\beta \quad (2.7)$$

พารามิเตอร์ในฟังก์ชัน h เขียนได้เป็น

$$r \cos(\beta + \gamma - \phi) - D \sin \gamma = r \cos(\beta - \phi) \cos \gamma - (r \sin(\beta - \phi) + D) \sin \gamma \quad (2.8)$$

L คือระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดแสง S ถึงพิกัด (x, y) หรือ (r, ϕ) ในระบบพิกัดทรงกลมเช่นจุด C ในรูป 2.11 ซึ่ง L เป็นฟังก์ชันของ 3 ตัวแปรคือ r, ϕ, β และ γ' เป็นมุมของเส้นแสงที่ผ่านพิกัด (r, ϕ) ซึ่งเขียนความสัมพันธ์ได้คือ

$$\begin{aligned} L \cos \gamma' &= D + r \sin(\beta - \phi) \\ L \sin \gamma' &= r \cos(\beta - \phi) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$L(r, \phi, \beta) = \sqrt{[D + r \sin(\beta - \phi)]^2 + [r \cos(\beta - \phi)]^2} \quad (2.10)$$

และ

$$r' = \tan^{-1} \left[\frac{r \cos(\beta - \phi)}{D + r \sin(\beta - \phi)} \right] \quad (2.11)$$

นำสมการ (2.9) แทนใน (2.8) ได้

$$r \cos(\beta + \gamma - \phi) - D \sin \gamma = L \sin(\gamma' - \gamma) \quad (2.12)$$

และนำไปแทนใน (2.7) จะได้

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_{0-\gamma_m}^{2\pi-\gamma_m} \int R_\beta(\gamma) h(L \sin(\gamma' - \gamma)) D \cos \gamma d\gamma d\beta \quad (2.13)$$

สำหรับฟังก์ชัน h เป็นเทอมของการพิลเดอริ ซึ่ง $h(t)$ เป็นการแปลงกลับฟูเรียร์ของ $|\omega|$ ในโดเมนของความถี่

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} |\omega| e^{j2\pi t \omega} d\omega \quad (2.14)$$

เพราะฉะนั้น

$$h(L \sin \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} |\omega| e^{j2\pi L \sin \gamma \omega} d\omega \quad (2.15)$$

กำหนด ω' ให้เป็น

$$\omega' = \frac{\omega L \sin \gamma}{\gamma} \quad (2.16)$$

สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} h(L \sin \gamma) &= \left(\frac{\gamma}{L \sin \gamma} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\omega| e^{j2\pi \omega' \gamma} d\omega \\ &= \left(\frac{\gamma}{L \sin \gamma} \right)^2 h(\gamma) \end{aligned} \quad (2.17)$$

สมการที่ (2.13) เขียนได้เป็น

$$f(r, \phi) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{L^2} \int_{-\gamma}^{\gamma_m} R_\beta(\gamma) g(\gamma' - \gamma) D \cos \gamma d\gamma d\beta \quad (2.18)$$

โดย

$$g(\gamma) = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{\sin \gamma} \right)^2 h(\gamma) \quad (2.19)$$

ดังนั้นสมการการสร้างภาพตัดขวางวิธีฟิลเตอร์แบ็คโปรเจกชันทางเดินแสงแบบตัดโดยพิจารณามุมระหว่างเส้นแสงเท่ากัน เขียนสมการที่ (2.18) ได้เป็น

$$f(r, \phi) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{L^2} Q_\beta(\gamma') d\beta \quad (2.18)$$

โดยที่

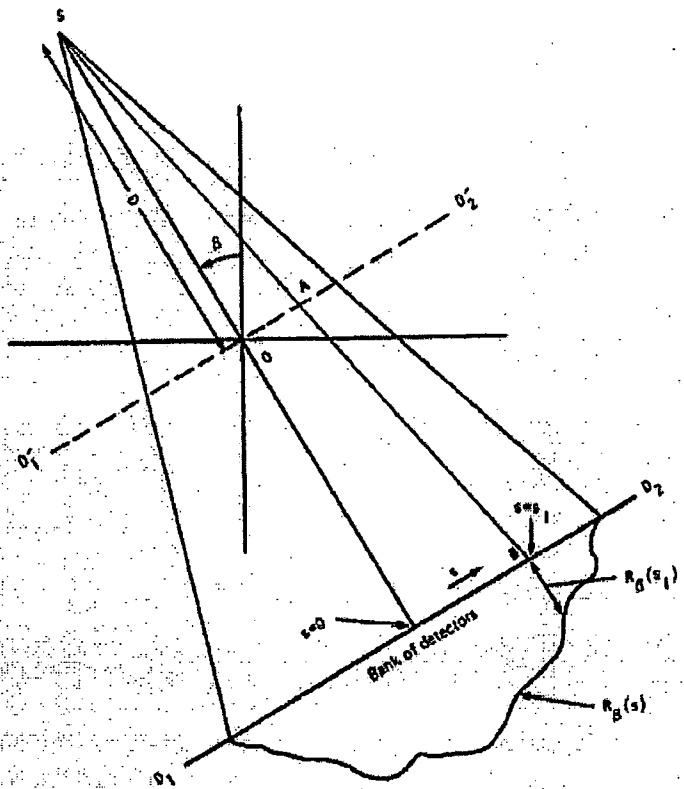
$$Q_\beta(\gamma) = R'_\beta(\gamma') * g(\gamma) \quad (2.19)$$

$$R'_\beta(\gamma') = R_\beta(\gamma) \cdot D \cdot \cos \gamma \quad (2.20)$$

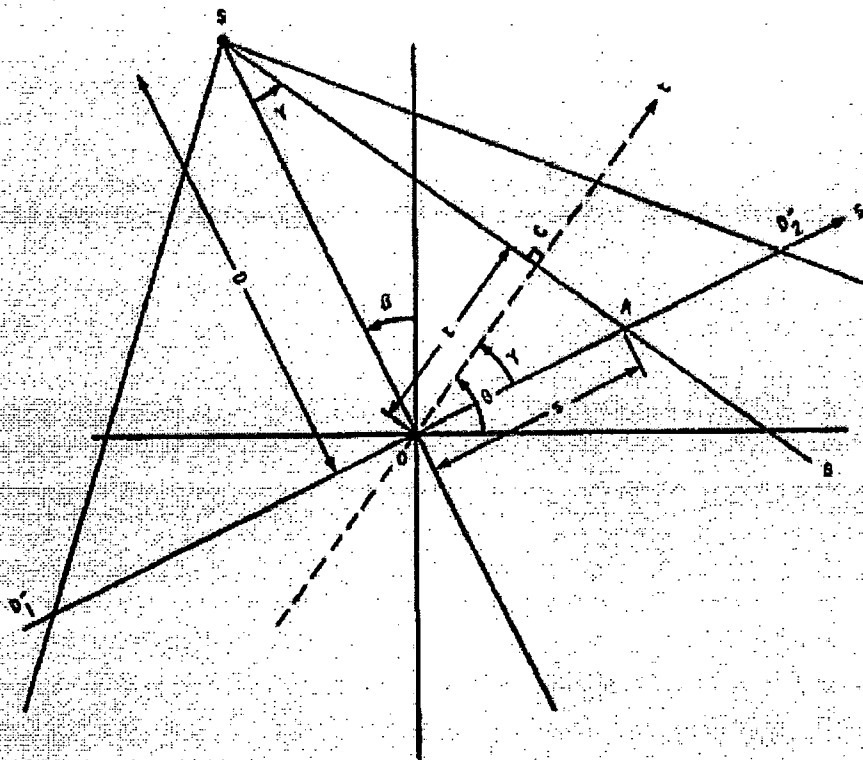
2.2.2.2 ระยะระหว่างเส้นแสงเท่ากัน (Equally space collinear detectors)

กำหนดให้ $R_\beta(s)$ เป็นโปรเจกชันแบบพัด (fan-beam projection) โดยที่มุมภายในระหว่างเส้นแสงห่างเท่าๆกัน จากรูปที่ 2.12 ให้ $\overline{D_1 D_2}$ เป็นแกนดีเทคเตอร์เสมือนตัดผ่านจุดหมุนหรือจุดกำเนิด ถ้าพิจารณาเส้นแสงจากแหล่งกำเนิดแสงไปยังฉากรับ \overline{SB} ซึ่งผ่านจุด A บนแกน $\overline{D_1 D_2}$ เช่นเดียวกับจุด B บน $\overline{D_1 D_2}$ จากรูปที่ 2.11 แกนดีเทคเตอร์สมมติ $\overline{D_1 D_2}$ พิจารณาเส้นแสง \overline{SA} พบว่าค่า s มีระยะเท่ากับ \overline{OA} และถ้าสมมติการสร้างข้อมูลโปรเจกชันพิจารณาทางเดินแสงเป็นแบบขนานเส้นแสง \overline{SA} ก็คือเส้นแสงตำแหน่งที่ t ทำมุม θ หรือ $p_\theta(t)$ ดังนั้นเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่าง β กับ t สำหรับการพิจารณาทางเดินแสงแบบขนาน (parallel-beam projection) ดังสมการที่ (2.21)

$$\begin{aligned} t &= s \cos \gamma & \theta &= \beta + \gamma \\ t &= \frac{sD}{\sqrt{D^2 + s^2}} & \theta &= \beta + \tan^{-1} \frac{s}{D} \end{aligned} \quad 2.21$$



รูปที่ 2.12 ข้อมูลโปรเจกชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัตที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน
(Equally space collinear detectors)



รูปที่ 2.13 เรขาคณิตของทางเดินแสงแบบพัตที่พิจารณาระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน

โดยที่มุม AOC เท่ากันกับมุม OSC และ D คือระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดแสงที่จุด S ถึงจุดกำเนิด O จากสมการโปรเจกชันแบบขนานเขียนสมการการสร้างภาพตัดขวางแบบฟิลเตอร์แบ็คโปรเจกชันได้คือ

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{t_m} \int_{-\tan(s_m/D)}^{2\pi - \tan^{-1}(s_m/D)} p_\theta(t) h(r \cos(\theta - \phi) - t) dt d\theta \quad (2.22)$$

เมื่อ $f(r, \phi)$ คือภาพที่สร้างได้ในระบบพิกัดทรงกลม (Polar coordinates) ให้แทนความสัมพันธ์สมการ (2.21) ในสมการ (2.22) จะได้

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_{-\tan(s_m/D)}^{2\pi - \tan^{-1}(s_m/D)} \int_{-s_m}^{s_m} p_{\beta+\gamma} \left(\frac{sD}{\sqrt{D^2 + s^2}} \right) \cdot h \left(r \cos \left(\beta + \tan^{-1} \left(\frac{s}{D} \right) - \phi \right) - \frac{sD}{\sqrt{D^2 + s^2}} \right) \frac{D^3}{(D^2 + s^2)^{3/2}} ds d\beta \quad (2.23)$$

โดยที่

$$dt d\theta = \frac{D^3}{(D^2 + s^2)^{3/2}} ds d\beta \quad (2.24)$$

จากสมการที่ (2.23) s_m คือค่าที่มากที่สุดของ s ของแต่ละโปรเจกชันและเท่ากับ t_m ของโปรเจกชันแบบขนาน $-\tan(s_m/D)$ และ $2\pi - \tan^{-1}(s_m/D)$ เป็นมุมอยู่ในช่วง 0 ถึง 360 องศา เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลโปรเจกชันแบบตัดกับแบบขนานได้เป็น

$$R_\beta(s) = p_{\beta+\gamma} \left(\frac{sD}{\sqrt{D^2 + s^2}} \right) \quad (2.25)$$

แทน $R_\beta(s)$ โปรเจกชันแบบตัดในสมการ (2.23) เขียนสมการได้เป็น

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_{-\tan(s_m/D)}^{2\pi - \tan^{-1}(s_m/D)} \int_{-s_m}^{s_m} R_\beta(s) \cdot h \left(r \cos \left(\beta + \tan^{-1} \left(\frac{s}{D} \right) - \phi \right) - \frac{sD}{\sqrt{D^2 + s^2}} \right) \frac{D^3}{(D^2 + s^2)^{3/2}} ds d\beta \quad (2.26)$$

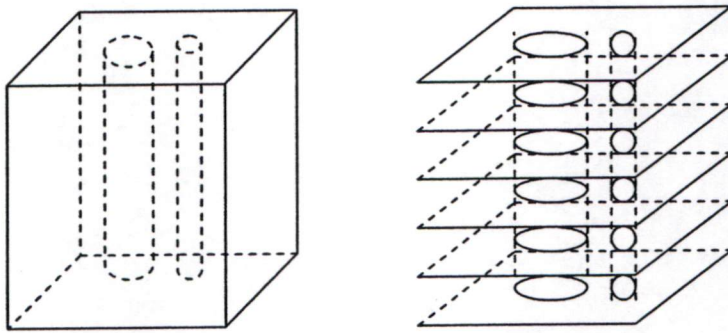
เทอมของฟิลเตอร์ h เขียนใหม่ได้เป็น

$$r \cos \left(\beta + \tan^{-1} \left(\frac{s}{D} \right) - \phi \right) - \frac{sD}{\sqrt{D^2 + s^2}} = r \cos(\beta - \phi) \frac{D}{\sqrt{D^2 + s^2}} - (D + r \sin(\beta - \phi)) \frac{s}{\sqrt{D^2 + s^2}} \quad (2.27)$$

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

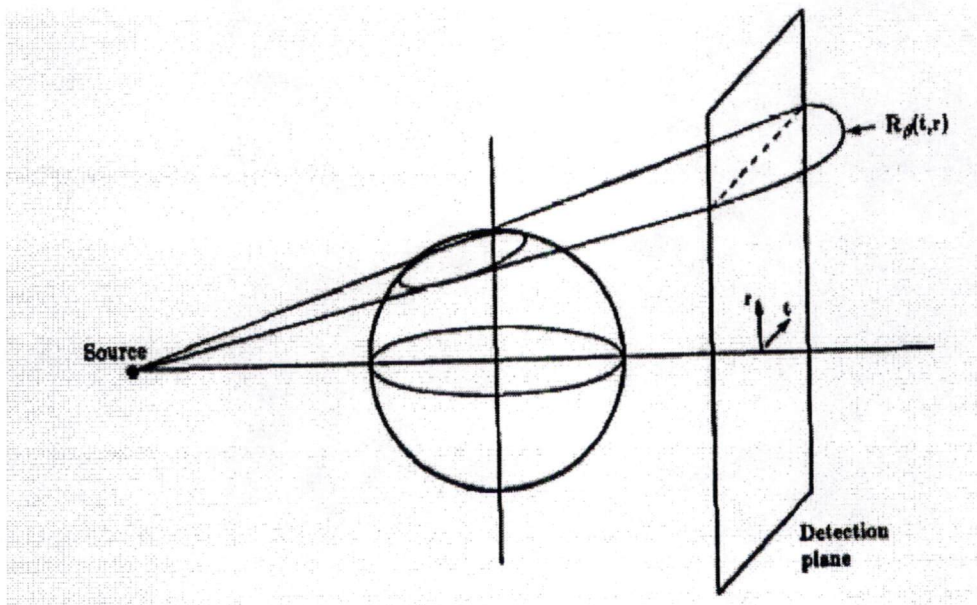
2.2.3 การสร้างภาพตัดขวางแบบกรวย (Cone-beam reconstruction)

การสร้างภาพจากวัตถุที่เป็น 3 มิติจากวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยพิจารณาทางเดินแสงแบบขนานและแบบพัดนั้นสามารถทำได้โดยการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุแบบ 3 มิติทีละสไลด์หรือทีละ 2 มิติ แล้วค่อยนำภาพตัดขวางแต่ละสไลด์มารวมกันดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 การสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุ 3 มิติ

ในการสร้างภาพตัดขวางที่พิจารณาทางเดินแสงแบบกรวย ใช้การพิจารณาเช่นเดียวกับกับทางเดินแสงแบบพัด คือแทนทางเดินแสงแบบพัดที่ทำมุมเอียงกับระนาบ (x,y) ของภาพแต่ละสไลด์มีจุดหมุนอยู่ที่ตำแหน่งแหล่งกำเนิดแสงดังรูป 2.15



รูปที่ 2.15 การพิจารณาทางเดินแสงแบบกรวยในรูปแบบทางเดินแสงแบบพัด

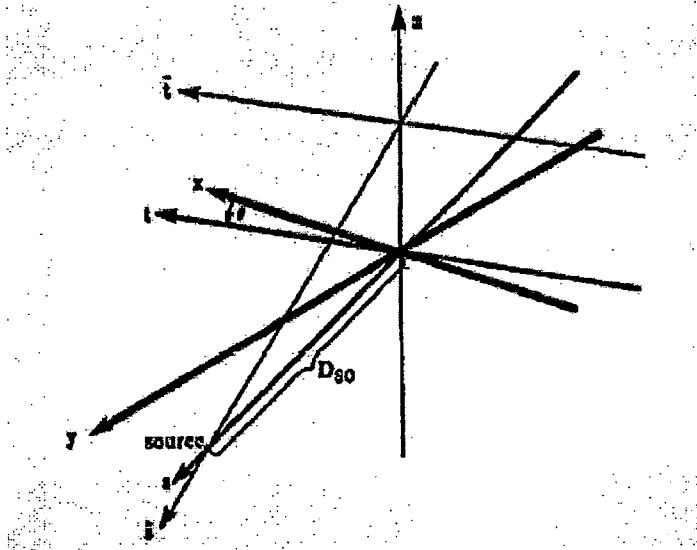
ข้อดีของการฉายแสงแบบกรวยคือลดเวลาในการทำงานให้น้อยลงซึ่งมีผลให้ผู้ป่วยได้รับปริมาณรังสีเอ็กซ์น้อยลงด้วย เนื่องจากในแต่ละมุมจะฉายรังสีเอ็กซ์เพียงครั้งเดียวโดยใช้ตัวกำเนิดแสงเพียงอันเดียว

จากรูปที่ 2.15 $R_\beta(p, \zeta)$ เป็นโปรเจกชันที่ได้จากหัววัดรังสีเอ็กซ์ถูกวางเรียงเป็นระนาบ 2 มิติ ซึ่งโปรเจกชัน $R_\beta(p, \zeta)$ นี้เป็นฟังก์ชันของมุม β และตำแหน่งบนระนาบ 2 มิติ (p, ζ)

2.2.4 โปรเจกชันของวัตถุ 3 มิติ(Three-Dimension Projection)

โปรเจกชันของวัตถุ 3 มิติประกอบด้วย 2 ส่วนคือ โคออร์ดิเนตของทางเดินแสง (t, s, r) และโคออร์ดิเนตของวัตถุ (x, y, z) มีความสัมพันธ์กันจากการหมุนดังรูปที่ 2.16 (coordinate-rotation) ที่มี 2 การหมุนคือรอบแกน z ของลำดับมุมการฉายแสงเท่ากับ θ และที่จุดกำเนิดแสงรอบแกน t เป็นมุมเท่ากับ γ ซึ่งเขียนสมการความสัมพันธ์ในฟังก์ชันของเมตริก [3,14] คือ

$$\begin{bmatrix} t \\ s \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3.28)$$



รูปที่ 2.16 ความสัมพันธ์ของการหมุนของระบบโคออร์ดิเนต

โปรเจกชันแบบขนานของวัตถุ 3 มิติ f มีสมการคือ

$$P_{\theta, \gamma}(t, r) = \int_{-s_m}^{s_m} f(t, s, r) ds \quad (2.29)$$

จากสมการที่ (2.29) โปรเจกชันเป็นฟังก์ชัน 4 ตัวแปรคือ (t, θ) เป็นตัวแปรสำหรับระบุนขนาดและทิศทางของระบบพิกัด (x, y) และ (r, γ) สำหรับระบบพิกัด (s, z) แต่ในระบบทางเดินแสงแบบกรวย (cone-beam system) แหล่งกำเนิดแสงจะถูกหมุนด้วยมุมเท่ากับ β และผลรวมของแสงที่วัดได้แทนด้วย $R_\beta(p', \zeta')$ โดยที่

$$p = \frac{p' D_{SO}}{D_{SO} + D_{DE}} \quad \zeta = \frac{\zeta' D_{SO}}{D_{SO} + D_{DE}} \quad (2.30)$$

เมื่อ D_{so} คือระยะห่างระหว่างจุดหมุน (Center of rotation) ถึงแหล่งกำเนิดแสง และ D_{DE} คือระยะห่างระหว่างจุดหมุนถึงฉากรับซึ่งเขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบทางเดินแสงทั้งสองได้คือ

$$t = p \frac{D_{so}}{\sqrt{D_{so}^2 + \zeta^2}} \quad (2.31)$$

$$\theta = \beta + \tan^{-1} \left[\frac{p}{D_{so}} \right] \quad (2.32)$$

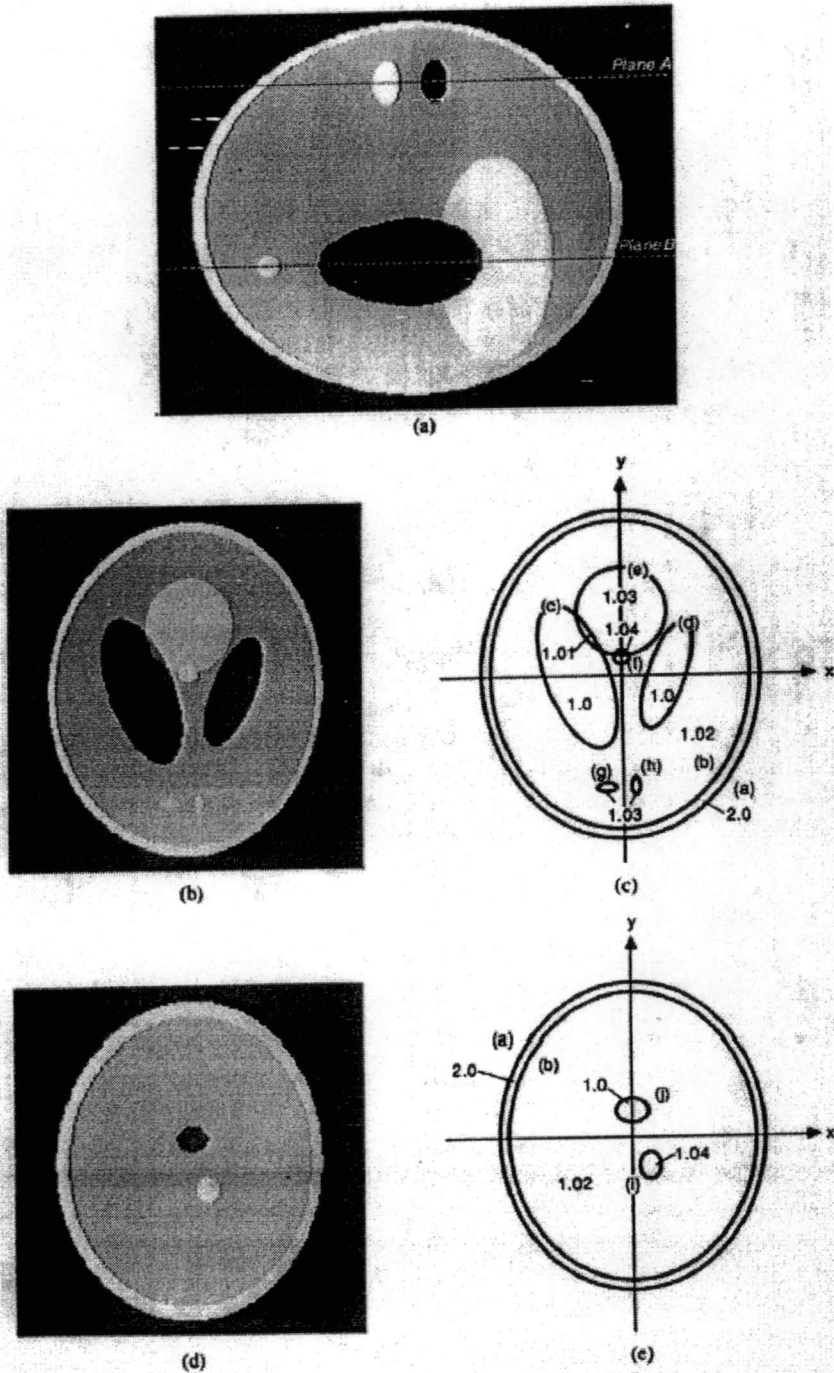
$$r = \zeta \frac{D_{so}}{\sqrt{D_{so}^2 + \zeta^2}} \quad (2.33)$$

โดยที่ r และ ζ ทำหน้าที่ระบุตำแหน่งของระนาบแสงแบบพัด (Tilted fan) ที่ผ่านวัตถุ

ในการทดสอบกระบวนการสร้างภาพตัดขวางแบบกรวยนี้จะใช้แบบจำลอง Shepp and Logan head phantom แบบ 3 มิติที่ประกอบกันจากวัตถุรูปทรงรี ตารางที่ 3.1 แสดงขนาดและตำแหน่งของรูปทรงรีต่างๆ ดังรูปที่ 2.17

ตารางที่ 3.1 พารามิเตอร์รูปทรงเรขาคณิตสำหรับสร้าง Shepp-Logan head phantom แบบ 3 มิติ

Ellipsoid	Coordinate of The Center(x, y, z)	Axis Lengths (A, B, C)	Rotation Angle β (deg)	Gray Level ρ
a	(0, 0, 0)	(0.69,0.92,0.9)	0	2.0
b	(0, 0, 0)	(0.6624,0.874,0.88)	0	-0.98
c	(-0.22, 0, -0.25)	(0.41,0.16,0.21)	108	-0.02
d	(0.22, 0, -0.25)	(0.31,0.11,0.22)	72	-0.02
e	(0, 0.1, -0.25)	(0.046,0.046,0.046)	0	0.02
f	(0, 0.1,-0.25)	(0.046,0.046,0.046)	0	0.02
g	(-0.8,-0.65,-0.25)	(0.046,0.023,0.023)	0	0.01
h	(0.06,-0.065,-0.25)	(0.046,0.023,0.023)	90	0.01
i	(0.06,-	(0.56,0.04,0.1)	90	0.02
j	0.105,0.625) (0,0.1,-0.625)	(0.056,0.056,0.1)	0	-0.02



รูปที่ 2.17 Shepp and Logan head phantom แบบ 3 มิติสำหรับการทดสอบกระบวนการสร้างภาพแบบกรวย

- (a) Shepp and Logan head phantom แบบ 3 มิติ
- (b) ภาพตัดขวาง A สไลด์ที่ 98
- (c) รูปเรขาคณิตในภาพตัดขวาง A สไลด์ที่ 98
- (d) ภาพตัดขวาง B สไลด์ที่ 208
- (e) รูปเรขาคณิตในภาพตัดขวาง B สไลด์ที่ 208

2.2.5 FeldKamp หรือ ฟิลาเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติ (3D Filtered Backprojection)

การสร้างภาพกลับวิธีฟิลาเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติ นั้นมีวิธีการเช่นเดียวกันกับวิธีฟิลาเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบขนาน แต่ต่างกันในเส้นทางเดินของแสง ซึ่งสามารถพิจารณาทางเดินแสงให้เป็นรูปพัด (Fan-beam) ในระนาบ 2 มิติ แล้วนำระนาบดังกล่าวหมุนรอบแกน p โดยจุดหมุนอยู่ที่แหล่งกำเนิดแสง เริ่มแรกให้พิจารณาสมการการสร้างภาพกลับแบบพัด (Fan-beam reconstruction) ในระบบพิกัด (r, ϕ) คือ

$$g(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{U^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\beta}(p) h(p'-p) \frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + p^2}} dp d\beta \quad (2.34)$$

$$p' = \frac{D_{SO} r \cos(\beta - \phi)}{D_{SO} + r \sin(\beta - \phi)} \quad h(p) = \int_{-w}^w |\omega| \cdot e^{j\omega p} d\omega \quad (2.35)$$

$$U(r, \phi, \beta) = \frac{D_{SO} + r \sin(\beta - \phi)}{D_{SO}} \quad (2.36)$$

เขียนสมการความสัมพันธ์ (r, ϕ) ให้อยู่ในระบบโคออร์ดิเนตการหมุน (t, s) ได้คือ

$$t = x \cos \beta + y \sin \beta \quad s = y \cos \beta - x \sin \beta \quad (2.37)$$

$$x = r \cos \phi \quad y = r \sin \phi \quad (2.38)$$

$$p' = \frac{D_{SO}}{D_{SO} - s} \quad U(x, y, z) = \frac{D_{SO} - s}{D_{SO}} \quad (2.39)$$

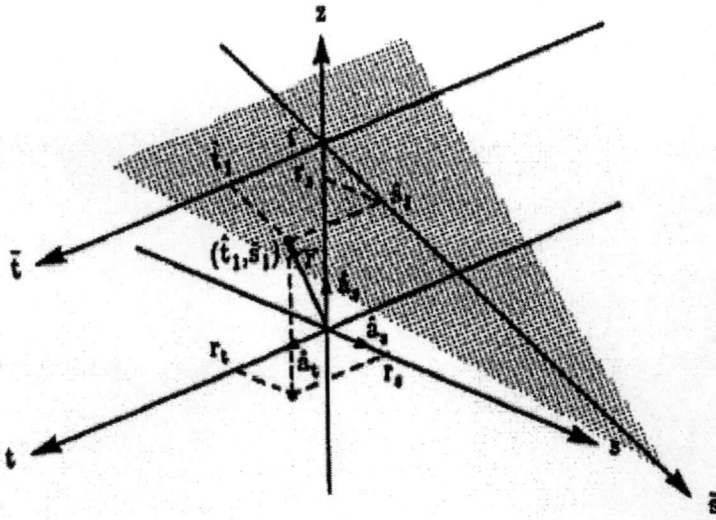
สมการสร้างภาพแบบพัดในระบบโคออร์ดิเนต (t, s) เขียนได้เป็น

$$g(t, s) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{D_{SO}^2}{(D_{SO} - s)^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\beta}(p, \zeta) h\left(\frac{D_{SO} \cdot t}{D_{SO} - s} - p\right) \frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + p^2}} dp d\beta \quad (2.40)$$

เมื่อแสงเปลี่ยนระนาบไปดังรูปที่ 2.18 ทำให้ไม่สามารถใช้สมการที่ (2.40) ได้เนื่องจากระยะทางของแสงเปลี่ยนไป เขียนสมการสร้างภาพแบบพัดสำหรับ (t', s') คือ

$$g(t', s') = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{D'_{SO}{}^2}{(D'_{SO} - s')^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\beta'}(p, \zeta) h\left(\frac{D'_{SO} \cdot t'}{D'_{SO} - s'} - p\right) \frac{D'_{SO}}{\sqrt{D'_{SO}{}^2 + p^2}} dp d\beta' \quad (2.41)$$

โดยที่ ζ คือความสูงของแสงแบบพัดบนแกนหมุนและ $d\beta'$ หาได้จาก



รูปที่ 2.18 ภาพแสดงระบบพิกัด (t, s)

$$D_{so} d\beta = D'_{so} d\beta' \quad d\beta' = \frac{D_{so} d\beta}{D'_{so}} \quad (2.42)$$

$$t = t' \quad s' = D'_{so} \frac{s}{D_{so}} \quad \zeta = D_{so} \frac{z}{D_{so} - s} \quad (2.43)$$

$$D'_{so} = \sqrt{D_{so}^2 + \zeta^2} \quad (2.44)$$

แทนค่า D'_{so} ด้วย D_{so} และ β' ด้วย β เขียนสมการ(3.41) สำหรับทุกระนาบแสงได้เป็น

$$g(t, s) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{D_{so}^2}{(D_{so} - s)^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\beta'}(p, \zeta) h\left(\frac{D_{so} \cdot t}{D_{so} - s} - p\right) \frac{D_{so}}{\sqrt{D_{so}^2 + \zeta^2 + p^2}} dp d\beta \quad (2.45)$$

โดยขั้นตอนของฟิลเตอร์แบ็คโปรเจกชันแบบ 3 มิติดังต่อไปนี้

1. นำโปรเจกชัน $R_{\beta}(p, \zeta)$ คูณด้วยฟังก์ชัน $\frac{D_{so}}{\sqrt{D_{so}^2 + \zeta^2 + p^2}}$ เพื่อหาค่า คือ

	$R'(p, \zeta, \beta) = R(p, \zeta, \beta) \frac{D_{so}}{\sqrt{D_{so}^2 + \zeta^2 + p^2}} \quad (2.46)$	
--	--	--

2. คอนโวลูชันโปรเจกชัน $R'_{\beta}(p, \zeta)$ กับ $\frac{1}{2} h(p)$ ได้ค่า $Q_{\beta}(p, \zeta)$ คือ

	$Q(p, \zeta, \beta) = R'(p, \zeta, \beta) * \frac{1}{2} h(p) \quad (2.47)$	
--	--	--

3. เบ็คโปรเจคชันด้วยค่าแพกเตอร์นำหน้าหักตามระยะทางของเส้นแสงสำหรับระบบโคออร์ดิเนตแบบ 3 มิติ

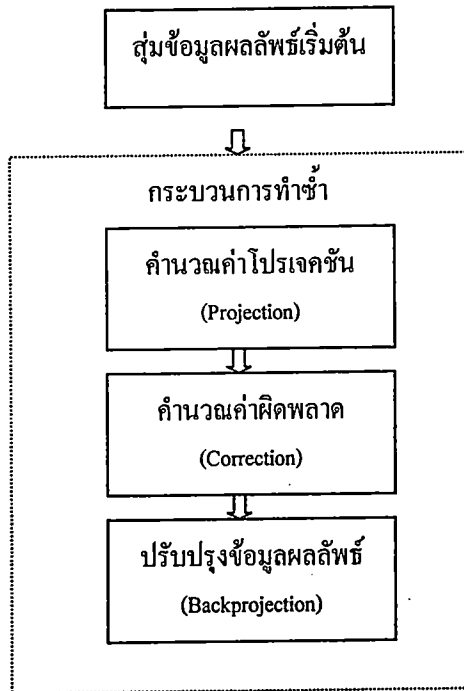
	$g(x, y, z) = \int_0^{2\pi} \frac{D_{SO}^2}{(D_{SO} - s)^2} Q_{p'}(p, \zeta, \beta) d\beta$	(2.48)
--	---	--------

หรือ

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{D_{SO}^2}{(D_{SO} - s)^2} \int_{-\infty}^{\infty} R(p, \zeta, \beta) h\left(\frac{D_{SO} \cdot t}{D_{SO} - s} - p\right) \frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + \zeta^2 + p^2}} dp d\beta \quad (2.48)$$

2.2.6 ART และ SART แบบ 3 มิติ (3D Algebraic Reconstruction Algorithm)

อัลกอริทึมการสร้างภาพแบบ 3 มิติสามารถพิจารณาได้เช่นเดียวกับฟิลเตอร์เบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติ คือพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่ถูกยกขึ้น-ลง (Tilted fan-beam) โดยที่กระบวนการยังเหมือนเดิมกับแบบขนานดังที่กล่าวไปแล้วในบทที่ 2 นั่นคืออัลกอริทึมเชิงพีชคณิตมีขั้นตอนคือ



รูปที่ 2.18 บล็อกไดอะแกรมของอัลกอริทึมเชิงพีชคณิต

หลักการทํางานของอัลกอริทึมเชิงพีชคณิต แบบ 3 มิติจะเหมือนกับแบบ 2 มิติ แต่ต่างกันว่าเราจะพิจารณาข้อมูลภาพเป็นปริมาตรหรือภาพหลายๆสไลด์แทนโดยสมการได้คือ

	$v_j^{(k)} = v_j^{(k-1)} + \frac{\left(p_i - \sum_{h=1}^N v_n^{(k-1)} w_{in} \right)}{\sum_{n=1}^N w_{in}^2} w_{ij}$	(2.49)
--	---	--------

หรือเขียนให้อยู่ในระบบพิกัด (x, y, z) และ (p, ζ, β) คือ

$$v_{x,y,z}^{(k)} = v_{x,y,z}^{(k-1)} + \lambda \frac{\left(p_{p,\zeta,\beta} - \sum_{c=1}^{nz} \sum_{b=1}^{ny} \sum_{a=1}^{nx} v_{a,b,c}^{k-1} w_{p,\zeta,\beta,a,b,c} \right)}{\sum_{c=1}^{nz} \sum_{b=1}^{ny} \sum_{a=1}^{nx} w_{p,\zeta,\beta,a,b,c}^2} w_{p,\zeta,\beta,x,y,z} \quad (2.50)$$

$$v_{x,y,z}^{(k)} = v_{x,y,z}^{(k-1)} + \lambda \frac{\sum_{p,\zeta,\beta \in P_p} \left(\frac{p_{p,\zeta,\beta} - \sum_{c=1}^{nz} \sum_{b=1}^{ny} \sum_{a=1}^{nx} v_{a,b,c}^{k-1} w_{p,\zeta,\beta,a,b,c}}{\sum_{c=1}^{nz} \sum_{b=1}^{ny} \sum_{a=1}^{nx} w_{p,\zeta,\beta,a,b,c}} \right) w_{p,\zeta,\beta,x,y,z}}{\sum_{p,\zeta,\beta \in P_p} w_{p,\zeta,\beta,x,y,z}} \quad (2.51)$$

จากสมการที่ (2.50) และ (2.51) เป็นสมการการสร้างภาพกลับด้วยวิธีเชิงพีชคณิตแบบ 3 มิติที่อธิบายด้วยระบบโคออร์ดิเนต $(p, \zeta, \beta, x, y, z)$ พบว่าฟังก์ชัน $w_{p,\zeta,\beta,x,y,z}$ มีขนาดใหญ่มาก ตัวอย่างเช่น ถ้าต้องการสร้างภาพขนาด 64×64 พิกเซล จำนวน 64 สไลด์หรือ $64 \times 64 \times 64$ วอกเซล จากข้อมูลโปรเจกชันขนาด 64×64 จำนวน 24 มุม ดังนั้นขนาดของ $w_{p,\zeta,\beta,x,y,z}$ คือ คำนำน้หนักแสงของวอกเซลต่าง ๆ $64 \times 64 \times 64 \times 64 \times 64 \times 64 \times 24 = 25,769,803,776$ หรือประมาณ 25.769 G-byte เนื่องจากต้องเก็บค่าแพกเตอร์น้ำหนักของแต่ละเส้นแสงเป็นปริมาตรดังรูปที่ 2.19 และขั้นตอนการคำนวณแพกเตอร์น้ำหนักจะยิ่งเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัวเมื่อใช้การคำนวณแบบแบ่งเซลล์ย่อยดังที่กล่าวไปในบทที่ 2 หัวข้อที่ 2.7.3 เช่นถ้าแบ่งเซลล์ย่อยเป็น 100 เซลล์ย่อย ดังนั้นขั้นตอนการคำนวณจะเท่ากับ $25,769,803,776 \times 100$ ดังนั้นนำไปใช้งานจริงสำหรับข้อมูลที่มีขนาดใหญ่

		
$P_{p,\zeta,\beta_{first}}$	$P_{p+1,\zeta,\beta_{first}}$	$P_{p+2,\zeta,\beta_{first}}$
:	:	:
		
$P_{p,\zeta,\beta_{last}}$	$P_{p+1,\zeta,\beta_{last}}$	$P_{p+np,\zeta,\beta_{last}}$

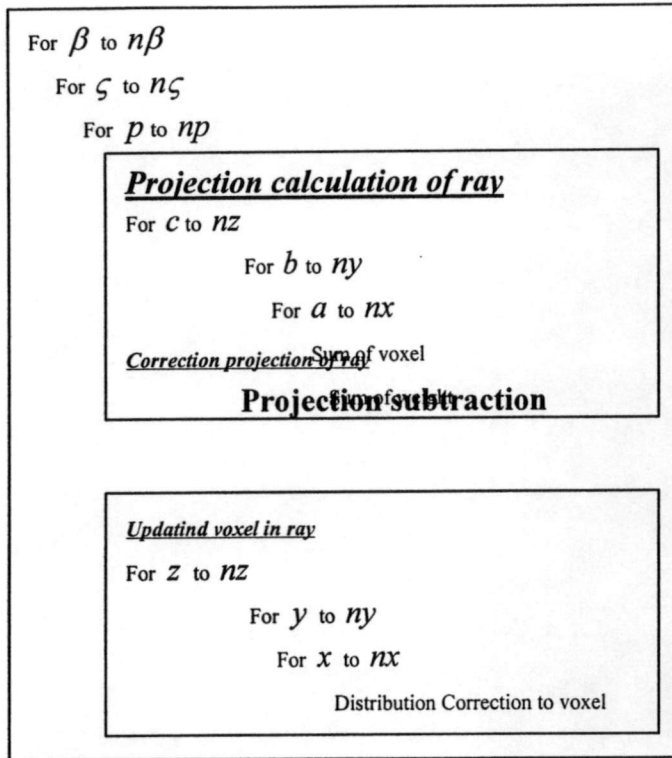
รูปที่ 2.19 ภาพแสดงเส้นทางเดินแสงแบบต่าง ๆ ในข้อมูลเชิงปริมาตร

For β to $n\beta$
 For ζ to $n\zeta$
 For p to np

Projection calculation of ray
 For c to nc
 For b to nb
 For a to na
 ~~Correction projection of ray~~ Sum of voxel
 Sum of weight

Updating voxel in ray
 For Z to nZ
 For y to ny
 For x to nx
 Distribution Correction to voxel

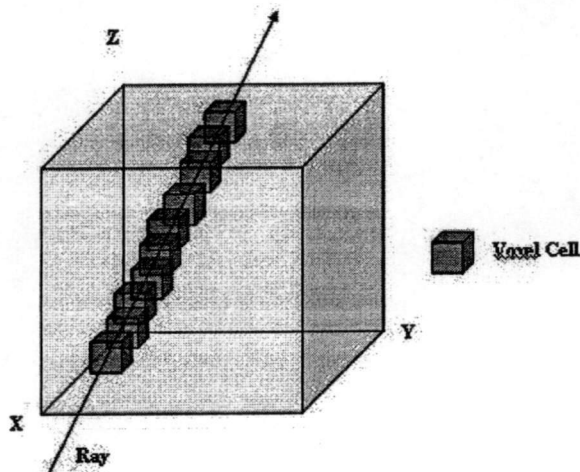
รูปที่ 2.20 โปรแกรมการทำงานของ ART แบบเดิม



รูปที่ 2.21 โปรแกรมการทำงานของ SART แบบเดิม

จากรูปที่ 2.20 และรูปที่ 2.21 แสดงลำดับการทำงานทั้งหมดของ ART และ SART แบบ 3 มิติ ซึ่งมีความยุ่งยากและซับซ้อนเป็นอย่างมาก จำนวนการทำงานทั้งหมดเขียนได้เป็น

	$O(ART_{org}) = O(nx \cdot ny \cdot nz \cdot np \cdot n\zeta \cdot n\beta)_{\text{Pr ojection}}$ $+ O(np \cdot n\zeta \cdot n\beta)_{\text{Correction}}$ $+ O(nx \cdot ny \cdot nz \cdot np \cdot n\zeta \cdot n\beta)_{\text{Back Pr ojection}}$	(2.52)
--	---	--------



$P_{p,\zeta,\beta}$
รูปที่ 2.22 ภาพแสดงข้อมูลเชิงปริมาตรบนเส้นทางเดินแสง

พิจารณาทางเดินแสงดังรูปที่ 2.22 จะเห็นบริเวณที่แสงผ่านในข้อมูลปริมาตรนั้นมีอยู่เพียงส่วนหนึ่งเท่านั้น ดังนั้นการเก็บข้อมูลค่าแพกเตอร์น้ำหนักจึงไม่จำเป็นต้องเก็บทุกตำแหน่ง ซึ่งอาจจะพิจารณาในรูปของพิกัดแทนได้เพื่อลดจำนวนการทำงานและพื้นที่ข้อมูลที่ไม่ว่าจำเป็นให้น้อยลง

	$O(ART_{org}) = O(R \cdot np \cdot n\zeta \cdot n\beta)_{Projection}$ $+ O(np \cdot n\zeta \cdot n\beta)_{Correction}$ $+ O(nR \cdot np \cdot n\zeta \cdot n\beta)_{Back Projection}$	(2.52)
--	---	--------

โดยที่ m คือค่าดัชนีตำแหน่งของค่าแพกเตอร์น้ำหนักชั้นตอนคำนวณค่าโปรเจคชันช่วง

$0 < m < nm$ เมื่อ nm เป็นจำนวนค่าดัชนีของเส้นแสง $p_{p,\zeta,\beta}$ และ $nm \ll nx \cdot xy \cdot xz$

r คือค่าดัชนีตำแหน่งของค่าแพกเตอร์น้ำหนักชั้นตอนแบ็คโปรเจคชันช่วง $0 < r < nr$

เมื่อ nr เป็นจำนวนค่าดัชนีของเส้นแสง $p_{p,\zeta,\beta}$ และ $nr \ll nx \cdot ny \cdot nz$

	$v_{x(r),y(r),z(r)}^{(k)} = v_{x(r),y(r),z(r)}^{(k-1)} + \lambda \frac{\left(p_{p,\zeta,\beta} - \sum_{m=1}^{nm} v_{a(m),b(m),c(m)}^{(k-1)} w_{p,\zeta,\beta,m} \right)}{\sum_{m=1}^{nm} w_{p,\zeta,\beta,m}^2} w_{p,\zeta,\beta,r}$	(2.53)
--	---	--------

	$v_{x(r),y(r),z(r)}^{(k)} = v_{x(r),y(r),z(r)}^{(k-1)} + \lambda \frac{\sum_{p,\zeta,\beta \in P\phi} \left(\frac{p_{p,\zeta,\beta} - \sum_{m=1}^{nm} v_{a(m),b(m),c(m)}^{(k-1)} w_{p,\zeta,\beta,m}}{\sum_{m=1}^{nm} w_{p,\zeta,\beta,m}} \right)}{\sum_{p,\zeta,\beta \in P\phi} w_{p,\zeta,\beta,r}} w_{p,\zeta,\beta,r}$	(2.54)
--	---	--------

2.3 การแปลงเชิงเรขาคณิต

2.3.1 บทนำ

การแปลงเชิงเรขาคณิตเป็นทฤษฎีพื้นฐานทางคอมพิวเตอร์กราฟิกว่าด้วยการแปลงพิกัดภาพหรือวัตถุหนึ่งไปยังพิกัดใหม่โดยใช้พารามิเตอร์ของการแปลงจำนวนหนึ่ง

2.3.2 การแปลงเชิงเรขาคณิตแบบเชิงเส้น

ในงานทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกนั้น บางครั้งจำเป็นต้องมีการเคลื่อนย้ายภาพไปยังตำแหน่งใหม่ ย่อ-ขยายภาพ หรือมีการหมุนภาพให้อยู่ในมุมมองที่เหมาะสม ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้การแปลงเชิงเรขาคณิต(Geometric transformation)

ในการพิจารณาการแปลงนั้นจะพิจารณาได้ว่าเป็นการแปลงจุดในปริภูมิสามมิติ และเพื่อความเข้าใจง่ายจึงมักจะเขียนอยู่ในรูปของเมทริกซ์ โดยกำหนดให้จุดที่ต้องการแปลงเป็นจุด P มีพิกัดเป็น (x, y, z) ใดๆ เมื่อต้องการย้ายตำแหน่งของจุด P ไปยังพิกัดใหม่คือ P' ซึ่งมีพิกัด (x', y', z') ก็ทำได้โดยการนำพิกัดของจุด P ไปบวกกับเมทริกซ์การแปลงซึ่งก็คือ T สามารถแสดงเมทริกซ์ของการแปลงได้ดังนี้

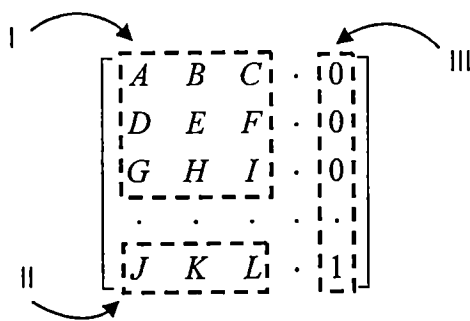
$$P' = P + T = [x \ y \ z] + [T_x \ T_y \ T_z] \quad (2.55)$$

นอกจากนี้เมื่อนำพิกัดของจุด P มาคูณกับเมทริกซ์การแปลง T ให้ได้พิกัดใหม่คือ P' นั้นจะเป็นการสเกล การหมุน การสะท้อน หรืออื่นๆ ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ภายในเมทริกซ์การแปลงนั้นและสามารถเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$P' = P \cdot T = [x \ y \ z] \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

สำหรับการแปลงเชิงเรขาคณิตในทางคอมพิวเตอร์กราฟิกโดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วย การแปลงหลายๆชนิดประกอบกัน และเนื่องจากเป็นการคำนวณในรูปของเมทริกซ์จึงทำให้ยากในการคำนวณเมทริกซ์ที่มีรูปแบบแตกต่างกัน จึงได้มีการนำระบบพิกัดโฮโมจีเนียส (Homogeneous Coordinate System) เข้ามาใช้เพื่อแก้ปัญหานี้

ในระบบพิกัดโฮโมจีเนียส จุดในระบบสามมิติ (x, y, z) จะถูกแทนด้วยระบบสี่มิตินั้นคือ (x, y, z, H) โดยจะมี H เป็นค่าแพกเตอร์ที่มีหน้าที่สเกลซึ่งจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ จุด (x, y, z, H) จะถูกนอร์มอลไลซ์ (Normalize) เป็น $(x/H, y/H, z/H, 1)$ โดยทั่วไปแล้วค่า H จะมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้นจุด (x, y, z) ใดๆจะมีค่าในระบบพิกัดโฮโมจีเนียสเป็น $(x, y, z, 1)$



รูปที่ 2.55 ส่วนประกอบของระบบพิกัดโฮโมจีเนียส

จากรูปที่ 2.55 เมทริกซ์ย่อย I เป็นส่วนที่กำหนดว่าเป็นการแปลงแบบใด เช่น การหมุน การสเกล การสะท้อน เป็นต้น ส่วนเมทริกซ์ย่อย II เป็นส่วนของการย้ายตำแหน่งแบบเชิงเส้น และในส่วนสุดท้ายเมทริกซ์ย่อย III ใช้ในการรวมระหว่างการเคลื่อนย้ายพิกัดและการแปลงที่อยู่ในรูปการคูณ โดยมีรายละเอียดของการแปลงแบบต่างๆดังนี้

2.3.2.1 การเลื่อนพิกัด (Translation)

เมทริกซ์การแปลง (T_T) ที่ใช้สำหรับการแปลงที่ต้องการเลื่อนพิกัดมีลักษณะดังนี้

$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

โดยที่ค่า T_x, T_y และ T_z แสดงระยะทางที่ต้องการเคลื่อนย้ายตำแหน่งไปในแนวแกน X, Y และ Z ตามลำดับ และพิกัดของจุดในระบบโฮโมจีเนียส (x', y', z', h) เป็น

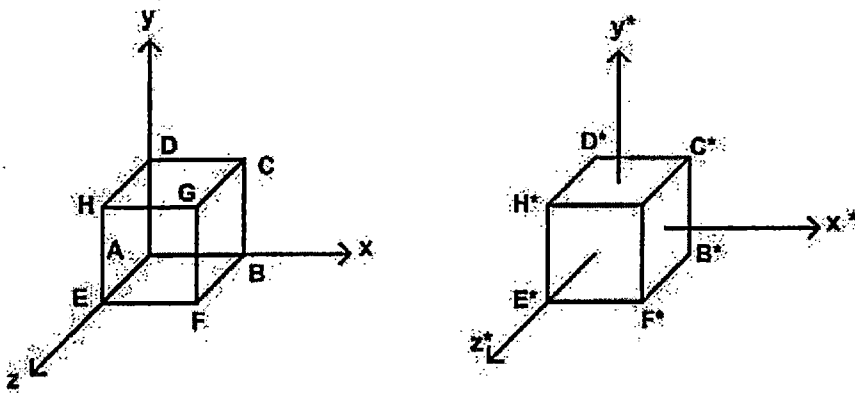
$$[x' \ y' \ z' \ h] = [x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

หรือ

$$[x' \ y' \ z' \ h] = [x + T_x \ y + T_y \ z + T_z \ 1] \quad (2.59)$$

การเลื่อนเมทริกซ์เป็นการแปลงที่มีประโยชน์มากในทางคอมพิวเตอร์กราฟิก เนื่องจากข้อมูลภาพต้นฉบับที่นำมาใช้จะมีตำแหน่งอยู่ในด้านบวกเท่านั้น จึงจำเป็นต้องการอาศัยการแปลงแบบนี้เพื่อเลื่อน

พิกัดกึ่งกลางของข้อมูลต้นฉบับให้มาอยู่ที่จุดกำเนิด $(0,0,0)$ เสียก่อน แสดงในรูปที่ 4.2 จึงถือได้ว่าการแปลงแบบเลื่อนพิกัดเป็นพื้นฐานที่สำคัญของการสร้างภาพทางคอมพิวเตอร์กราฟิก



รูปที่ 2.55 การเลื่อนจุดกึ่งกลางของปริมาตรต้นฉบับมายังจุดกำเนิด

2.3.2.2 การสเกล (Scaling)

การสเกลเป็นการแปลงเพื่อปรับเปลี่ยนขนาดของวัตถุที่ต้องการ มีเมทริกซ์การแปลง (S) ดังนี้

$$S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

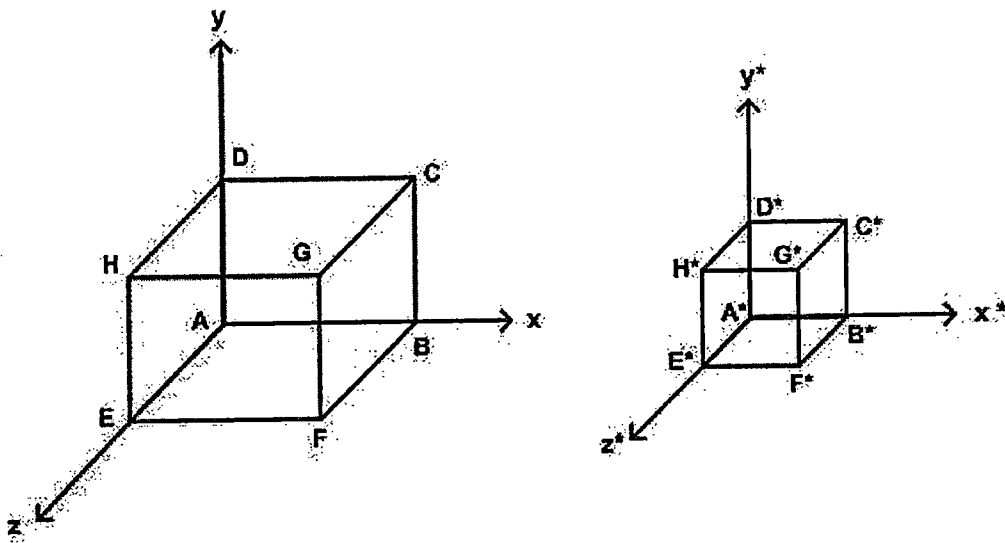
โดยที่ S_x, S_y และ S_z เป็นสัมประสิทธิ์การสเกลสำหรับพิกัด X, Y และ Z ตามลำดับ และพิกัดของจุดในระบบไฮโมจีเนียส (x', y', z', h) เป็น

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xS_x & yS_y & zS_z & 1 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

ค่า S_x, S_y และ S_z จะเป็นตัวกำหนดว่าเป็นการย่อหรือขยายรูป กล่าวคือ ถ้า S มีค่ามากกว่า 1 จะเป็นการขยายภาพและถ้า S มีค่าน้อยกว่า 1 จะเป็นการย่อขนาดภาพ



รูปที่ 2.55 การสเกลวัตถุ

2.3.2.2 การหมุนวัตถุ (Rotation)

การหมุนวัตถุเป็นการหมุนวัตถุรอบแกนต่างๆทั้งสามแกน ซึ่งได้แก่ แกน X, Y หรือ Z โดยการอ้างอิงการมองในลักษณะมองออกจากจุดกำเนิดไปตามแนวแกน เมทริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกนต่างๆในทิศทางตามเข็มนาฬิกา มีดังนี้

เมทริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน X ไปเป็นมุม θ คือ

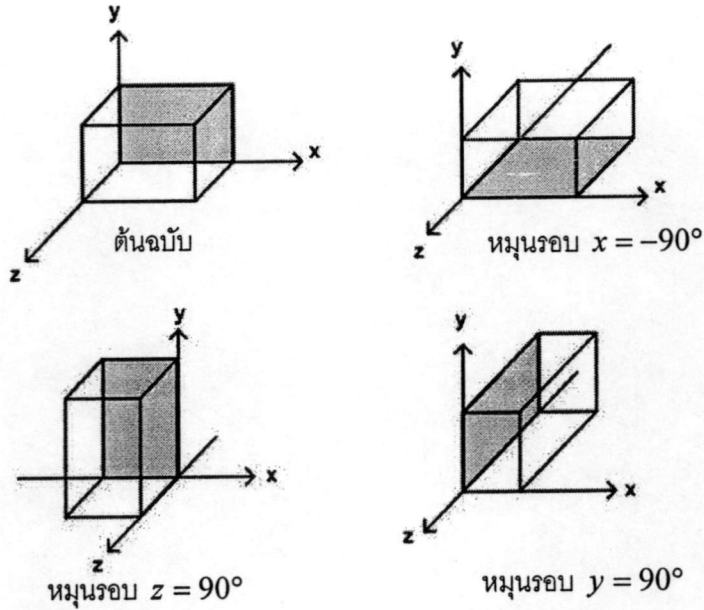
$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

เมทริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน Y ไปเป็นมุม ϕ คือ

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

เมทริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน Z ไปเป็นมุม φ คือ

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$



รูปที่ 2.55 การแปลงแบบหมุนรอบแกนทั้งสาม

2.3.2.4 การสะท้อน (Reflection)

การสะท้อนวัตถุเป็นการสะท้อนพิกัดของวัตถุไปยังพิกัดที่อยู่อีกด้านหนึ่งของระนาบการสะท้อน XY, YZ หรือ XZ เมทริกซ์ของการสะท้อนมีดังต่อไปนี้

เมทริกซ์ของการสะท้อนกับระนาบ XY คือ

$$Rf_{XY} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

จะเปลี่ยนเฉพาะพิกัด z โดย $z' = -z$

เมทริกซ์ของการสะท้อนกับระนาบ YZ คือ

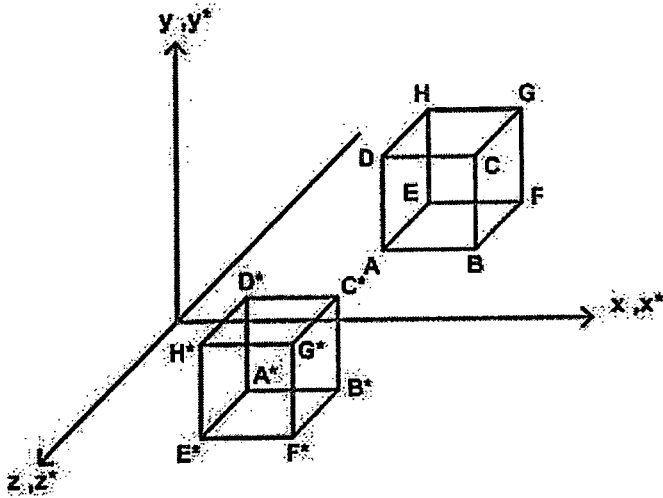
$$Rf_{YZ} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

จะเปลี่ยนเฉพาะพิกัด x โดย $x' = -x$

เมทริกซ์ของการสะท้อนกับระนาบ XZ คือ

$$Rf_{xz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

จะเปลี่ยนเฉพาะพิกัด y โดย $y' = -y$



รูปที่ 2.55 การสะท้อนวัตถุกับระนาบ XY

2.3.2.5 การเฉือน (Shearing)

การเฉือนในปริภูมิสามมิติเป็นการแปลงพิกัดตามแกนของสองแกนใดๆ (สมมติว่าเป็น x และ y) โดยสัมพันธ์กับค่าของพิกัดตามแนวแกนที่สาม (z) เป็นผลให้ค่าพิกัดตามแนวแกนของสองแกนแรกเปลี่ยนไป ในขณะที่ค่าพิกัดตามแนวแกนที่สามนั้นมีค่าคงเดิม

เมทริกซ์ของการเฉือนโดยสัมพันธ์กับแกน X

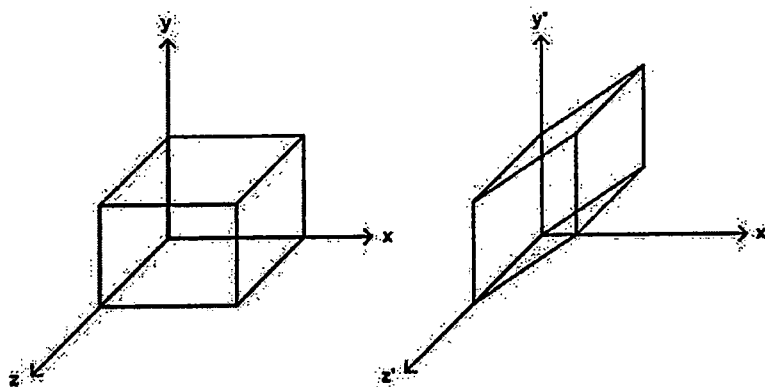
$$Sh_x = \begin{bmatrix} 1 & Sh_{xy} & Sh_{xz} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

เมทริกซ์ของการเฉือนโดยสัมพันธ์กับแกน Y

$$Sh_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ Sh_{yx} & 1 & Sh_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

เมทริกซ์ของการเฉือนโดยสัมพันธ์กับแกน Z

$$Sh_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ Sh_{zx} & Sh_{zy} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$



รูปที่ 2.55 การเฉือนโดยสัมพันธ์กับค่า z เมื่อ $Sh_{zx} = 0$ และ $Sh_{zy} = 1$

2.3.2.5 การฉายภาพ (Projection)

การฉายภาพเป็นการแปลงจาก n มิติไปเป็น $n-1$ มิติ การฉายภาพมี 2 ประเภทคือแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สนใจเฉพาะการฉายภาพแบบเชิงเส้นเท่านั้น สำหรับการฉายภาพแบบเชิงเส้นยังสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

1. การฉายภาพแบบตั้งฉาก (Orthographic Projections)

การฉายภาพแบบตั้งฉากเป็นวิธีฉายภาพแบบขนานอย่างหนึ่งที่มีรูปแบบอย่างง่ายและถูกใช้ในการวาดภาพทางวิศวกรรม โดยจะแสดงขนาดจริงของวัตถุในแต่ละด้าน เมทริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบต่างๆเป็นดังนี้

เมทริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $x = 0$

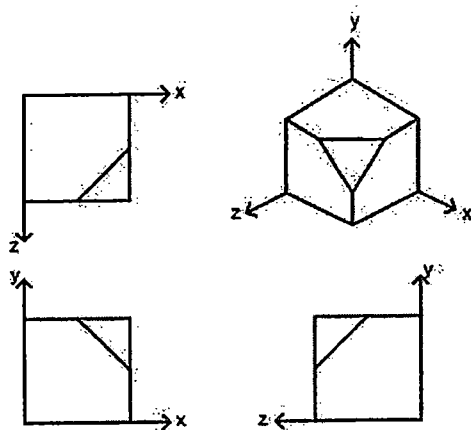
$$P_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

เมทริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $y = 0$

$$P_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

เมทริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $z = 0$

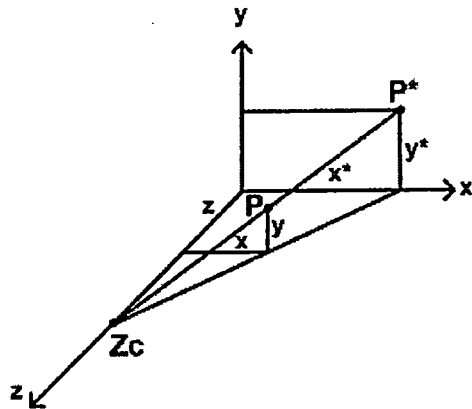
$$P_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$



รูปที่ 2.55 แสดงการฉายภาพลงบนระนาบ $x = 0$, $y = 0$ และ $z = 0$

2. การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ (Perspective Projections)

เป็นรูปแบบการแปลงเชิงเรขาคณิตอย่างหนึ่งซึ่งแตกต่างจากการแปลงแบบอื่นๆ ที่ได้กล่าวมาแล้ว คือการแปลงแบบเลื่อนพิกัด การสเกล การหมุน การสะท้อน และการเฉือนนั้นเป็นการแปลงซึ่งคงคุณสมบัติความขนานกันของเส้น แต่การแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟนี้แตกต่างออกไป และการแปลงแบบนี้ยังมีผลให้ขนาดของวัตถุเปลี่ยนแปลงไปโดยมีความสัมพันธ์แบบผกผันกับระยะห่างระหว่างวัตถุกับจุดศูนย์กลางของการฉายภาพ



รูปที่ 2.55 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ

พิจารณารูปที่ 3.8 เป็นการแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟและทำการฉายภาพจากจุด P ไปยังจุด P^* บนระนาบ $z = 0$ โดยมี z_c เป็นจุดศูนย์กลางของการฉายภาพ (Center of projection)

จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย ได้ว่า

$$\frac{x^*}{z_c} = \frac{x}{z_c - z}$$

หรือ

$$x^* = \frac{x}{1 - \frac{z}{z_c}}$$

และ

$$\frac{y^*}{\sqrt{(x^*)^2 + z_c^2}} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + (z_c - z)^2}}$$

หรือ

$$y^* = \frac{y}{1 - \frac{z}{z_c}}$$

จะได้ x^*, y^* เป็นพิกัดของ P^*

$$\text{กำหนดให้ } r = \frac{-1}{z_c} \text{ จะได้ } x^* = \frac{x}{rz+1} \text{ และ } y^* = \frac{y}{rz+1} \quad (2.75)$$

หรือ

เขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \ y \ 0 \ rz+1] \quad (2.76)$$

เนื่องจาก $h = rz+1 \neq 1$ ดังนั้นจึงคูณสมการที่ 3.22 ด้วย $\frac{1}{rz+1}$

$$\text{จะได้ } [x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \begin{bmatrix} \frac{x}{rz+1} & \frac{y}{rz+1} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

จะเห็นว่าสมการที่ (2.76) มีค่าเท่ากับสมการที่ (2.77)

จะได้เมทริกซ์ของการแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟเมื่อจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน X, Y และ Z ดังนี้

กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน X หรือที่พิกัด $[-1/p \ 0 \ 0 \ 1]$

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \ y \ z \ px+1] \quad (2.78)$$

และ

$$[x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \begin{bmatrix} \frac{x}{px+1} & \frac{y}{px+1} & \frac{z}{px+1} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน Y หรือที่พิกัด $[0 \ -1/q \ 0 \ 1]$

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \ y \ z \ qy+1] \quad (2.80)$$

และ

$$[x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \left[\frac{x}{qy+1} \ \frac{y}{qy+1} \ \frac{z}{qy+1} \ 1 \right] \quad (2.81)$$

กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน Z หรือที่พิกัด $[0 \ 0 \ -1/r \ 1]$

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \ y \ z \ rz+1] \quad (2.82)$$

และ

$$[x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \left[\frac{x}{rz+1} \ \frac{y}{rz+1} \ \frac{z}{rz+1} \ 1 \right] \quad (2.83)$$

3. การแปลงแบบผสม (Multiple Transformations)

โดยทั่วไปในการใช้งานทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกจำเป็นต้องใช้การแปลงหลายแบบร่วมกัน เช่น ในการหมุนวัตถุรอบเส้นตรงใดๆ ที่ขนานกับแกน Z จำเป็นต้องทำการเลื่อนให้จุดศูนย์กลางของวัตถุไปยังจุดกำเนิดก่อน จึงจะทำการหมุนวัตถุรอบแกน Z จากนั้นจึงทำการเลื่อนวัตถุกลับไปยังตำแหน่งเดิม

ตัวอย่าง หมุนวัตถุเป็นมุม φ รอบเส้นตรงที่ขนานกับแกน Z ซึ่งผ่านจุด $(-T_x, -T_y, -T_z)$ กำหนดให้เมทริกซ์ M เป็นเมทริกซ์การแปลงแบบผสม จะได้

$$M = T_T \cdot R_z \cdot T_T^{-1} \quad (2.84)$$

เมื่อ

$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \quad T_T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -T_x & -T_y & -T_z & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากเมทริกซ์ไม่มีคุณสมบัติการสลับที่ ดังนั้นลำดับของเมทริกซ์ของการแปลงจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง

2.4 การปรับเทียบกล้อง(Camera Calibration)

2.4.1 บทนำ

บทนี้เรากล่าวถึงการเห็นใน 3 มิติซึ่งเป็นการดึงข้อมูล 3 มิติออกจากภาพ 2 มิติ คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการมองเห็นใน 3 มิติและ คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration) ซึ่งจะแบ่งออกเป็น การประมาณค่าเมทริกซ์ M การแก้สมการเพื่อหาค่าเมทริกซ์ M

2.4.2 เรขาคณิตสำหรับการเห็นใน 3 มิติ (Geometry for 3D Vision)

2.4.2.1 การเกิดภาพในกรณีที่พิกัดโลกซ้อนทับพิกัดกล้อง

ในระบบภาพ 2 มิติส่วนใหญ่ได้มาจากการมองวัตถุ 3 มิติผ่านเลนส์ของตาหรือเลนส์ของกล้อง ขบวนการเกิดภาพสามารถถูกจำลองได้โดยการใช้ Perspective Transformation รูปที่ 5.1 แสดงแบบจำลองง่ายๆของระบบสร้างภาพ เราแทนแกนระบบพิกัดโลก (World Coordinate System) ด้วยอักษรตัวใหญ่ (X,Y,Z) และแทนแกนของระบบพิกัดของกล้องด้วยอักษรตัวเล็ก(x,y,z) เราสมมติว่าพิกัดของโลกซ้อนทับกับระบบพิกัดของกล้อง แสงจากวัตถุใน 3 มิติส่องผ่านศูนย์กลางของการโปรเจกชันแล้วโปรเจกกลงบนภาพ ให้จุด (x_s, y_s, z_s) แทนจุดพิกัดของวัตถุ 3 มิติให้ (x_i, y_i) แทนจุดพิกัดของวัตถุในระนาบของภาพ เราสมมติว่าระนาบของภาพอยู่ f ห่างไปทางขวาของจุดกำเนิดของพิกัดกล้องโดยที่ f ความยาวโฟกัสของเลนส์ โดยการใช้สามเหลี่ยมคล้ายได้ว่า

$x_i = f \frac{x_s}{z_s}$	(2.85)
$y_i = f \frac{y_s}{z_s}$	(2.86)

รูปที่ 2.56 แบบจำลองของระบบสร้างภาพ

จากแบบจำลองการสร้างภาพเราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างระบบพิกัดโลก (World Coordinate System) กับระบบพิกัดของกล้องด้วยสมการที่ (2.87)

$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{bmatrix}$	(2.87)
--	--------

โดยที่

$x_i = \frac{u}{w}$	(2.88)
---------------------	--------

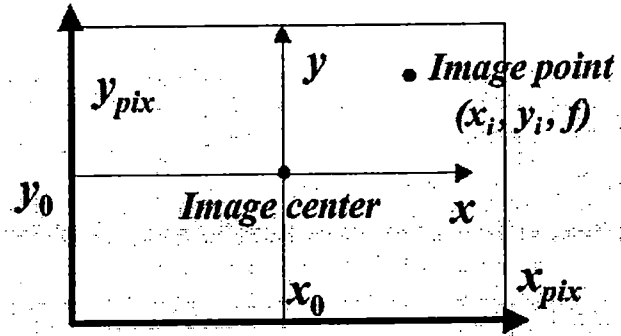
$y_i = \frac{v}{w}$	(2.89)
---------------------	--------

2.4.2.1 การแปลงจากหน่วยความยาวเป็นพิกเซล

การแปลงหน่วยความยาวไปเป็นพิกเซลเราจะเริ่มจากกำหนดให้พิกัดของภาพมีจุดกำเนิดอยู่ที่มุมล่างซ้ายของภาพดังแสดงในรูป 5.2 การแปลงจากความยาวเป็นพิกเซลเราจำเป็นต้องรู้ค่าการปรับสเกล (Aspect Ratio) ของแต่ละแกนของระบบพิกัดภาพค่าการปรับสเกลเป็นค่าที่ระบุจำนวนพิกเซลต่อหนึ่งหน่วยความยาว ในระบบภาพบางระบบพิกเซลในแถวถัดไปอาจมีการเอียงกัน จำเป็นต้องรู้ค่าที่เรียกว่า พารามิเตอร์ของการเอียง (Skew parameter) นอกจากนี้ยังจำเป็นต้องรู้จุดหลัก (Principal Point) $U_0 = (x_0, y_0)$ หรือบางครั้งถูกเรียกว่าจุดกึ่งกลางของภาพของขบวนการปรับโดยที่ k_x คือค่าการปรับสเกลในทิศทาง x, k_y คือค่าการปรับสเกลในทิศทาง y และ s แทนพารามิเตอร์ของการเอียง เราเขียนในรูปแบบเทียบกล้อง (Camera Calibration Procedure) เป็นจุดตัดระหว่างแกนอ็อบติคกับระนาบภาพพิกัดของจุด (x_i, y_i, f) หาได้จากความสัมพันธ์

$x_{pix} = k_x x_i + s y_i + x_0 = k_x f \frac{x_s}{z_s} + s f \frac{y_s}{z_s} + x_0$	(2.90)
---	--------

$y_{pix} = k_y y_i + y_0 = k_y f \frac{y_s}{z_s} + y_0$	(2.91)
---	--------



รูปที่ 2.57 พิกัดของภาพ

เราสามารถอยู่ในรูปของของเมทริกซ์ได้เป็น

$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{bmatrix}$	(2.92)
---	--------

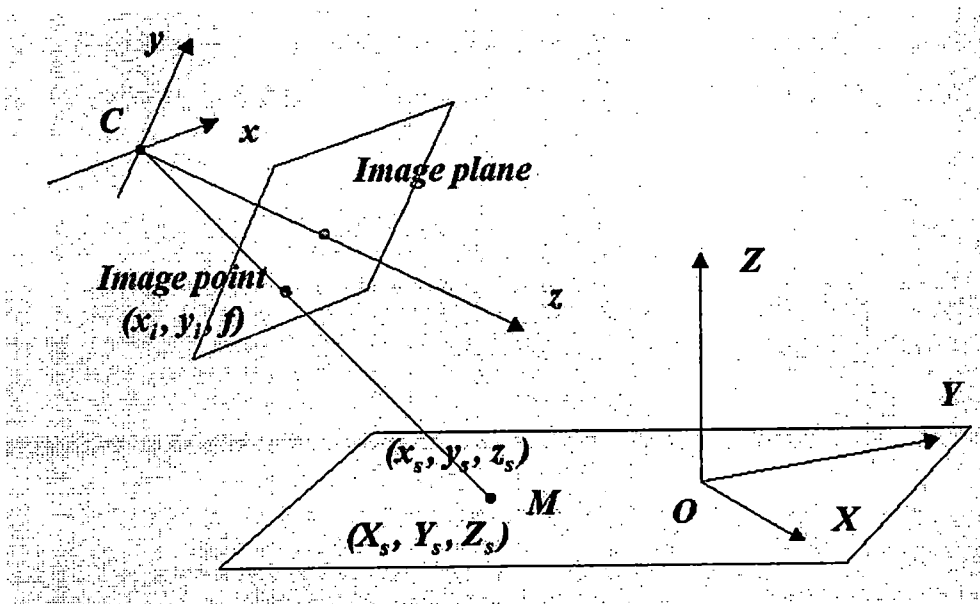
โดยที่ $\alpha_x = k_x x_s$ ซึ่งเป็นค่าความยาวโฟกัสในทิศ x ในหน่วยของพิกเซลและ $\alpha_y = k_y y_s$ ซึ่งเป็นค่าความยาวโฟกัสในทิศ y ในหน่วยของพิกเซล เราสามารถเขียน

$\begin{bmatrix} \alpha_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & 0 \\ 0 & \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \kappa [I_3 \mathbf{o}_3]$	(2.93)
---	--------

เมทริกซ์ K มีลักษณะเป็นสามเหลี่ยมข้างบน (Upper Triangle) ขนาด 3×3 มีชื่อว่า Calibration Matrix เป็นเมทริกซ์ที่ประกอบพารามิเตอร์ภายใน (Intrinsic Parameter) ที่สำคัญของกล้อง

2.4.2.3 กรณีที่พิกัดของโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดของกล้อง

ในกรณีที่พิกัดของโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดกล้องนั้นเราจะพิจารณาจากรูปที่ 2.58 โดยจะเห็นว่าจุดกึ่งกลางของการโปรเจกชันของกล้องถูกวางไว้ที่ตำแหน่งอื่นที่ไม่ใช่ตำแหน่งเดียวกันกับตำแหน่งพิกัดโลกทำให้จุดกึ่งกลางของกล้องมีการส่ายและเอียงทำมุมกับแกนอ้างอิง



รูปที่ 2.58 แบบจำลองการเกิดภาพ

ในกรณีนี้เราสามารถหาความสัมพันธ์ของการเกิดภาพจากกล้องสามารถหาได้ง่ายโดยการเปลี่ยนแปลง (Modify) สมการ (2.92) โดยการคูณด้วยเมทริกซ์การเคลื่อนย้าย (Translation) และการหมุน (Rotation) ใน 3 มิติ เข้าไปยังสมการที่ (2.92) ซึ่งเราจะได้สมการความสัมพันธ์ของพิกัดโลกกับพิกัดกล้องในกรณีที่พิกัดของโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดของกล้องเป็นไปตามสมการที่ (2.94)

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = K [I_3 | O_3] \begin{bmatrix} R & -T \\ O_3^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

โดยที่ R แทนเมทริกซ์ที่เป็นผลรวมของการหมุนระบบพิกัด และ T แทนเวกเตอร์ที่เป็นผลรวมของการย้ายระบบพิกัด เรากล่าวว่ามีเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} R & -T \\ O_3^T & 1 \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

เราสามารถเขียนสมการ (2.94) ในรูปแบบที่ง่ายได้เป็นดังสมการที่ (2.96) และ M คือเมทริกซ์ของ Perspective Transformation

$$x = M X \quad (2.96)$$

2.4.3 การปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration)

การปรับเทียบกล้องเป็นการหาประมาณเมทริกซ์ M จากจุดในฉาก 3 มิติที่รู้ตำแหน่งและภาพที่เกิดขึ้นของจุด จากนั้นทำการหาพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอก พิจารณาการปรับเทียบโดยใช้กล้องตัวเดียว

ในการหาเมทริกซ์ M เราทำการหาจุดในฉากที่เราทราบพิกัด $X = [x, y, z]^T$ และจุดในภาพ 2 มิติที่สอดคล้องกัน $[u, v]^T$ ซึ่งจะได้สมการที่อยู่ในรูปสมการ (2.96) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \alpha u \\ \alpha v \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha u \\ \alpha v \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11}x + m_{12}y + m_{13}z + m_{14} \\ m_{21}x + m_{22}y + m_{23}z + m_{24} \\ m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z + m_{34} \end{bmatrix} \quad (2.98)$$

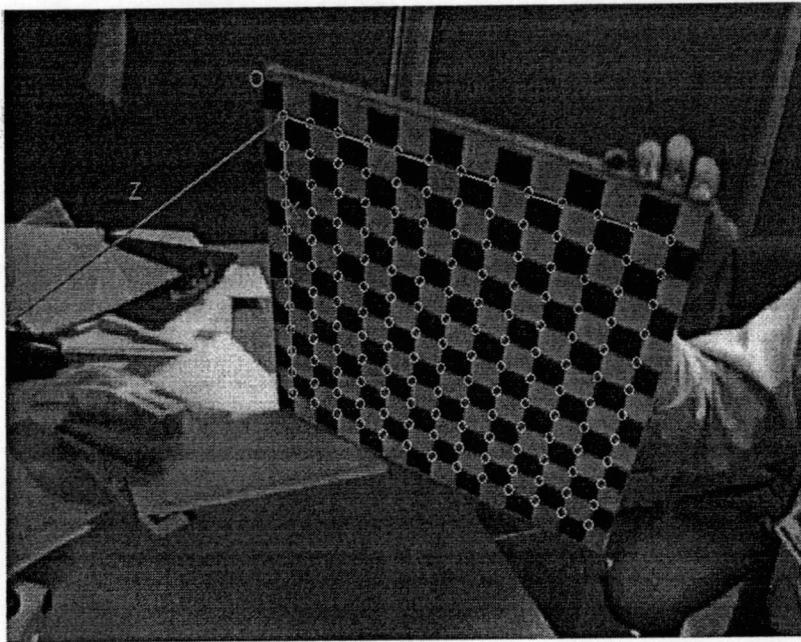
ทำการนอร์มอลไลซ์ให้สมาชิกที่ 3 เป็น 1 เราจะได้สมการ

$$u(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z + m_{34}) = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}z + m_{14} \quad (2.99)$$

$$v(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z + m_{34}) = m_{21}x + m_{22}y + m_{23}z + m_{24} \quad (2.100)$$

ดังนั้นเราจะได้สมการเชิงเส้น 2 สมการสำหรับจุดในฉาก 3 มิติหนึ่งจุดและจุดในภาพ 2 มิติที่สอดคล้องกัน
ทำการเขียนสมการ (2.100) ใหม่ในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -uz & -u \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 & -vx & -vy & -vz & -v \\ & & & & & & \vdots & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \vdots \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0$ <p style="text-align: center;">A M = 0</p>	(2.101)
--	---------



รูปที่ 2.59 ภาพของตารางหมากรุกที่นำมาใช้ในการปรับเทียบกล้อง

จะเห็นว่าเรามีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 11 ตัวแปร แทนที่จะเป็น 12 ตัวแปรเนื่องจากแพดเดอ์การย่อ/ขยายที่ไม่สามารถทราบค่าได้ ในการแก้สมการโฮโมจีเนียสเราต้องใช้อย่างน้อย 6 จุด ถ้ามีมากกว่า 6 จุดเราจะได้สมการ Over-determined ซึ่งสามารถแก้ได้โดยใช้วิธี Least Square หรือใช้การหา Singular Value Decomposition (SVD) ของ A เมทริกซ์ M คือแถวสุดท้ายของ V เมื่อได้เมทริกซ์ M แล้วขั้นตอนต่อไปทำการแยกพารามิเตอร์ภายใน (Intrinsic Parameter) เนื่องจาก

$M = [KR \mid -KRT] = [A \mid B]$	(2.102)

ดังนั้นเมทริกซ์ย่อย 3×3 แทนด้วย A เวกเตอร์คอลัมน์ขวามีชื่อสุดแทนด้วย b เวกเตอร์ที่มีพารามิเตอร์ระยะเคลื่อนที่สามารถแยกออกมาได้ง่ายโดย $t = -A^{-1}b$ เวกเตอร์ t ให้ข้อมูลที่บอกถึงตำแหน่งกึ่งกลางของ Image Plane

จากนั้นพิจารณา $A = KR$ โดยที่ K เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน(Upper Triangle) และเมทริกซ์ R เป็นเมทริกซ์ออร์ทोगอนอล การแยกเมทริกซ์ K และ R สามารถทำได้โดยใช้เทคนิค QR Decomposition สำหรับเมทริกซ์ A

2.5 การทดลองและผลการทดลอง

2.5.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นการทดลองและผลการทดลองของสร้างภาพ 3 มิติด้วยวิธีการปรับเทียบกล้อง โดยจะแบ่งการทดลองออกเป็น 2 ส่วนหลักก็คือการทดลองสร้างภาพ 3 มิติด้วยการจำลองข้อมูลโปรเจคชันจากแบบจำลองในคอมพิวเตอร์ และทดลองสร้างภาพ 3 มิติจากการเก็บข้อมูลโปรเจคชันจากวัตถุจริง

2.5.2 การทดลองโดยการจำลองวัตถุจากคอมพิวเตอร์

ในการทดลองนี้ได้เลือกทำการทดลองกับแบบจำลองวัตถุทรงสี่เหลี่ยมซึ่งมีขนาด 100X100X100 ออกเซล ซึ่งในการทดลองเราจะทำการหาค่าความผิดพลาดและเวลาที่ใช้ในการสร้างของแบบจำลอง 3 มิติที่ได้หลังจากผ่านกระบวนการของการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีการปรับเทียบกล้องกับแบบจำลอง 3 มิติที่เป็นต้นแบบว่ามีค่าความผิดพลาดเท่าไรและใช้เวลาไปเท่าไรเมื่อจำนวนโปรเจคชันมีค่าเปลี่ยนแปลง และสุดท้ายเราจะทำการเปรียบเทียบผลของแบบจำลอง 3 มิติที่ได้จากวิธีของการปรับเทียบกล้องกับวิธีของ Cone beam

โดยวิธีในการหาค่าความผิดพลาดนั้นเราจะใช้สมการของ Mean-Square-Error (MSE) ในการหาค่าความผิดพลาดจะเป็นการหาค่าความผิดพลาดตำแหน่งของวัตถุ โดยสมการของ Mean-Square-Error (MSE) จะถูกแสดงดังสมการที่ (6.1)

$$MSE(\%) = \frac{\iiint [f(x, y, z) - f'(x, y, z)]^2 dx dy dz}{\iiint [f(x, y, z)]^2 dx dy dz} \times 100 \quad (2.103)$$

โดยที่

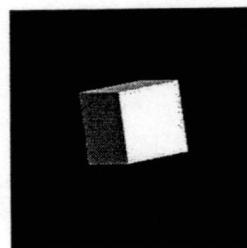
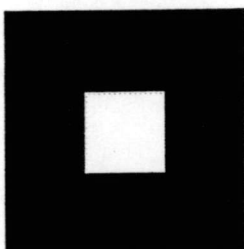
$f(x, y, z)$ คือภาพต้นฉบับ

$f'(x, y, z)$ คือภาพตัดขวางที่ต้องการหาค่าความผิดพลาด

x คือขอบเขตที่สนใจในแกน x

y คือขอบเขตที่สนใจในแกน y

z คือขอบเขตที่สนใจในแกน z

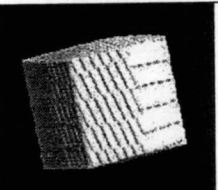
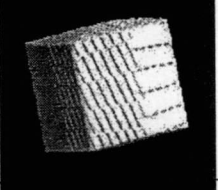
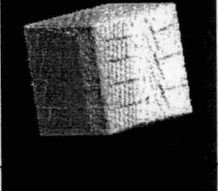
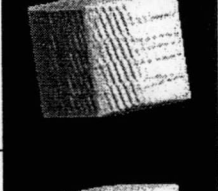
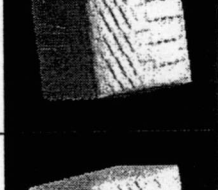
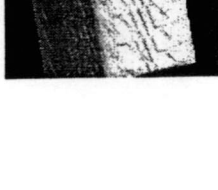


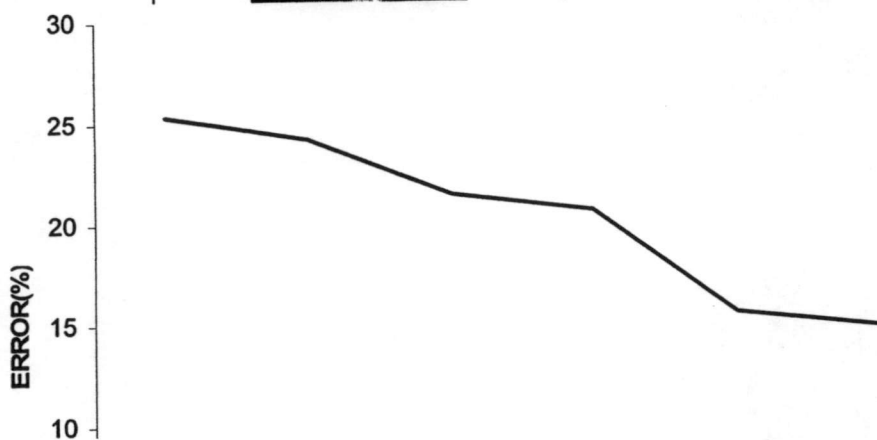
(ก)

(ข)

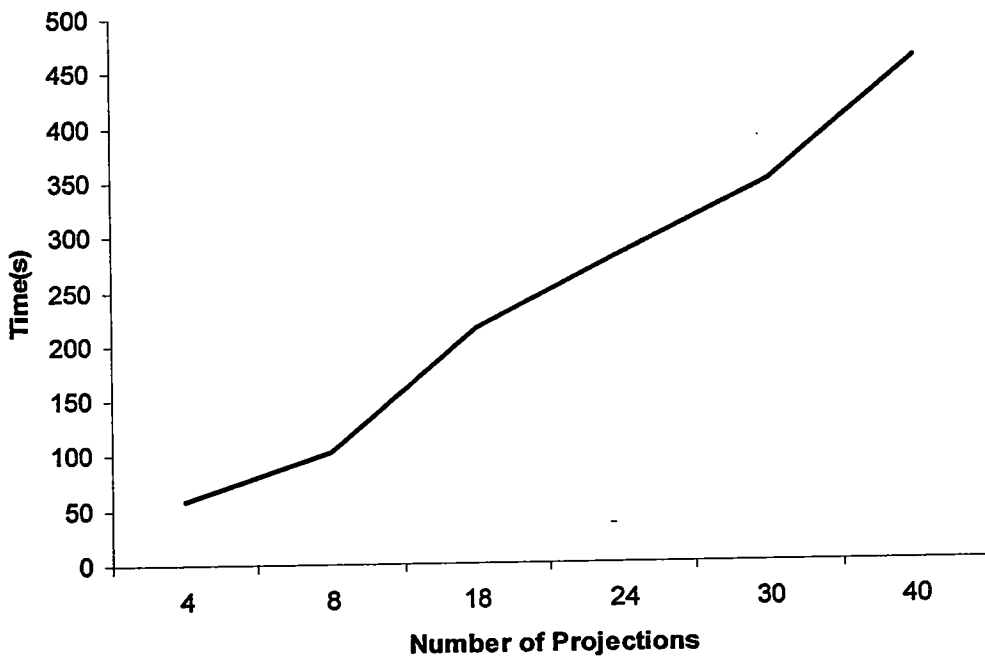
รูปที่ 2.60 (ก) แสดงภาพตัดขวางของแบบจำลองที่เราใช้ในการทดสอบ (ข) แสดงแบบจำลอง 3 มิติ
 หลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริงของแบบจำลองที่เราใช้ทดสอบ

ตารางที่ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ของค่าความผิดพลาดและเวลากับจำนวนโปรเจกชันที่เปลี่ยนแปลง

จำนวน โปรเจกชัน	แบบจำลอง 3 มิติ	ค่าความผิดพลาด (%)	เวลา (s)
4		25.4	58.7
8		24.25	103.2
18		21.48	214.5
24		20.61	281.9
30		15.44	348.1
40		14.7	460



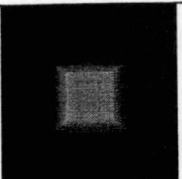
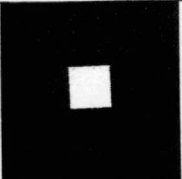
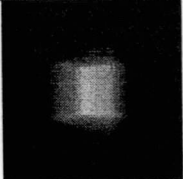
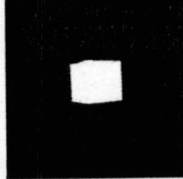
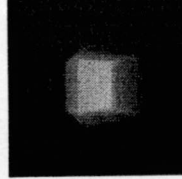
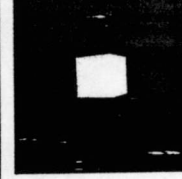
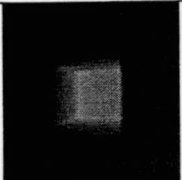
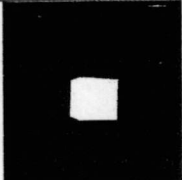
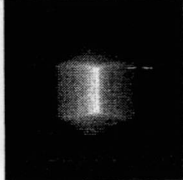
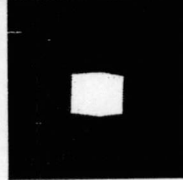
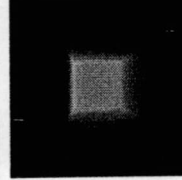
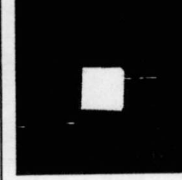
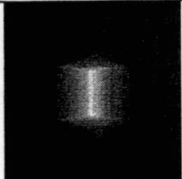
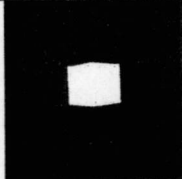
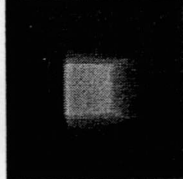
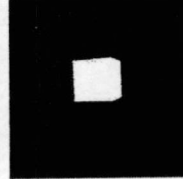
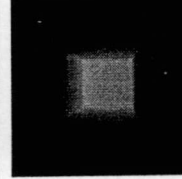
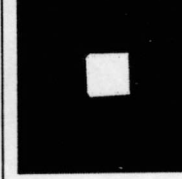
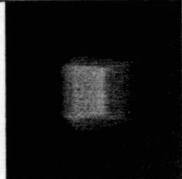
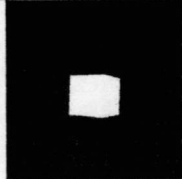
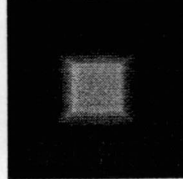
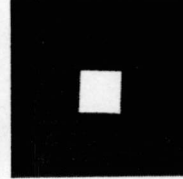
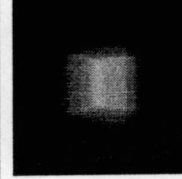
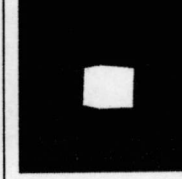
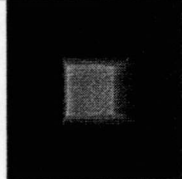
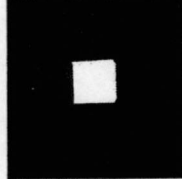
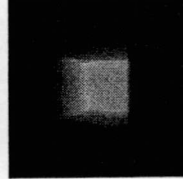
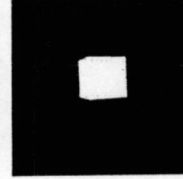
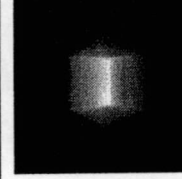
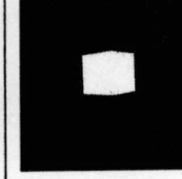
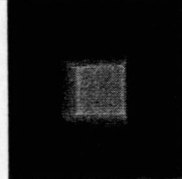
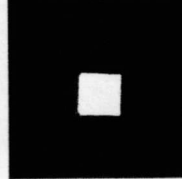
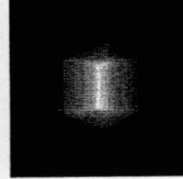
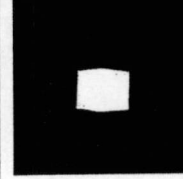
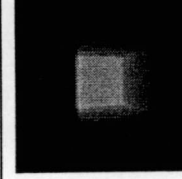
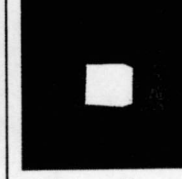
รูปที่ 2.61 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโปรเจคชันที่เปลี่ยนแปลงกับค่าความผิดพลาด



รูปที่ 2.63 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโปรเจคชันที่เปลี่ยนแปลงกับเวลา

ตารางที่ 2.3 แสดงข้อมูลโปรเจคชันของวิธี Cone beam กับวิธีของ Camera Calibration

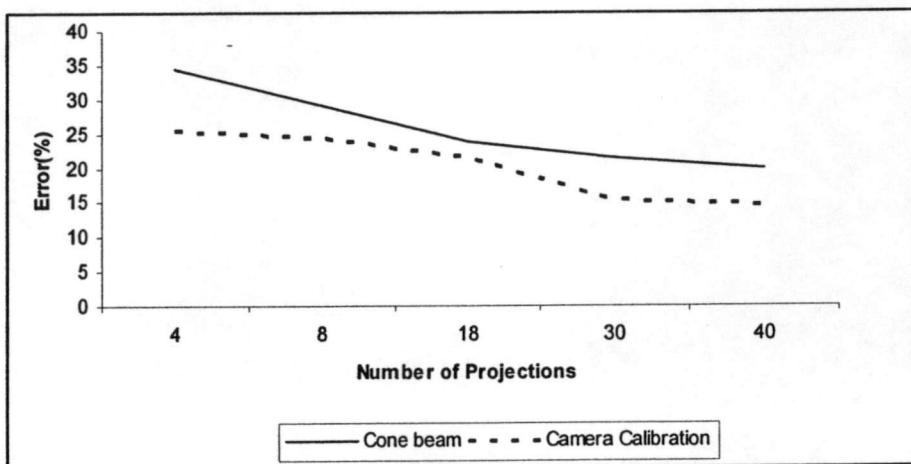
Cone beam	Camera Calibration	Cone beam	Camera Calibration	Cone beam	Camera Calibration
-----------	--------------------	-----------	--------------------	-----------	--------------------

					
โปรเจคชัน 1	โปรเจคชัน 1	โปรเจคชัน 7	โปรเจคชัน 7	โปรเจคชัน 13	โปรเจคชัน 13
					
โปรเจคชัน 2	โปรเจคชัน 2	โปรเจคชัน 8	โปรเจคชัน 8	โปรเจคชัน 14	โปรเจคชัน 14
					
โปรเจคชัน 3	โปรเจคชัน 3	โปรเจคชัน 9	โปรเจคชัน 9	โปรเจคชัน 15	โปรเจคชัน 15
					
โปรเจคชัน 4	โปรเจคชัน 4	โปรเจคชัน 10	โปรเจคชัน 10	โปรเจคชัน 16	โปรเจคชัน 16
					
โปรเจคชัน 5	โปรเจคชัน 5	โปรเจคชัน 11	โปรเจคชัน 11	โปรเจคชัน 17	โปรเจคชัน 17
					
โปรเจคชัน 6	โปรเจคชัน 6	โปรเจคชัน 12	โปรเจคชัน 12	โปรเจคชัน 18	โปรเจคชัน 18

ตารางที่ 2.4 แสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration เปรียบเทียบกับวิธีของ Cone beam

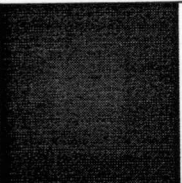
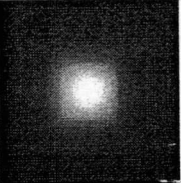
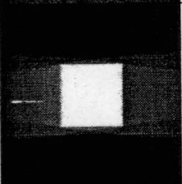
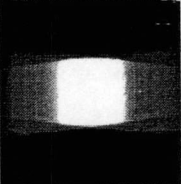
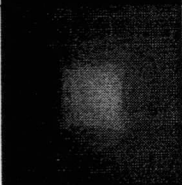
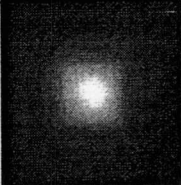
จำนวน โปรเจคชัน	Cone beam	Camera Calibration	ค่าความผิดพลาด (%)

	ชั้นที่ 100	ชั้นที่ 180	ชั้นที่ 100	ชั้นที่ 180	Cone beam	Camera Calibratio n
4					34.56	25.4
8					29.03	24.25
18					23.94	21.48
30					21.42	15.44
40					19.9	14.7



รูปที่ 2.64 กราฟแสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration เปรียบเทียบกับวิธีของ Cone beam ตารางที่ 2.5 แสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration, Cone beam และ Spiral Cone beam ที่จำนวนโปรเจกชัน 40 โปรเจกชัน

	ชั้นที่ 100	ชั้นที่ 180	ค่าความผิดพลาด (%)

Cone beam			19.9
Camera Calibration			14.7
Spiral Cone beam			14

2.5.2 การทดลองสร้างแบบจำลอง 3 มิติจากวัตถุจริง

การทดลองสร้างแบบจำลอง 3 มิตินี้จะทำการทดลองกับข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากการถ่ายภาพด้วยกล้องดิจิตอลรอบๆ วัตถุซึ่งในการทดลองนี้เราจะทำการหาค่าความผิดพลาดของวัตถุจริงกับแบบจำลอง 3 มิติที่สร้างขึ้นมาโดยค่าความผิดพลาดจะเป็นค่าความผิดพลาดของปริมาตรของวัตถุจริงกับแบบจำลอง 3 มิติ โดยเราจะใช้สมการที่(6.2)

$$Error(\%) = \frac{|True - Estimated|}{True} \times 100 \quad (6.2)$$

โดยที่

True คือค่าปริมาตรของวัตถุจริง

Estimated คือค่าปริมาตรของแบบจำลอง 3 มิติที่สร้างขึ้นด้วยวิธีการปรับเทียบกล้อง

ในการวัดค่าความผิดพลาดจะทำการหาค่าปริมาตรของแบบจำลอง 3 มิติที่เราสร้างขึ้นมานั้นเราจะใช้สมการที่ (6.3) ในการหาค่าปริมาตรและในการหาปริมาตรของวัตถุจริงเราใช้วิธีการโดยนำวัตถุที่ต้องการจะทราบค่าปริมาตรแช่ลงในน้ำแล้วนำปริมาณน้ำที่ล้นออกมาหาค่าปริมาตร

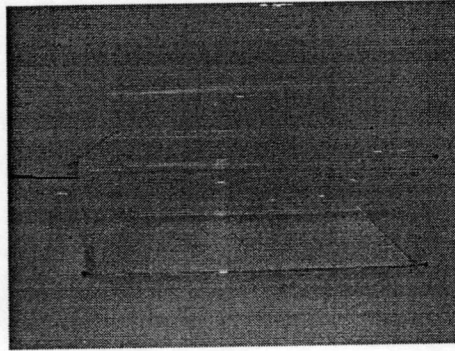
$$Volume = N \times ScaleFactor \quad (6.3)$$

โดยที่

N คือจำนวนวอกเซลที่มีค่ามากกว่าค่าระดับเทรชโฮลด์

Scale Factor คือค่าอัตราส่วนปริมาณทางกายภาพของวอกเซล

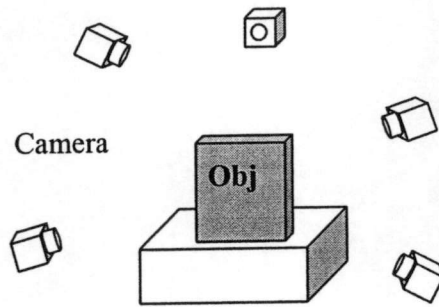
โดยอุปกรณ์ที่ใช้เก็บข้อมูลโปรเจกชันจะประกอบด้วยกล้องข้างอิงขนาดกว้าง 18 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร ซึ่งลักษณะของกล้องจะเป็นกล่องพลาสติกใสเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมดังแสดงในรูป 2.65 กล้องดิจิตอลจะเป็นกล้องดิจิตอลแบบทั่วๆไป



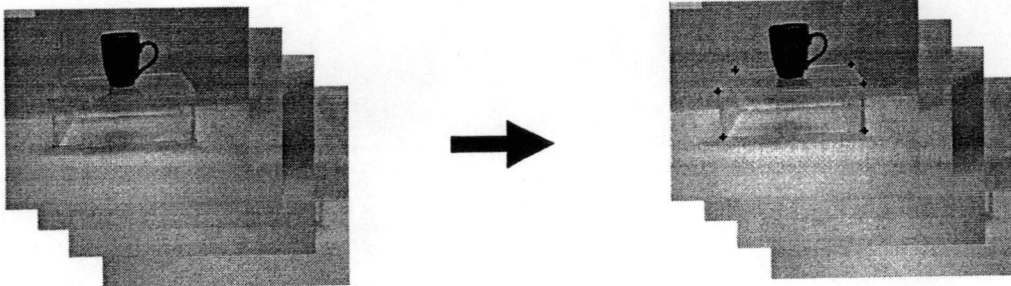
รูปที่ 2.65 กล้องข้างอิง

ขั้นตอนในการทดลอง

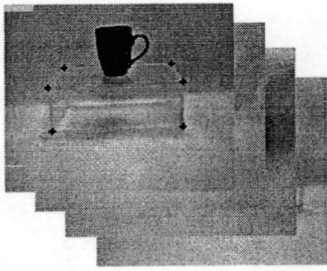
1. เก็บภาพรอบวัตถุโดยใช้กล้องถ่ายภาพรอบวัตถุ



2. นำข้อมูลโปรเจกชันที่ได้มาทำการกำหนดจุดอ้างอิงจากกล้องข้างอิง

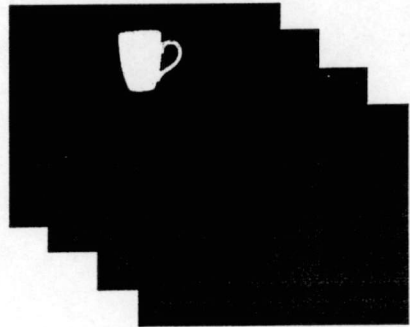
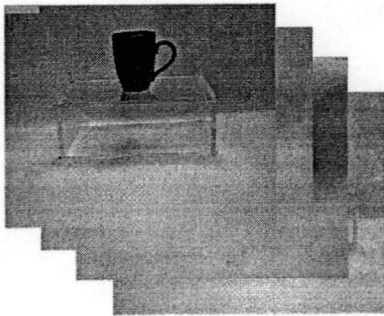


3. ทำการหาค่าเมทริกซ์ M จากข้อมูลในแต่ละโปรเจกชัน



$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -uz & -u \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 & -vx & -vy & -vz & -v \\ & & & & & & & & & & & \vdots \\ & & & & & & & & & & & m_{34} \end{bmatrix} = 0$$

4. นำข้อมูลโปรเจกชันที่ได้มาเปลี่ยนให้เป็นระบบไบนารี

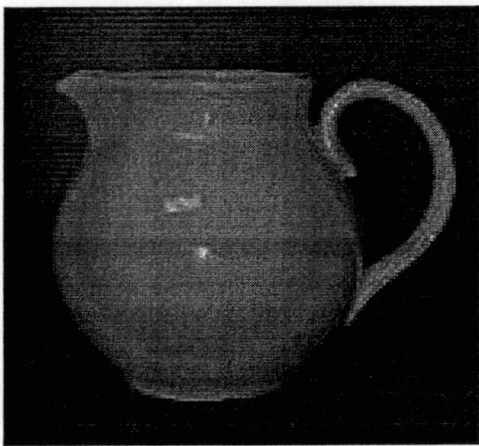


5. ทำการสร้างแบบจำลอง 3 มิติจากข้อมูลโปรเจกชันและค่าเมทริกซ์ M ที่หาได้โดยใช้สมการในการปรับเทียบกล้อง มาใช้ในการสร้างแบบจำลอง 3 มิติ

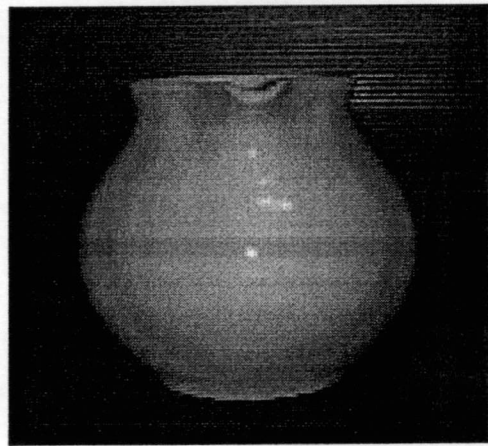
ตารางที่ 2.6 แสดงความผิดพลาดปริมาตรของวัตถุจริงกับแบบจำลอง 3 มิติที่เราสร้างขึ้น

แบบจำลอง	จำนวนโปรเจกชัน	อัตราส่วนปริมาณทางกายภาพ (cm ³ /voxel)	ปริมาตรของวัตถุจริง (cm ³)	ปริมาตรของแบบจำลอง 3 มิติ (cm ³)	ค่าความผิดพลาด (%)
เหยือกน้ำ	24	1×10 ⁻³	415	453	9.2
กาน้ำ	24	1×10 ⁻³	710	827.252	16.5
สุนัข	24	1×10 ⁻³	400	483.248	20.1
หมู	24	1×10 ⁻³	924	1017.643	10.1
แก้ว	40	1×10 ⁻³	510	483	5.3

รูปที่ 2.66 แสดงข้อมูลโปรเจกชันวัตถุรูปเหยือกน้ำ



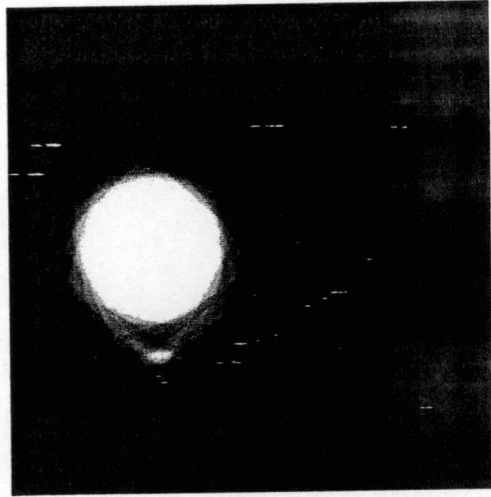
(ก)



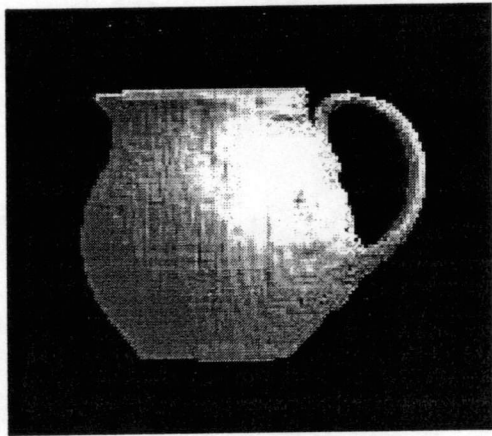
(ข)



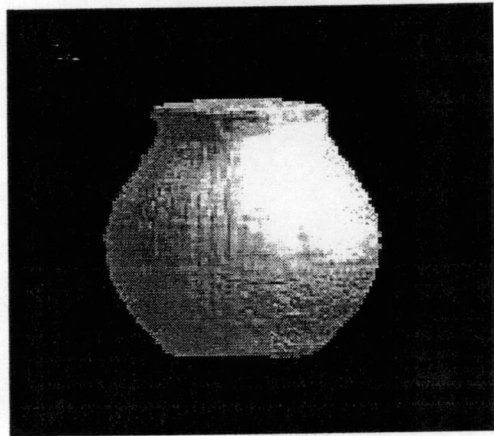
(ค)



(ง)

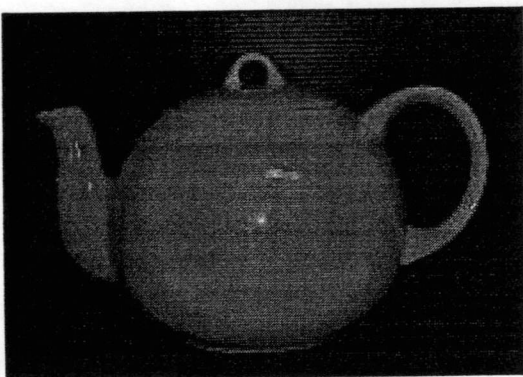


(จ)

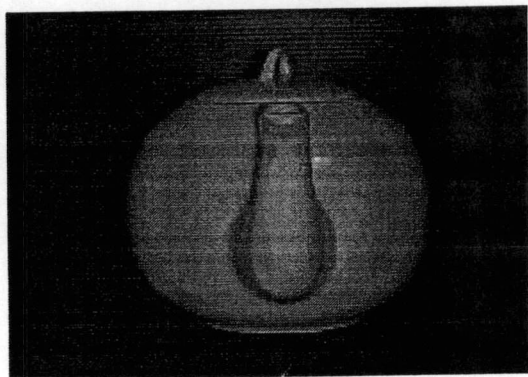


(ฉ)

รูปที่ 2.67 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 110 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 150 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(Az -80 , El 179 , Tw 0) และ (Az -4 , El 181 , Tw 0)



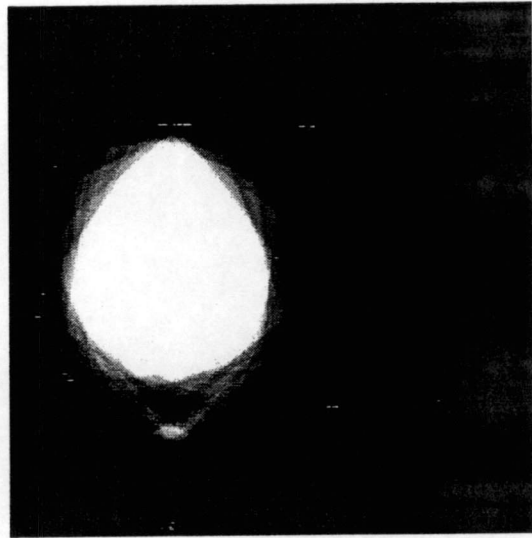
(ก)



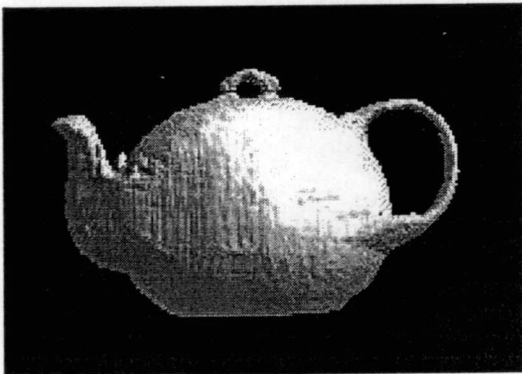
(ข)



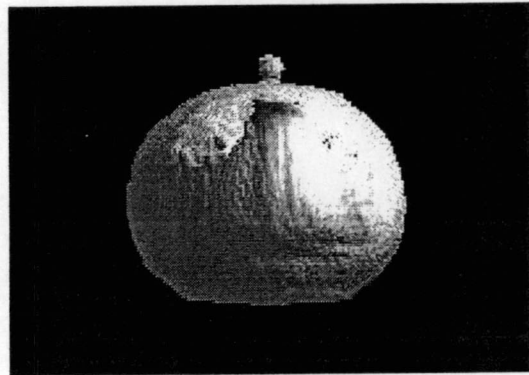
(ค)



(ง)



(จ)

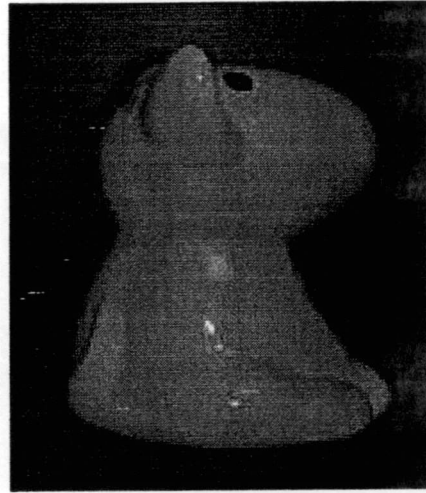


(ฉ)

รูปที่ (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุโลดที่ 110 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุโลดที่ 150 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(Az -83 , El 178 , Tw 0) และ (Az 6 , El 177 , Tw 0)



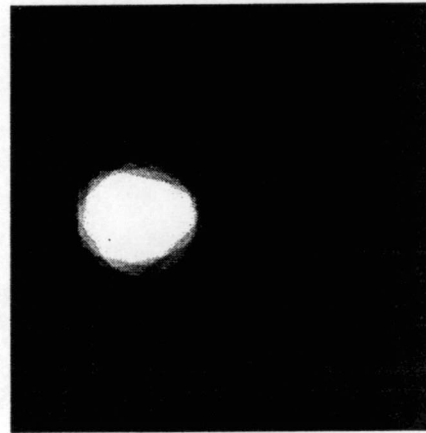
(ก)



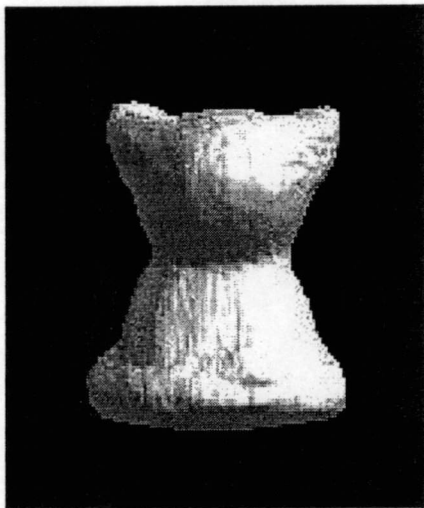
(ข)



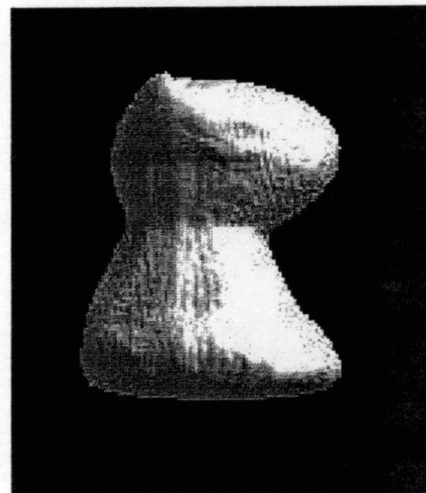
(ค)



(ง)

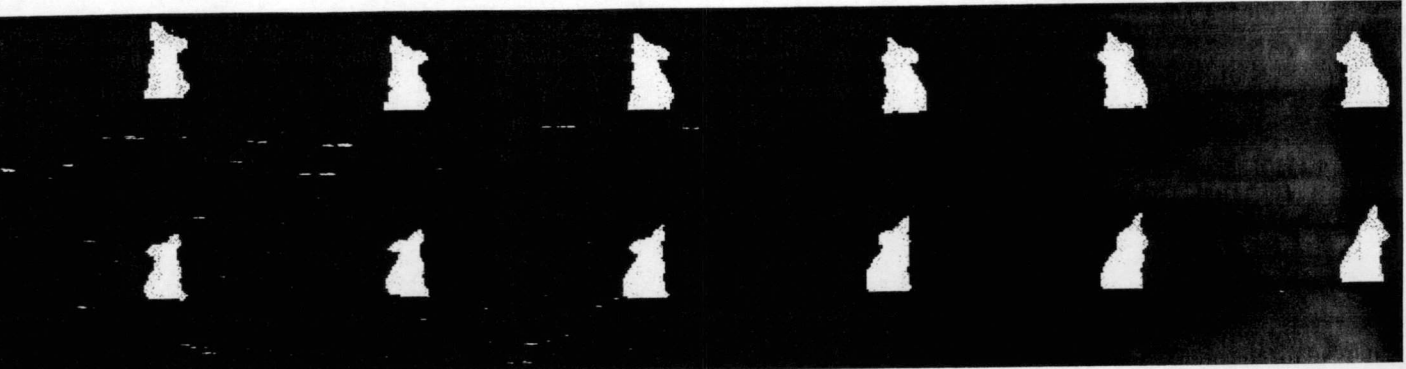


(จ)

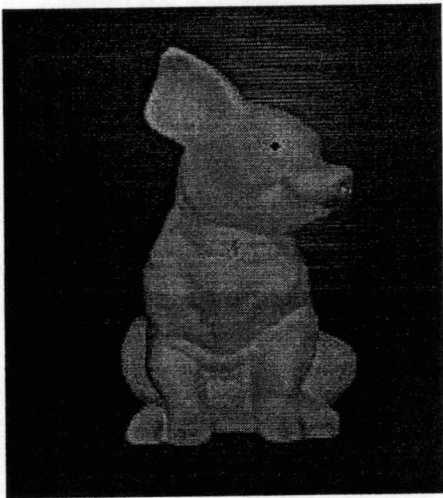


(ฉ)

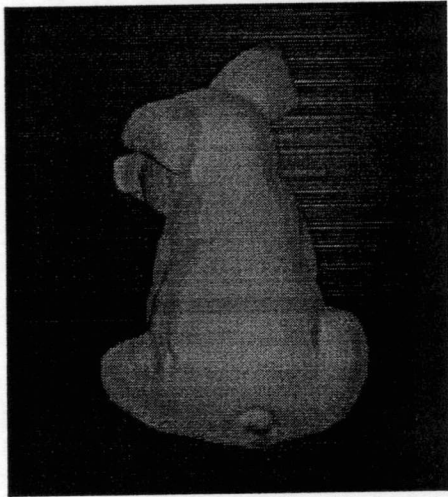
รูปที่ 2.69 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 113 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 186 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเร็นเดอร์ริง(Az -84 , El 181 , Tw 0) และ (Az 8 , El 179 , Tw 0)



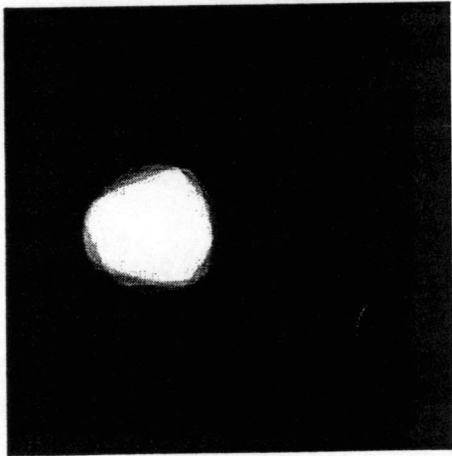
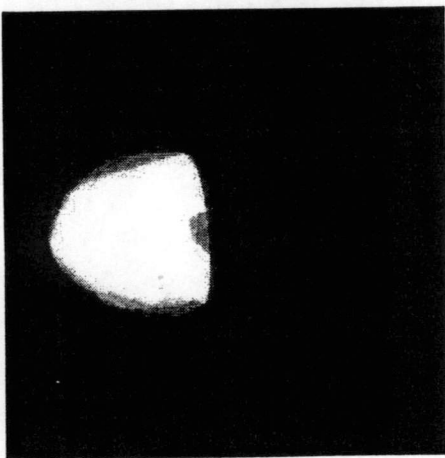
รูปที่ 2.70 แสดงข้อมูลโปรเจกชันวัตถุรูปหมู



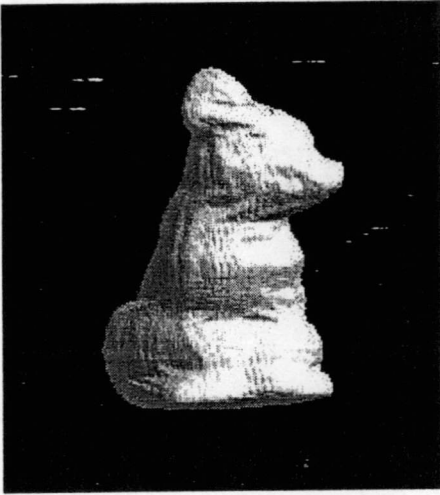
(ก)



(ข)

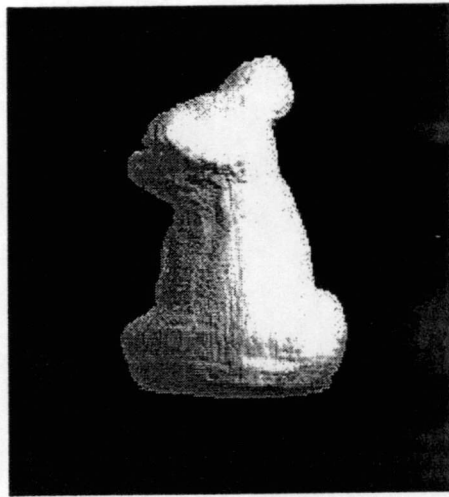


(ค)



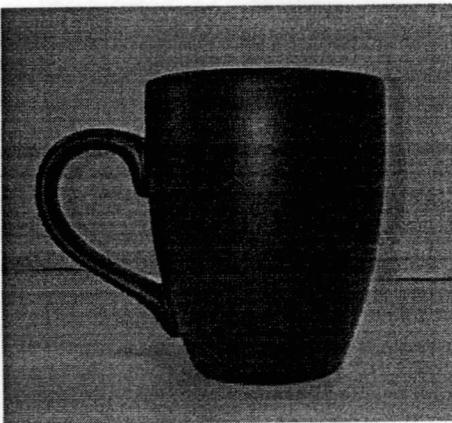
(จ)

(ง)

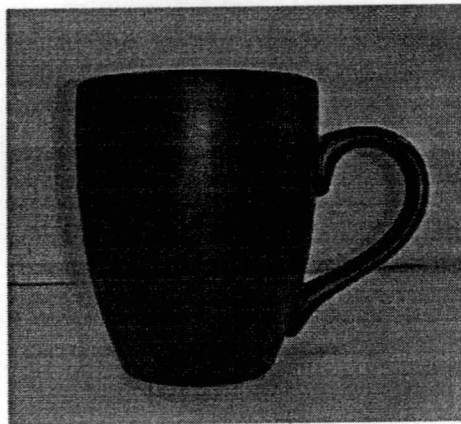


(ฉ)

รูปที่ 2.71 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุไลต์ที่105 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุไลต์ที่ 186 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังจากกระบวนการเรนเดอร์ริง (Az -28 , El 179 , Tw 0) และ (Az 97 , El 181 , Tw 0)



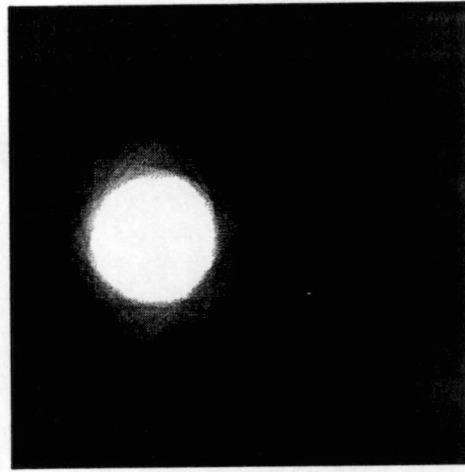
(ก)



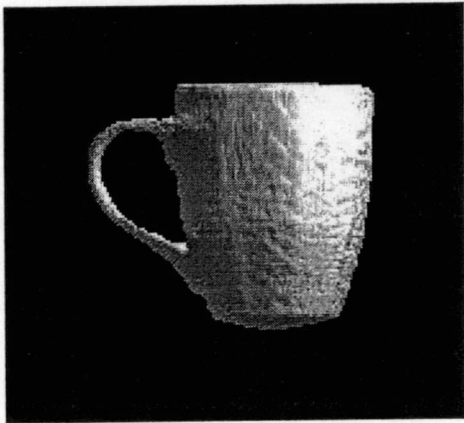
(ข)



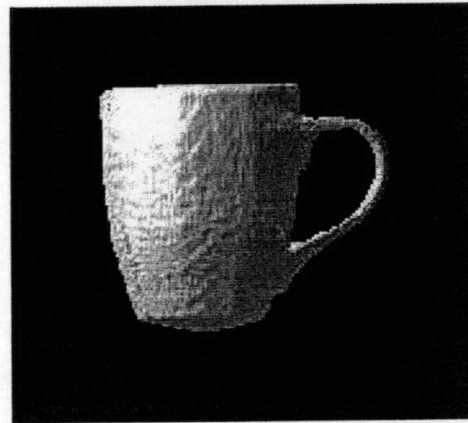
(ค)



(ง)



(จ)



(ฉ)

รูปที่ 2.72 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 160 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 200 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(-Az -274 , El 181 , Tw 0) และ (-Az -74 , El 181 , Tw 0)

บทที่ 3

ข้อวิจารณ์

งานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอการสร้างแบบจำลอง 3 มิติโดยการวางตำแหน่งกล้องอิสระโดยใช้อัลกอริทึมของการปรับเทียบกล้องมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ โดยที่เราจะเปรียบเทียบกับ การสร้างภาพตัดขวางแบบ cone beam ซึ่งการสร้างภาพตัดขวางแบบ cone beam นี้ในการเก็บข้อมูล โปรเจกชันเพื่อที่จะนำมาสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ นั้นระบบที่ใช้ในการเก็บข้อมูลโปรเจกชันนั้นต้อง กำหนดตำแหน่งของกล้องที่จะเก็บผลที่มีตำแหน่งที่แน่นอนโดยไม่สามารถเคลื่อนย้ายได้จนกว่าจะเก็บผล เสร็จ ซึ่งจะต่างกับหลักการของงานวิจัยที่ได้นำเสนอคือ ในงานวิจัยนี้เราได้นำหลักการของการปรับเทียบมา ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากข้อมูลโปรเจกชันที่ได้จากการวางตำแหน่งกล้องอิสระได้ ซึ่งจาก หลักการของการปรับเทียบกล้องนี้ยังมีข้อดีอีกคือระบบที่เราใช้ในการเก็บข้อมูลโปรเจกชันใช้อุปกรณ์ที่ไม่ ซับซ้อนและมีราคาไม่แพงถ้าเปรียบเทียบกับวิธีการสร้างแบบจำลอง 3 มิติแบบอื่นๆ

การดำเนินงานตามโครงการในปีงบประมาณ 2550 นั้น ประสบผลสำเร็จตรงตามวัตถุประสงค์ของ การดำเนินการทุกข้อ และเห็นควรให้การสนับสนุนการดำเนินงานต่อไป

บทที่ 4

สรุปและข้อเสนอแนะ

4.1 สรุปผลการทดลอง

งานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอการสร้างแบบจำลอง 3 มิติโดยการวางตำแหน่งกล้องอิสระโดยใช้อัลกอริทึมของการปรับเทียบกล้องมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ โดยที่เราจะเปรียบเทียบกับการสร้างภาพตัดขวางแบบ cone beam ซึ่งการสร้างภาพตัดขวางแบบ cone beam นี้ในการเก็บข้อมูลโปรเจกชันเพื่อที่จะนำมาสร้างภาพตัดขวางของวัตถุนั้นระบบที่ใช้ในการเก็บข้อมูลโปรเจกชันนั้นต้องกำหนดตำแหน่งของกล้องที่จะเก็บผลที่มีตำแหน่งที่แน่นอนโดยไม่สามารถเคลื่อนย้ายได้จนกว่าจะเก็บผลเสร็จ ซึ่งจะต่างกับหลักการของงานวิจัยที่ได้นำเสนอคือ ในงานวิจัยนี้เราได้นำหลักการของการปรับเทียบมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากข้อมูลโปรเจกชันที่ได้จากการวางตำแหน่งกล้องอิสระได้ ซึ่งจากหลักการของการปรับเทียบกล้องนี้ยังมีข้อดีอีกคือระบบที่เราใช้ในการเก็บข้อมูลโปรเจกชันใช้อุปกรณ์ที่ไม่ซับซ้อนและมีราคาไม่แพงถ้าเปรียบเทียบกับวิธีการสร้างแบบจำลอง 3 มิติแบบอื่นๆ ในงานวิจัยฉบับนี้ได้แบ่งการทดลองออกเป็น 2 ส่วนคือ

ส่วนแรกเป็นการทดลองโดยการจำลองวัตถุขึ้นมาจากคอมพิวเตอร์และทำการจำลองข้อมูลโปรเจกชันจากวัตถุที่เราจำลองขึ้นมาเพื่อนำข้อมูลโปรเจกชันที่ได้มาทำการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยวิธีการปรับเทียบกล้องเพื่อทำการหาค่าความผิดพลาดและค่าเวลาในการสร้างภาพตัดขวางเมื่อจำนวนโปรเจกชันมีการเปลี่ยนแปลงไปโดยค่าความผิดพลาดที่เราหาคือค่าความผิดพลาดของตำแหน่งของวัตถุ ซึ่งจากผลการทดลองจะพบว่าเมื่อจำนวนโปรเจกชันเพิ่มขึ้นค่าความผิดพลาดจะมีค่าลดลงและเวลาที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางจะมีค่าเพิ่มขึ้นซึ่งอาจจะกล่าวได้ว่าค่าความผิดพลาดจะแปรผกผันกับจำนวนโปรเจกชันที่เพิ่มขึ้นและเวลาจะแปรผันตามจำนวนโปรเจกชันที่เพิ่มขึ้น ในการทดลองถัดไปจะเป็นการทดลองสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการปรับเทียบกล้องเทียบกับวิธีการของ cone beam ซึ่งจากการทดลองพบว่าค่าความผิดพลาดของวิธีการปรับเทียบกล้องได้ผลที่ดีกว่าวิธีการของ cone beam เล็กน้อย

ในการทดลองสุดท้ายจะเป็นการทดลองสร้างแบบจำลอง 3 มิติจากวัตถุจริงโดยใช้วิธีการปรับเทียบกล้อง จากการทดลองจะทำการเก็บภาพโปรเจกชันรอบวัตถุที่ต้องการทำการสร้างเป็นแบบจำลอง 3 มิติแล้วนำข้อมูลโปรเจกชันที่ได้มาผ่านกระบวนการสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการปรับเทียบกล้องซึ่งจากการทดลองนี้จะพบว่าวิธีการปรับเทียบสามารถสร้างแบบจำลอง 3 มิติที่ได้จากข้อมูลโปรเจกชันที่ได้จากวางตำแหน่งกล้องอิสระได้ซึ่งค่าความผิดพลาดที่ได้จากการทดลองนี้จะอยู่ที่ประมาณ 20% จากการทดลองนี้เรายังสามารถนำแบบจำลอง 3 มิติที่สร้างขึ้นมาทำการหาค่าปริมาตรของวัตถุได้ซึ่งเป็นการนำเอาการสร้างแบบจำลอง 3 มิติมาประยุกต์ใช้ในการหาปริมาตรของวัตถุ นอกเหนือจากการนำแบบจำลอง 3 มิติมาแสดงผลยังคอมพิวเตอร์

4.2 ข้อเสนอแนะ

1. การถ่ายภาพเก็บข้อมูลโครงเขคชันจำเป็นต้องถ่ายภาพโครงเขคชันให้เห็นจุดอ้างอิงที่กำหนดขึ้นอย่างน้อย 6 จุด
2. การถ่ายภาพเก็บข้อมูลโครงเขคชันมุมก้มที่เหมาะสมควนไม่เกิน 40 องศาเทียบกับแนวดิ่งเพื่อให้ผลที่ได้ดีที่สุด

เอกสารอ้างอิง

- [1] Barnard, S. T. and Fischler, M. A., " Computational Stereo", ACM Computing Surveys, vol. 14, no. 4, pp. 553-572, 1982.
- [2] Dhond, U. R. and Aggarwal, J., " Structure from Stereo- A Review," IEEE Trans. On Syst. Man. and Cybern., vol. 19, no. 6, pp. 1489-1510, 1989.
- [3] Bosch, T., Servagent, N., Chellali, R. and Lescure, M., "Three-Dimensional Object Construction Using a Self-mixing Type Scanning Laser Range Finder, IEEE trans. Instrum. and Meas., vol. 45, no. 5, pp. 1326-1329, 1998
- [4] Sasoni, G., Carocci, M. and Rodella, R., " Calibration and Performance Evaluation of 3-D Imaging Sensor Based on the Projection of Structured Light," IEEE Trans. on Instrum. Meas., vol. 49, no. 3, pp. 628-636, 2000.
- [5] Krattenthaker, W., Mayer, K. J. and Duwe, H. P., " 3D-Surface Measurement with Coded Light Approach", Proc. Öesterr. Arbeitsgem. Musterkennung, vol. 12, pp. 103-1114, 1993.
- [6] Sansoni, G., Carocci, M. and Rodella, R., "3D Vision based on the Combination of Gray Code and Phase Shift Light Projection: Analysis and Compensation of the Systematic Errors," Appl. Opt., vol. 36, pp. 6565-6573, 1999.
- [7] Hu. G. and Stockman, G., " 3-D Surface Solution using Structured Light and Constraint Propagation", IEEE. Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 11, no.4, pp. 390-402, 1989.
- [8] Alitschuler, M. D., " The Numerical Stereo Camera", Proc. Soc. Photo-Opt. Eng. Conf. 2-D Math. Perception, SPIE, WA, vol. 283. 1981.
- [9] Sato, K. and Inokuchu, S., " Three Dimensional Surface Measurement by Space Coding ranfeimaging", Journal of Robotic Systems, vol.2 no. 1, pp. 27-39, 1985.
- [10] Boyer, K. L. and Kak, A. C., " Color-coded Structured Light gor Rapid active ranging, IEEE. Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 9, no.1, pp. 14-28, 1987.
- [11] รศ.ดร.ชูชาติ ปิ่นทวีรัตน์ "เอกสารประกอบการสอนวิชา Digital Image Processing

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
สรุปผลงานภายใต้โครงการฯ

Indirect X-Ray Detector Panel

Using Multiple Camera

T. Chanwimalueang, N. Srisuk and C. Pintavirooj

Research Center for Communication and Information Technology (ReCCIT), and
Department of Electronics, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520 Thailand
kpchucha@kmitl.ac.th

Abstract— This paper presented a design of an x-ray-detector panel using array digital camera. The main components consist of series of digital camera, and image intensifier screen. Image intensifying screen converts x-ray to visible light. The radiogram on the screen is captured with an array of digital camera which is aligned in the similar orientation. To assist the orientation process, camera calibration is used to derive the information of how the individual camera is oriented. The captured images after non-linear distortion correction with thin-plate spline warp and speckle noise removal with median filter are registered to yield the complete radiogram image.

Keywords – x-ray detector, array digital camera

I. INTRODUCTION

X-ray detectors are nowadays common in various quality inspections. They are used for finding foreign objects in food products, checking for missing products in packages, inspecting castings from malformations, checking fill-level, inspecting contents of ones' luggage and constructing cross-section of subject in x-ray CT. X-ray detector can be divided into two classes: those that employ direct methods to convert x-rays into an electrical charge and those that use indirect method. Direct detector use a semiconductor material – amorphous selenium –(a-Se)- to directly convert x-ray photons into an electrical charge. No intensifying screens, intermediate steps or additional processes are required to capture and convert the incident x-ray energy. Many indirect detectors use some type of scintillator to transform the incoming radiation into visible light. The emitted light is then coupled to photo detector device for measurement. To achieve high performance, many coupling techniques to various type of detectors have purposed including (i) the scintillator optically coupled to photomultiplier [1-4], (ii) The scintillator optically coupled to array of a-Si photodiodes and/or photo-transistor [5-6], (iii) Image intensifier which is photomultiplier coated with scintillator optically coupled to CCD (charge coupled device) [7] and (iv) Crystals optically coupled to line array CCD with fiber optic face-plate. [8]

In this paper, the design and construction a low-cost indirect x-ray detector panel is purposed. The system unit consists of an array of digital camera optically coupled

with x-ray scintillation screen. The radiogram on the screen is captured with an array of digital camera, specifically 2x2 cameras. The captured image of individual camera is registered to derive the complete image of radiogram. To facilitating the registration process, each digital camera must be aligned in the similar orientation differed only translation. Camera calibration process is hence needed to acquire the orientation of the camera. The pre-processing and post processing required prior to the registration of the captured image is polynomial warping that corrects the non-linear distortion of the image and the median filtering that removes the salt-and-pepper noise caused by x-rays interacts with the electronic part of the camera respectively.

The paper is organized as follows: Section II is devoted to the non-linear deformation correction which is the crucial pre-process. Section III described the image registration. Section IV explains designed system. The results are given in section V. Conclusion and Discussion is provided in section VI

II. NON-LINEAR DEFORMATION CORRECTION WITH THIN-PLATE SPLINE WARP

The concept of polynomial warp is used to correct the non-linear deformation of the captured image from the image intensifying screen. This subsection is devoted to theory related to Polynomial warp. Let (u_i, v_i) and (x_i, y_i) , $i= 1, 2, 3... n$ be a set of corresponding landmarks in the two images to be registered. We supposed the set of landmarks are related by polynomial transform by the equation

$$u = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 \quad (1)$$

$$v = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 \quad (2)$$

In the matrix form, we write

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ x^2 \\ xy \\ y^2 \end{bmatrix}$$

or

$$U = AX$$

The coefficient matrix A can be recovered using the minimized mean square error (MMSE) as

$$A = (X^T X)^{-1} X^T U \quad (3)$$

Once recovered, the coefficient matrix A can be used to non-linearly transform the deformed image to the target image. Fig. 1 shows the result of polynomial warp that transforms the image in Fig. 1 (a) to (b)

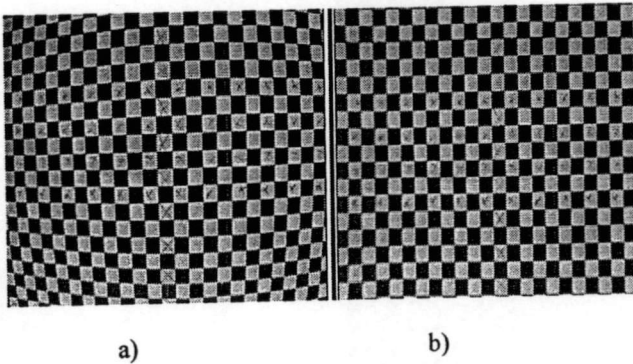


Fig. 1. Non-linear deformation correction of the captured image; a) original; b) result after correction

III. IMAGE REGISTRATION

A 2x2 array of digital camera after perfectly aligned is positioned to capture some parts of the complete image. The common part of the complete image captured by adjacent camera is needed in the registration process. The section overview the basic concept of image registration process

The image transformation is defined by the following equation:-

$$X_i = s_1(M(\bar{t}_i)) \quad (4)$$

$$Y_i = s_2(\bar{t}_i), i=1, \dots, N \quad (5)$$

where \bar{t}_i denotes the spatial location, $s_1(t)$ and $s_2(t)$ denote two original images, $X_i = (X_1, \dots, X_N)$ and $Y_i = (Y_1, \dots, Y_N)$ denote the transformed and normal image, $s_1(M(\cdot))$ denotes a spatial transformation and interpolation of $s_1(\cdot)$. The aim of image registration is to align the transformed

image with the original image. Generally, a similarity model is sufficient to regulate the unregistered images. Therefore, the transformation model M can be formed by multiplication of scaling S , rotation R , and translation T matrices in the order that there is no non-orthogonal scaling.

$$M = S \cdot R \cdot T = \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ dx & dy & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

In the registration process, the 6 unknown parameters in equation (6) are optimized while the validation of registration is measured using correlation coefficient between two aligned images. The correlation coefficient method is most likely able to measure similarity of unregistered images with the simplicity. Given vectorized image X and Y , the correlation coefficient ρ is defined as follows

$$\hat{\rho}_s(X, Y) = \frac{\hat{C}_s(X, Y)}{\sqrt{\hat{\sigma}_x^2 \hat{\sigma}_y^2}}, -1 \leq \hat{\rho}_s(X, Y) \leq 1 \quad (7)$$

where covariance $\hat{C}_s(X, Y)$, variances $\hat{\sigma}_x^2$, $\hat{\sigma}_y^2$, and means \bar{X} , \bar{Y} are defined by

$$\hat{C}_s(X, Y) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \quad (8)$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (9)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \quad (10)$$

Hence, the correlation coefficient method can be used as an objective function which has to be optimized to maximum value.

IV. IMAGING SYSTEM

Fig. 3 shows the designed x-ray detector panel. The system consisted of 4 USB cameras aligned in the 2x2 array and installed on the back plate of the metal box. The USB cameras interface with PC via USB Hub. The 8x10 Inched intensifying screen is attached on the front plate of the box. The distance between the screen and the camera is 15 cm which is the focal depth of the camera lens. To eliminate the speckle noise caused by x-ray interacted with the digital camera, a sheet of lead is placed between the camera and the screen. The hole on the lead sheet with the diameter equal to that of that of the lens is punched. The camera lens is then placed in the center of lead hole at Fig. 4.

V. EXPERIMENTS AND RESULT

Image of chess board is captured by the 2x2 array cameras. The camera calibration of Matlab Toolbox is then used with the chess-board image to get the orientation information of individual camera. The cameras are then aligned to derive perfect alignment. Non-linear distortion of the captured image is performed using TPS. This step is considered as a pre-processing. The partial captured image of the 2x2 images is transformed and registered to get the complete image. The validity of the registration is checked using the correlation coefficient of the intercepted image. The system is then ready to capture the radiogram image on the intensifying screen. Though protected by the lead sheet, the salt & pepper noise is still presence in the image. To completely remove the speckle noise, median filtering – a post-processing- is exercised. Fig 2 shows the result of the pre-processing and post processing. Fig. 5 shows the captured radiogram.

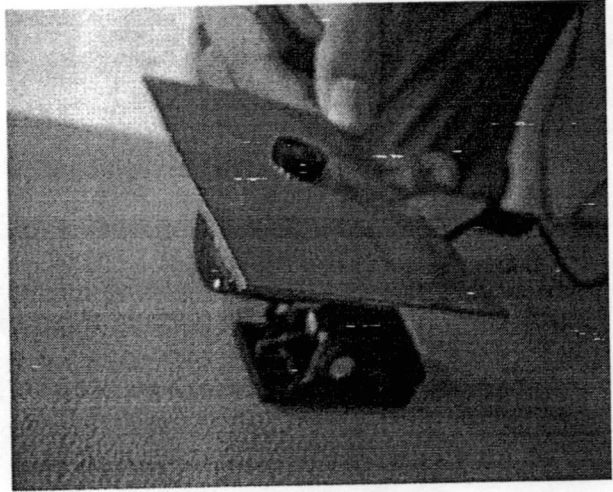


Fig.4 Lead hole is placed at center of camera lens

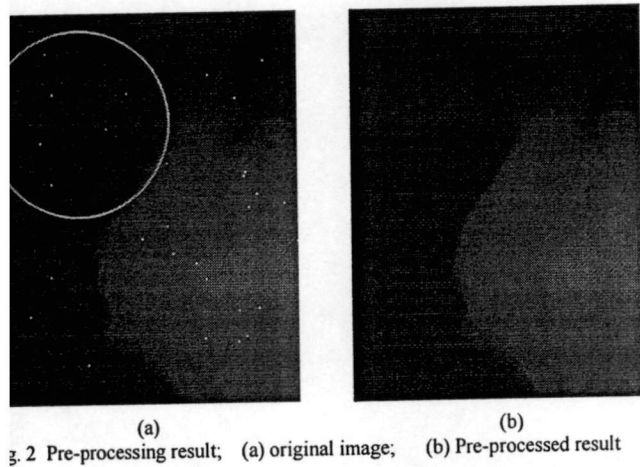


Fig. 2 Pre-processing result; (a) original image; (b) Pre-processed result

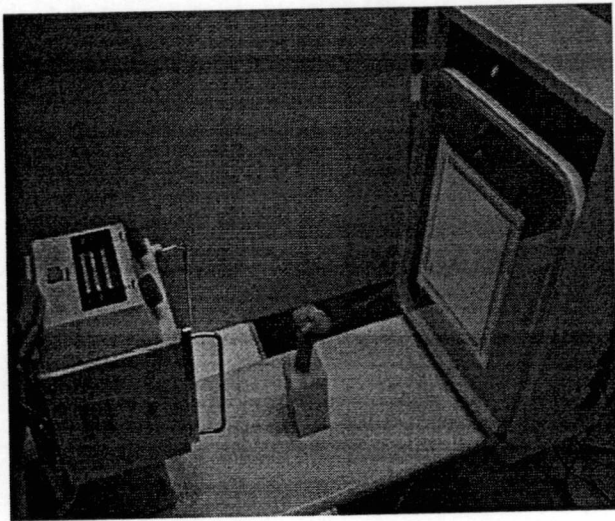
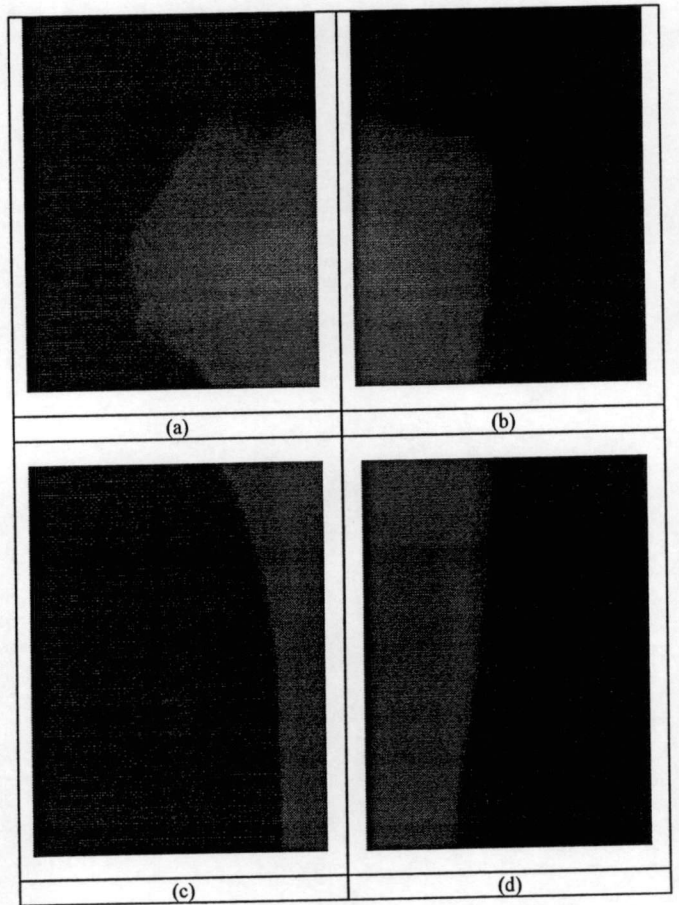
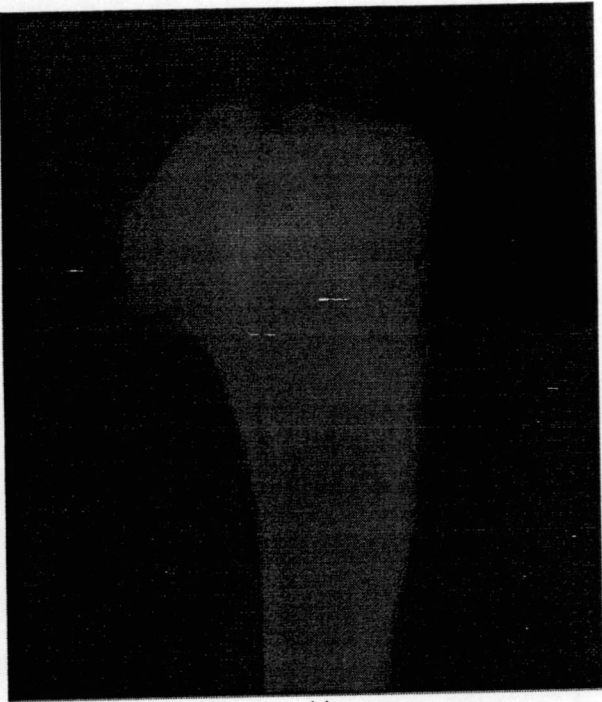


Fig.3. Experiment setup for x-ray source, sample and detector prototype





(e)

Fig 5. (a)-(d) Captured image from a 2x2 array digital camera; (e) Registered image.

VI. DISCUSSION AND CONCLUSION

An x-ray detector panel is studied in this paper. Our detector system consisted of a 2x2 array camera optically coupled with x-ray scintillation screen. The partially captured image from the 4 cameras is registered to increase the captured area. The advantages of our x-ray detector is not only its ease to design but is also provides excellent spatial resolution.

REFERENCES

- [1] G. Eason, B. Noble, and I. N. Sneddon, "On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions," *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, vol. A247, pp. 529-551, April 1955.
- [2] J. Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp.68-73.
- [3] I. S. Jacobs and C. P. Bean, "Fine particles, thin films and exchange anisotropy," in *Magnetism*, vol. III, G.T. Rado and H. Suhl, Eds. New York: Academic, 1963, pp. 271-350.
- [4] K. Elissa, "Title of paper if known," unpublished.
- [5] R. Nicole, "Title of paper with only first word capitalized," *J. Name Stand. Abbrev.*, in press.
- [6] Y. Yorozu, M. Hirano, K. Oka, and Y. Tagawa, "Electron spectroscopy studies on magneto-optical media and plastic substrate interface," *IEEE Transl. J. Magn. Japan*, vol. 2, pp. 740-741, August 1987 [*Digests 9th Annual Conf. Magnetism Japan*, p. 301, 1982].

- [7] M. Young, *The Technical Writer's Handbook*. Mill Valley, CA: University Science, 1989.
- [8] C.R.Smith and J.W.Erker, "Low cost, high resolution x-ray detector system for digital radiography and computed tomography", *Proc. Of SPIE*, Vol.2009, X-ray detector physics and applications, PP.31-35,1993.

Bone Mineral Density and Bone Mineral Content Estimation using Low-Cost X-ray Detector

N.Chuaychunu, Y. Pititheerapab T. Chanwimalueang P. Lertprasert and C. Pintavirooj
Research Center for Communication and Information Technology (ReCCIT), and
Department of Electronics, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520 Thailand
kpchucha@kmitl.ac.th

Abstract— This paper presented a design of a low-cost x-ray-detector using CMOS camera with an application on bone mineral content estimation. The main components consist of CMOS camera, optical lens, and image intensifier screen. CMOS camera offers various advantages including miniature-sized, low power consumption and cost effective. To apply the CMOS camera as x-ray detector, x-ray-to-visible light converter is required. Our key component of x-ray-to-visible light converter is intensifier screen. The application of x-ray detector for bone mineral density (BMD) and bone mineral content (BMC) is also given in this paper. The concept of dual energy x-ray is adopted to estimate the BMD on the finger bone. To compute BMC from BMD, the area of the bone is required. The concept of active contour is applied to estimate the finger-bone area.

Keywords—BMD, BMC, Dual energy x-ray

I. INTRODUCTION

X-ray detectors are nowadays common in various quality inspections. They are used for finding foreign objects in food products, checking for missing products in packages, inspecting castings from malformations, checking fill-level, inspecting contents of ones' luggage and constructing cross-section of subject in x-ray CT. X-ray detector can be divided into two classes: those that employ direct methods to convert x-rays into an electrical charge and those that use indirect method. Direct detector use a semiconductor material – amorphous selenium (a-Se) – to directly convert x-ray photons into an electrical charge. No intensifying screens, intermediate steps or additional processes are required to capture and convert the incident x-ray energy. Many indirect detectors use some type of scintillator to transform the incoming radiation into visible light. The emitted light is then coupled to photo detector device for measurement. To achieve high performance, many coupling techniques to various type of detectors have purposed including (I) the scintillator optically coupled to photomultiplier [1-4], (II) The scintillator optically coupled to array of a-Si photodiodes and/or photo-transistor [5-6], (III) Image intensifier which is photomultiplier coated with scintillator optically coupled to CCD (charge coupled device) [7] and (iv) Crystals optically coupled to line array CCD with fiber optic face-plate. [8]

One of the key factors affecting the performance of the indirect x-ray is the scintillator. The most commonly used scintillator is Gadolinium based phosphor, Cadmium

Tungstate, CdWO₄, and Thallium doped Cesium Iodine, CsI (TI). The new scintillation material includes Gadolinium based ceramic scintillator, such as Gd₂O₂S₂ and Y₂O₃Gd₂O₃ (YGO), which are used in advanced medial CT detector. The suitability of specific application of scintillator depends upon the following characteristics: (1) absorption coefficient, (2) Afterglow and (3) light output. The absorption coefficient and the afterglow of Gadolinium based ceramic scintillator is distinguished when compared with Cadmium Tungstate and Thallium doped Cesium Iodine. Yet Cesium Iodine yields the prominent light output. To coupling scintillator with any photo detector, the spectral characteristics of the light output need to be considered, i.e. the wavelength of the emitted light of the scintillator should match with response of the photo-detector.

In this paper, the design and construction a low-cost indirect x-ray detector is purposed. The system unit consists of a CMOS camera optically coupled with x-ray scintillation screen. We also demonstrate the application of our system for bone mineral density (BMD) and bone mineral content (BMC) on the phalangeal.

The paper is organized as follows: Section 2 is devoted to the specification and design concept of CMOS camera. Section 3 explains the principle of dual energy x-ray and its application to BMD estimation. Section 4 is devoted to active contour which is used to estimate the area of the bone. Experiments and results are given in section 5. Conclusions and Discussion is provided in section 6.

II. X-RAY DETECTOR

X-ray Detector contains three main components (shown in figure 1) which include intensifier screen (to convert X-rays to light), optical lens (to de-magnify the light image down to the size of the CMOS chip), and CMOS camera chip to detect the light image as an electric charge image. The electric charge image is read out of the CCD chip and digitized (converted to binary numbers) then fed into a computer. After geometric and intensity corrections are applied, the resulting data are similar to data from other types of X-ray detectors and can be processed by most standard software packages. The advantages of our x-ray detector is not only its ease to design but is also provides excellent spatial resolution as shown in Figure 2.

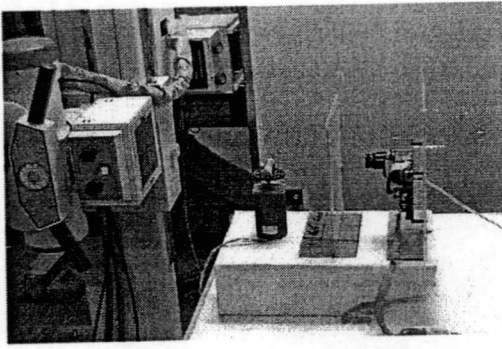


Figure 1. Experiment setup for x-ray source, sample and detector prototype.

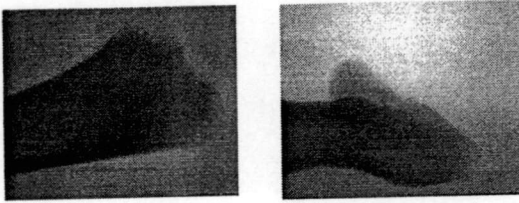


Figure 2. The result image a) Proximal bone b) Distal bone

III. DUAL ENERGY X-RAY

Osteoporosis is the condition that often affects women after menopause but may also found in men. Osteoporosis involves a gradual loss of calcium, causing the bones to become thinner, more fragile and more likely to break. There exist many techniques for measurement bone density, i.e. the important index for osteoporosis, including using ultrasound, laser and x-ray. Our purposed x-ray detector can be applied for the measurement of calcium density which is the key index for bone density using x-ray technology which is today's established standard measurement for bone density. The subsection is devoted to the basis principle

If we traverse the x-ray energy to the object and measure the transmitted x-ray denoted as I , we can have the relation. before you begin to format your paper, first write and save the content as a separate text file. Keep your text and graphic files separate until after the text has been formatted and styled. Do not use hard tabs, and limit use of hard returns to only one return at the end of a paragraph. Do not add any kind of pagination anywhere in the paper. Do not number text heads-the template will do that for you.

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (1)$$

Where x in the thickness of the object traversed by x-ray and μ is the mass attenuation coefficient. We can linearize equation (1) as

$$I = I_0 \exp - (\mu_s M_s + \mu_B M_B) \quad (2)$$

Now if we radiate 2 level x-ray energy, I_{01} and I_{02} measure the transmitted x-ray I' and I respectively, we can derive the following 2 equation.

Low energy:

$$I' = I'_0 \exp - (\mu'_s M_s + \mu'_B M_B) \quad (3a)$$

High energy:

$$I = I_0 \exp - (\mu_s M_s + \mu_B M_B) \quad (3b)$$

Where M is the area density, subscripts B and S respectively denote bone and soft tissue. Equations (3a) and (3b) are simplified by writing V in place of the logarithmic.

Transmission factor $\ln - (I_0)$, giving.

$$V' = (\mu'_s M_s + \mu'_B M_B) \quad (4a)$$

$$V = (\mu_s M_s + \mu_B M_B) \quad (4b)$$

$$BMD = M_s = \frac{V' - kV}{\mu_B - k\mu_B} \quad (5)$$

Where:

$$k = \mu'_s / \mu_s$$

The Equation 5 show the BMD determination which relate to the difference of averaged intensity which measured at high and low energy of the x-ray image captured.

BMC can be derived by dividing BMD by the area. The next subsection describes the active contour which is used to segment the bone prior to estimate the area.

IV. ACTIVE CONTOUR

A parametric active contour or snake is a curve, with parameter $s \in [0, 1]$. The curve can move on the image plane under the influence of two types of forces - internal and the external forces. The former constrains the snake to be smooth while the latter guides the snake to seek desirable image properties, such as edges. The external forces are computed from the image data. Such an active contour model seeks to minimize the following functional [11]

$$E(X) = \int_0^1 \frac{1}{2} [\alpha |x'(s)|^2 + \beta |x''(s)|^2] + E_{ext}(x(s)) ds \quad (6)$$

Where terms in the bracket associated with internal energy and E_{ext} is external energy. The $x'(s)$ and $x''(s)$ of the energy control the smoothness and the rigidity of the contour respectively by exercising on the parameter α and β respectively.

In order to attract snakes to salient features in images, the external energy is needed. The typical external energy designed to lead an active contour toward object boundaries [1] are

$$E_{ext}^1(x, y) = -|\nabla I(x, y)|^2 \quad (7)$$

$$E_{ext}^2(x, y) = -|\nabla G_\sigma(x, y) * I(x, y)|^2 \quad (8)$$

Where $I(x, y)$ is a gray-level image, G_σ is a two dimensional gaussian function with standard deviation σ and ∇ is the gradient operator. The key problem of a traditional external force is its limited capture range. Increasing σ can enlarge the capture range but the larger σ will result in inaccurate boundary localization. Several methods such as distance potential force [12], gradient flow vector force [13] has been proposed to significantly increase the capture range of a traditional snake. But they all use only edge information.

Gradient flow vector force is derived by the following energy function

$$E_{GVF}(u, v) = \frac{1}{2} \iint g(|\nabla f|) (u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) dx dy + \frac{1}{2} \iint (1 - g(|\nabla f|)) ((u - f_x)^2 + (v - f_y)^2) dx dy \quad (9)$$

Where $f(x)$ is the edge map and g is a decreasing function of the gradient magnitude defined as

$$f(x, y) = -|\nabla G_\sigma(x, y) * I(x, y)|^2 \quad (10)$$

$$g(|\nabla f|) = \exp\left(-\left(\frac{|\nabla f|}{k}\right)\right) \quad (10)$$

Solving (7) derives the Gradient Vector Flow Field (GVF) force field (ova) that minimize (4).

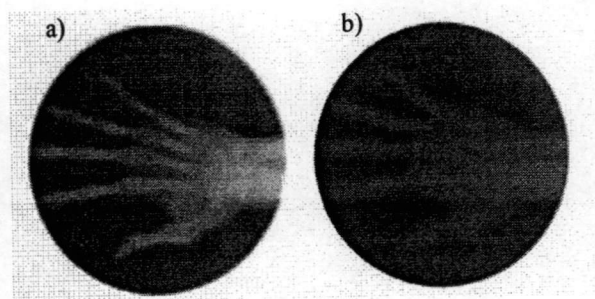


Figure 3. Digital DXA images of hand: a, low energy and b, high energy.

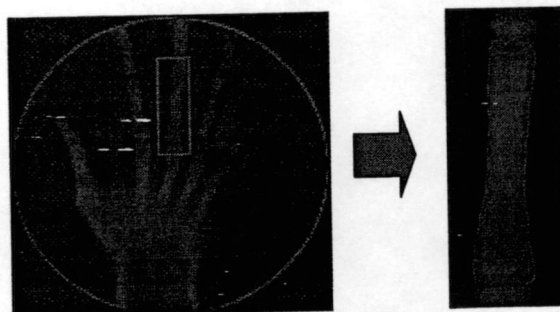


Figure 4. Images of the middle phalangeal of the third finger of a subject shows result of active contour

TABLE I. RESULTS OF BONE MINERAL DENSITY (BMD) AND BONE MINERAL CONTENT (BMC) OF PHANTOMS.

Ingredient Plaster Power / Water / Calcium (g/cc/g)	BMD g/cm	BMC (g)
40 / 80 / 10	0.2245	12.5727
40 / 80 / 20	0.3461	19.3847
40 / 80 / 30	0.5249	29.3996
40 / 80 / 40	0.7134	39.9538
40 / 80 / 50	0.8611	48.2229
40 / 80 / 60	1.0328	57.8416
40 / 80 / 70	1.2653	70.8574
40 / 80 / 80	1.4516	81.2940
40 / 80 / 90	1.6139	90.3785
40 / 80 / 100	1.7873	100.0943

TABLE II. RESULTS OF BONE MINERAL DENSITY (BMD) AND BONE MINERAL CONTENT (BMC) OF PHALANGEAL.

Ingredient Plaster Power / Water / Calcium (g/cc/g)	BMD g/cm	BMC (g)
1	0.7245	12.5727
2	0.8461	19.3847
3	0.5249	29.3996
4	0.7134	39.9538
5	0.8611	48.2229

The active contour is used to extract bone structure as general segmentation scheme such as threshold fails to segment the bone. To implement the active contour, the Gaussian kernel is first filtered to smooth the digitized radiograph image, the edge detection is then performed followed by computing the Gradient Vector Flow (GVF). The GVF is then used as external force in equation (7) to drive the initial contour (circle contour) to fit the contour of the bone. Figure 4 show the result of segmentation using active contour.

V. EXPERIMENTS AND RESULTS

To calibrate the system, ten phantoms of calcium powdered mixed with the plaster mixture has been fabricated. The concentration of calcium and hence the quantity in each phantom is known. Each phantom is radiated with 2-level x-ray energy 60 kV_p and 78 kV_p.

The result which is in the linear response of the detector. The BMD and BMC have been computed and tabulated. Table show the detail. Figure 5 shows the graph of The BMD and BMC values versus calcium density.

The purposed x-ray detector is then applied to estimate bone mineral density (BMD) and bone mineral content (BMC) on the phalange. The results are shown in table 2.

VI. CONCLUSION AND DISCUSSIONS

An x-ray detector is studied in this paper. Our detector is a CMOS camera optically coupled with x-ray scintillation screen. The advantages of our x-ray detector is not only its ease to design but is also provides excellent spatial resolution. We also applied our designed x-ray detector for estimating the bone mineral density (BMD) and bone mineral content (BMC) on the phalangeal. The results are very promising.

REFERENCES

- [1] G. Eason, B. Noble, and I. N. Sneddon, "On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions," *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, vol. A247, pp. 529-551, April 1955.
- [2] J. Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp.68-73.
- [3] I.S. Jacobs and C.P. Bean, "Fine particles, thin films and exchange anisotropy," in *Magnetism*, vol. III, G.T. Rado and H. Suhl, Eds. New York: Academic, 1963, pp. 271-350.
- [4] K. Elissa, "Title of paper if known," unpublished.
- [5] R. Nicole, "Title of paper with only first word capitalized," *J. Name Stand. Abbrev.*, in press.
- [6] Y. Yorozu, M. Hirano, K. Oka, and Y. Tagawa, "Electron spectroscopy studies on magneto-optical media and plastic substrate interface," *IEEE Transl. J. Magn. Japan*, vol. 2, pp. 740-741, August 1987 [Digests 9th Annual Conf. Magnetism Japan, p. 301, 1982].
- [7] M. Young, *The Technical Writer's Handbook*. Mill Valley, CA: University Science, 1989.
- [8] C.R. Smith and J.W. Erker, "Low cost, high resolution x-ray detector system for digital radiography and computed tomography", *Proc. Of SPIE*, Vol.2009, X-ray detector physics and applications, PP.31-35, 1993.
- [9] <http://www.micron.com/imaging>.
- [10] M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models," *Proceedings of First International Conference on Computer Vision*, pp. 321-331, 1987.
- [11] C. Xu and J.L. Prince, "Snakes, shapes, and gradient vector flow," *IEEE Trans. Image Processing* vol. 7, pp. 359-369, 1998.
- [12] C. Xu and J.L. Prince, "Generalized gradient vector flow external force for active contours," *Signal Processing*, vol. 71, pp. 131-139, 1998.
- [13] J.C. Adams, On the value of Euler's constant, *Proc. Roy. Soc. London*, (1878), vol. 27, p. 88-94. G. Eason, B. Noble, and I. N. Sneddon, "On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions," *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, vol. A247, pp. 529-551, April 1955. (*references*)
- [14] J. Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp.68-73.
- [15] I. S. Jacobs and C. P. Bean, "Fine particles, thin films and exchange anisotropy," in *Magnetism*, vol. III, G. T. Rado and H. Suhl, Eds. New York: Academic, 1963, pp. 271-350.
- [16] K. Elissa, "Title of paper if known," unpublished.
- [17] R. Nicole, "Title of paper with only first word capitalized," *J. Name Stand. Abbrev.*, in press.
- [18] Y. Yorozu, M. Hirano, K. Oka, and Y. Tagawa, "Electron spectroscopy studies on magneto-optical media and plastic substrate interface," *IEEE Transl. J. Magn. Japan*, vol. 2, pp. 740-741, August 1987 [Digests 9th Annual Conf. Magnetism Japan, p. 301, 1982].
- [19] M. Young, *The Technical Writer's Handbook*. Mill Valley, CA: University Science, 1989.

3D Modeling from Multiple Projections with Arbitrary-posed Camera

S. Gimjumba, W. Narkbuekaew, M. Sangworasil, C. Pintavirooj

Department of Electronics, Faculty of Engineering,
and Research Center for Communications and Technology (ReCCIT)
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang Bangkok 10520, Thailand
kpchucha@kmitl.ac.th, ksamanas@kmitl.ac.th

Abstract

Tomographic imaging is a technique for exploration of a cross-section of an inspected object without destruction. In this research, the series of photographs taken around the opaque object under the ambient light is completely served as the projections- the so-called photographic tomography. From the process of tomography, the outcome is the stack of pseudo cross-sectional image. Not the internal of cross section is authentic, but the edge or contour is valid. In this paper, the concept for 3D modeling using photographic tomography was extended to the case where the camera pose can be varied arbitrary. In such case, camera pose is determined using general camera modeling technique. The extracted geometric transform matrix is used to reorient reconstructed data before implementing the traditional tomographic process. The simulation result is very promising.

Keywords: Image Reconstruction, 3D Rendering, Photographic Tomography

1 Introduction

Shape extraction is the first step of many 3D applications, including a 3D modelling, object recognition, robot navigation, machine inspection, geometry measurement, and so on. To satisfy these applications, it requires an appropriate shape extraction method. Nowadays, several shape extraction systems are proposed, and each one is suitable in the limited range of applications. Some of those include stereo disparity [2, 8], laser range finder [1, 3-4, 7, 21], structured light [5, 10, 15, 18], shape from shading [11, 13-14, 19-20], optical flow [6, 12, 16], etc.

In the tomographic process, by directly replacing the projections of an object with the silhouetted photographs from sufficient viewpoints, one can acquire the pseudo cross-sections of an object, which means that only the outlines are correct, regardless to the internal regions [12, 18]. Therefore, the photographic tomography could be inferred as the one of a shape extraction system capable of reconstructing the volumetric data of an object from the sequence of photographs taken around the object. The advantages of the shape extraction using photographic tomography are as the following:-

- Giving the full 3D shape of an object in an individual process with neither image registration nor other supplementary techniques.
- Disregarding to both material property and light position.
- Using locally available, less complicated, and affordable equipment.
- Working on a simple and well-developed reconstruction problem.
- Having an ability to adjust the accuracy, depending on the resolution of photographs.

Nevertheless, the prerequisites of tomographic process applied to photographs for 3D shape extraction that should be denoted here are as the following:-

- The inspected object is a convex shape, or not a totally concave occlusion.
- The center of a rotation and the center of photographs is an identical line.
- For easily segregating the object from a background, the color of background is recommended to be contrasting.

In this research, the concept of photographic tomography is applied for the system where the camera orientation can be varied arbitrarily and hence does not require the sophisticated circular scanning system. The process is divided into 2 steps: (i) the camera calibration to determine the intrinsic and extrinsic parameters of the camera and (ii) modified tomographic process to reconstruct the pseudo cross-section of the object.

This work is organized as the following: - Section 2 discusses theory involved in tomography in various beam geometry. The camera model is discussed in section 3. Experiments and results are provided in section 4. Discussions and conclusions are given in section 5.

2 Reconstruction Algorithm

An important problem in image processing is to construct a cross section of an object from several images of its trans-axial projection- a so-called tomographic process. A projection $P_{\theta}(t)$ is a shadowgram obtained by illuminating an object with an electromagnetic source, such as x-ray in CT, γ -ray in PET and SPECT, etc. In the case of photographic tomography, the silhouetted photographs are served as projection data

2.1 Tomographic Image Reconstruction from Projection and Parallel-beam Tomography.

The goal of image reconstruction is to obtain an image $f(x,y)$ of a cross section of the object from the projections. When the object is placed at the long distance, the ray of light reflected from the object to the camera can be approximated as a parallel ray. In such case the parallel-beam tomography can be applied. The equation for the parallel-beam algorithm is rewritten as

$$f(x,y) = \int_0^\pi P'_\theta(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (2.1)$$

where $f(x,y)$ is the cross-sectional function, $P'_\theta(t)$ is the one-dimensional silhouetted projection, and θ is the rotational angle. Equation (2.1) is called a backprojection process. Figure 1. To demonstrated the backprojection process for parallel beam trajectory.

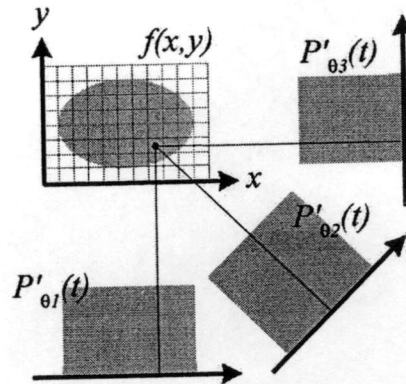


Figure 1 Parallel-beam backprojection of silhouetted projections

2.2 Tomographic Image Reconstruction from Projection and Cone-beam Tomography.

In general, image reconstruction algorithm can also be classified based on the geometry of the beam into parallel-beam, fan-beam and cone-beam tomography. While the projection data for the parallel-beam tomography is a 1D vector, the projection data for the cone-beam tomography is a 2D array. The well-known algorithm for cone-beam tomography is called Feldkamp cone-beam tomography [9, 17]. The Feldkamp algorithm based on 3D filtered backprojecton. The generalized cone beam image reconstruction is expressed as follows:

$$f(x,y,z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{D_{SO}^2}{(D_{SO}-s)^2} R_\beta \left(\frac{D_{SO}t}{D_{SO}-s}, \frac{D_{SO}z}{D_{SO}-s} \right) d\beta \quad (2.2)$$

where $f(x,y,z)$ is the volumetric data, $R_\beta(p, \zeta)$ is the two-dimensional silhouetted projection, β is the rotational angle, D_{SO} is the cone distance, and (t,s) are the coordinates which are rotated from (x,y) . The 2D image taken from the camera normally is served as the projection data for Cone-beam photo-graphic tomography

3 Camera Modelling

A photograph taken by a camera undergoes a linear transformation from the 3D projective space ρ^3 to the

2D projective space ρ^2 which can be described by the equation:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = K [I_3 | O_3] \begin{bmatrix} R & -T \\ O_3^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\text{or } \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \text{ where } M = [KR | -KRT]$$

A scene point $[X_s Y_s Z_s 1]^T$ is expressed in a world Euclidean co-ordinate system (see figure 2) and $[x_i y_i z_i]^T$ is the image of a scene point in pixel unit in camera coordinate system. Matrix K in equation (3.1) is the camera calibration matrix

$$K = \begin{bmatrix} fa & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & fb & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

where f is the focal length of the projection, a and b is the conversion factor from physical unit to pixel unit and (u_0, v_0) is the principal point of the projection.

Matrix R and T contributes to the extrinsic parameter of the camera. Rotation matrix R expresses three elementary rotations of camera Euclidean co-ordinate axes with respect to the world Euclidean Coordinate system- rotation along x, y and z are termed pan, tilt and roll respectively. Translation vector T gives three elements of the translation of the origin of the world co-ordinate system with respect to camera co-ordinate system. To obtain M , observe each known point $X=[x y z 1]^T$ and its corresponding 2D image point $[u v w]^T$ yield an equation

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -uz & -u \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 & -vx & -vy & -vz & -v \\ & & & & & & & & & & & \vdots \\ & & & & & & & & & & & m_{34} \end{bmatrix} = 0$$

or $AM=0$ (3.3)

If n such points are available, A will be of size $2n \times 12$. To solve for M , perform Singular Value Decomposition (SVD) of A to derive $A=UDV^T$. The last column of v is the solution for M . To separate extrinsic parameter, observe that M can be written as $M=[A|b]$ then $T = -A^{-1}b$. To determine R , we decompose A into a product of two matrices K and R using QR decomposition

In this paper, multiple photographs are taken at arbitrary pose around the object. At any position, the camera calibration is performed to extract matrix M (and hence matrix R) prior to capture the photograph of reference object (cube). This can be done by analysing the photograph of reference object where the known coordinate placed at the same position of the object as shown in figure 3.

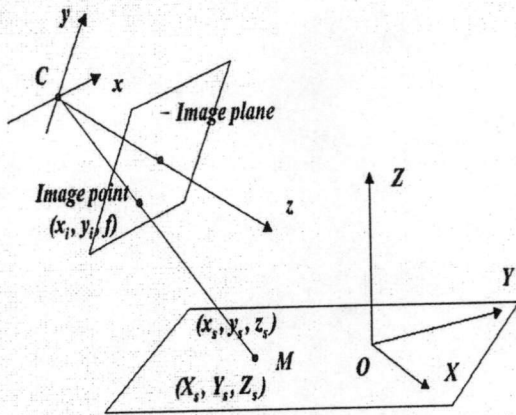


Figure 2 Camera coordinate system

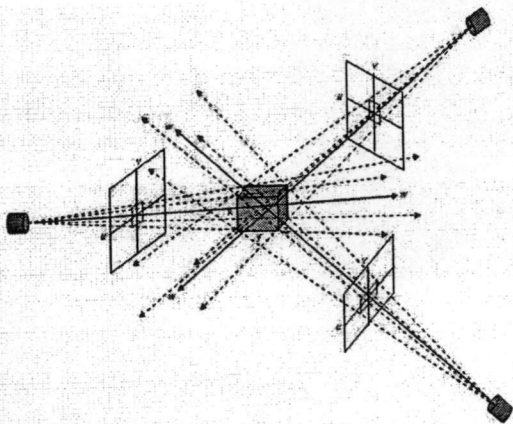


Figure 3 Calibration Process

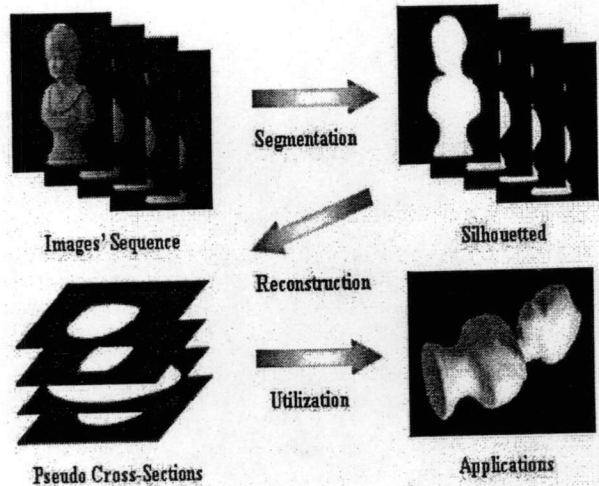


Figure 4 The process diagram of the photographic tomography

4 Experiments And Results

The entire process for the shape extraction from a series of photographs is shown as a diagram in Figure 4. The pre-process starts with capturing a number of images of reference object (where the 3D coordinate with respect to the world coordinate is known) with camera in arbitrary orientation. The reference object is a cube with three axes of world coordinate passing through the lower corner of the cube. The 3D coordinates with respect to the world coordinate and their correspond image coordinates with reference to image coordinate system (which passes through the centre of image) are used to compute the projection matrix M for each camera orientation as described in the previous section. The reference object is then replaced with object to be modelled. The series of image of the object are then captured with the same series of camera.

The captured images are then turned into binary format where the background is equal to zero and the foreground is equal to one. As a result, this kind of shape extraction algorithm can extract the shape of any object regardless of the type of surface either the Lambertian or non-Lambertian surface. The binary images or the silhouetted projections are passed into the modified reconstruction algorithm in which the 3D reconstructed volume for each projection is reoriented using the extracted rotation matrix such that the Z coordinate of the world coordinate system (through the object) aligned with the z axis of camera ordinate system before implementing the general cone-beam tomography.

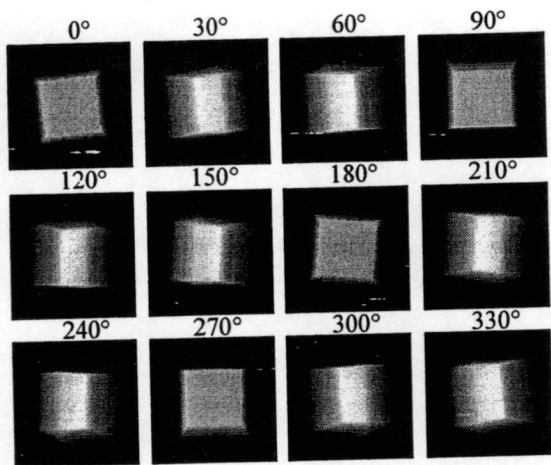
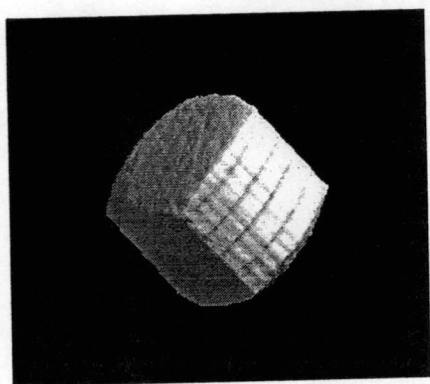
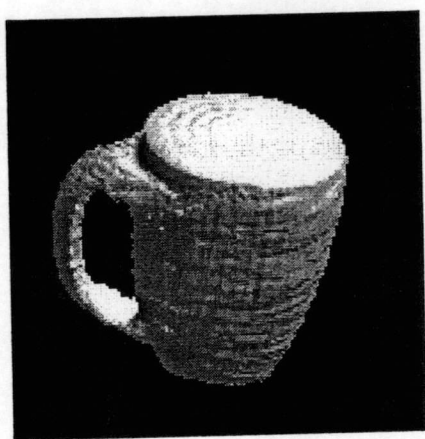


Figure 5 Sample of projection data of the tested object



a) Cube



b) Cup

Figure 6 3D modelling of the tested objects

Figure 5 displayed samples of the projection data of the tested object. Figure 6 shows surface rendering of the

tested objects. The number of projection data of objects in 6.1 (a) and 6.1. (b) are 12 and 40 respectively.

5 Conclusion And Discussion

The 3D shape extraction using photographic tomography is studied extensively. The main idea of the method is that the tomographic imaging is used to reconstruct the stack of pseudo cross-sectional images from a series of photographs taken around the object. The shape of the stack can closely resemble the shape of original object. Compared with other 3D shape extraction techniques, the equipment used to collect the data for this technique is much lesser in complexity. It mainly consists of the rotating platform and the digital camera which is locally available and affordable. In this research, concept of photographic tomography is applied for the system where the camera orientation can be varied arbitrarily and hence does not require the sophisticated circular scanning system. The proposed technique is tested successfully to generate the shape of a variety of objects and is very promising to perform visualization of the moving object.

References

- [1] Okada, N., Kondo, E., Zha, H., Morooka, K. and Nagata, T., "3-Dimensional Object Model Construction from Range Images Taken by a Range Finder on a Mobile Robot," *Proc. of the 1998 IEEE/RJS Int. Conf. Of Intell. Robot. and Sys.*, pp. 1853-1858, 1998.
- [2] Barnard, S. T. and Fischler, M. A., "Computational Stereo", *ACM Computing Surveys*, vol. 14, no. 4, pp. 553-572, 1982.
- [3] Bosch, T., Servagent, N., Chellali, R. and Lescure, M., "Three-Dimensional Object Construction Using a Self-mixing Type Scanning Laser Range Finder", *IEEE trans. Instrum. and Meas.*, vol. 45, no. 5, pp. 1326-1329, 1998
- [4] Bosch T. et. al. "Three-Dimensional Object Construction Using a Self-mixing Type Scanning Laser Range Finder." *IEEE Trans. Instrum. and Meas.* vol. 45, pp. 1326-1329, 1998.
- [5] Boyer, K. L. and Kak, A. C., "Color-coded Structured Light for Rapid active ranging", *IEEE. Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 9, no.1, pp. 14-28, 1987.
- [6] Brooks, M., Chojnacki, W., van den Hengel, A., and Baumela, L., "3D Reconstruction from Optical Flow Generated by an Uncalibrated Camera Undergoing Unknown Motion," *Proc. International Workshop on*

Image Analysis and Information Fusion, Adelaide, November 1997, pp. 35-42.

[7] Centre for Machine Perception (CMP). "Laser Plane Range Finder." [Online]. Available: <http://cmp.felk.cvut.cz/>.

[8] Dhond, U. R. and Aggarwal, J., "Structure from Stereo- A Review," *IEEE Trans. On Syst. Man. and Cybern.*, vol. 19, no. 6, pp. 1489-1510, 1989.

[9] Feldkamp, L. A., Davis L., Kress K., "Practical Cone-Beam Algorithm," *Journal of the Optical Society of America*, vol.1, Jun.1984, pp 612-619

[10] Sasoni, G., Carocci, M. and Rodella, R., "Calibration and Performance Evaluation of 3-D Imaging Sensor Based on the Projection of Structured Light," *IEEE Trans. on Instrum. Meas.*, vol. 49, no. 3, pp. 628-636, 2000.

[11] Gouraud H. "Continuous Shading of the Curved Surface," *IEEE Trans. Computer*, vol.20, no.6, 1971, pp.623-629

[12] Horn, B. K. P., and Schunck, B. G., *Determining optical flow*. AI Memo 572. Massachusetts Institute of Technology, 1980.

[13] Horn, B. and Brooks, M. (eds.). *Shape from Shading*. MIT Press, 1989.

[14] B.K.P. Horn et. al. "Impossible Shaded Images." *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*. vol. 15, no. pp. 166-170, 1993.

[15] Hu. G. and Stockman, G., "3-D Surface Solution using Structured Light and Constraint Propagation", *IEEE. Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 11, no.4, pp. 390-402, 1989.

[16] Weng, N., Yang, Y. H., and Pierson, R., "3D Surface Reconstruction using Optical Flow for Medical Imaging," *IEEE Trans. on Medical Imaging*, Vol. 16, No. 5, 1997, pp. 630-641.

[17] Kak A.C., Slaney M. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. New York : IEEE Press, 1988.

[18] Krattenthaker, W., Mayer, K. J. and Duwe, H. P., "3D-Surface Measurement with Coded Light Approach", *Proc. Österr. Arbeitsgem. Musterkennung*, vol. 12, pp. 103-1114, 1993.

[19] Zhang R. et. al. "Shape from Shading: A Survey." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* vol. 21, pp. 690-706, 1999.

[20] Zhang, R., Tsai, P.-S., Cryer, J. E., Shah, M. "Analysis of Shape from Shading Techniques", *Proc IEEE CVPR*, Seattle, WA, 1994, pp. 377-384.

[21] Sato, Y., Hattori, K. and Otsuki, M., "Real-time Handy Rangefinder Cubicscope," *Proc. Int. Conf. ICARCV'94*, vol. 2, pp. 1148-1152, 1994.

Linear-Array Ultrasonic Reflection Tomography With Algebraic Reconstruction Technique

P. Greesuradej, S. Aootaphao, C. Pintavirooj, M. Sangworasil
Biomedical Signal and Image Processing Laboratory
Research Center for communication and Information Technology (ReCCIT), and
Department of Electronics, Faculty of Engineering
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, THAILAND.

Abstract—Tomogram of the soft tissue can be reconstructed by using its projections resolved from the ultrasonic broadband pulsed waves which pass through the tissue. While a data from ultrasonic transmission mode tomography cannot be used to image the character of soft tissue where shadowed by a bone, an ultrasonic reflection mode tomography is realized to be a solution for this. There are many ways to extract the projections, in most case the integrated attenuation coefficient, of the tissue from the pulsed wave. Almost all of these methods were proved to implement with the transmission mode signal, but however, some adaptation may takes benefit from those method to implement with the reflection mode. The system required for reflection-mode ultrasonic tomography, however, is somewhat complicated and hence hampers it from clinical realization. The modified reflection-mode ultrasonic tomographic system using the linear array transducer is, on the other hand, practical and feasible toward clinical trail. This paper discusses about the modified system and the suitable algorithm for image reconstruction.

Many attempts [4,5] have been tried during the last decade to realize the ultrasonic tomography toward clinical application. The system differed form the conventional B-scan imaging, however, hampers such realization. In this paper, we explore the concept of modifying the B-mode ultrasound imaging to function as a reflection-reflection mode ultrasonic tomography. The system is similar to that of the limited-angle transmission tomography [6,7]. We also purposed to use algebraic reconstruction technique as it provide the better image quality in the case of limited projection

This paper is organized as follows. Section II presents mathematical background of ultrasonic reflective tomography theory. Section III overviews the algebraic reconstruction technique. Sections IV shows the acquisition system for gathering the projection from phantom. The experimental results are provided in section V. Section VI is the discussion and conclusion.

I. INTRODUCTION

The conventional pulse-echo B-scan imaging is a method that use the reflected pulse for reconstruct the tomogram, but the image only shows the interfaces of tissue, not the local properties of it. On the other hand, the ultrasonic transmission mode can image the local properties such as the sound velocity, refractive index or the attenuation coefficient of the tissue from the received pulse [1]. However, the major problems of the ultrasonic tomography are expanded into two cases. Firstly, the diffraction and refraction of the ray while it get through the interfaces of the tissue having difference reflective indexes make it travels not in the straight line, so we cannot use the line integral geometry as in the X-ray case. The approaches to this problem are somewhat more complicate, known as the *Fourier diffraction theorem* [2] and the *filtered backpropagation algorithm* [3]. But anyway, we still can use the straight line integration if we assume the soft tissue having a little change in the refractive index. The next problem is – the transmitted pulse almost completely reflected with the hard tissue like a bone, give a null signal to the receiver located on the opposite direction. This makes it hard to find the application in human. But again, the reflected pulse also contains the character of the tissue; brings us a possibility to utilize this waveform.

II. THEORY

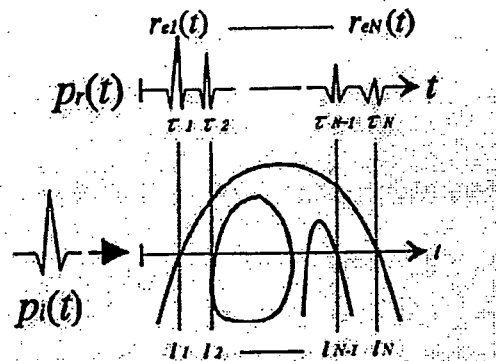


Fig. 1. The waveform of incident and reflected pulse. Where the reflections occur at the tissue interfaces.

When the specimen is issued by the broadband ultrasonic pulse $p_i(t)$, the reflection of the pulse will occur every time it passes each interface where the refractive indexes are difference, subsequently return us the attenuated waveform $p_r(t)$ as illustrated in Fig. 1. Only the latest pulse in the waveform or $r_N(t)$ that we need, because it passes the entire tissue's length from l_1 to l_N and

reflected at the N^{th} interface. The equations for the reflected waveform and concern parameters are written below. Keep in mind that we never know about the character of the reflectance and transmittance between each layer.

$$P_r(t) = \sum_{n=1}^N r_{en}(t) \quad (1)$$

$$r_{en}(t) = \sqrt{R_n} \left(\prod_{k=1}^{n-1} T_k \right) \times P_i(t - \tau_n) \times e^{-2 \int_0^L \alpha(x, y, f_0) dl} \quad (2)$$

where R_n and T_n are the reflectance and transmittance of the power at the n^{th} interface, τ_n is the delay time corresponding to the distance from the transducer to the n^{th} interface, and (x, y, f) is the frequency-dependent attenuation coefficient of the tissue at coordinate (x, y) . The latest recorded pulse must be converted to be in the frequency domain as shown in equation 3, so the frequency where the amplitude of the signal is maximum can be detected.

$$R_{eN}(f) = \sqrt{R_N} \left(\prod_{K=1}^{N-1} T_K \right) \times P_i(f) \times e^{-2 \int_0^L \alpha(x, y, f) dl} \times e^{-2j \int_0^L \beta(f) dl} \quad (3)$$

where $\beta(f)$ is the phase shift of the tissue.

The attenuation, β , is estimated from the reflected ultrasonic signal using the centroid-shifting method [8]. The ultrasound signal $s(t)$ reflected by a biological tissue is digitized with a sampling interval $\Delta t = 1/F_s$ in N samples (F_s is the sampling frequency, T is the signal duration). We estimate the center frequency or spectral centroid defined by:

$$f_c(\tau_i) = \frac{m_1(\tau_i)}{m_0(\tau_i)} \quad (4)$$

Where

$$m_j(\tau_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^j \cdot S(\tau_i, f) \cdot df \quad (5)$$

Due to the random position of scatters in the medium, the output of the estimator fluctuates. The variance of the estimate is reduced by averaging the spectra of A independent (uncorrelated) echo signals for each window position. One centroid is determined for this depth and noted $f_c(\tau)_i$, where denotes the averaging process over A uncorrelated lines.

With the classical assumption of a linear-with-frequency attenuation:

$$\alpha(f) = \beta f \quad (6)$$

Where α is expressed in dB/cm and β is the attenuation coefficient expressed in dB/cmMHz, the following relation can be shown :

$$\beta = \frac{-8.68}{c\sigma^2(\tau)} \cdot \frac{df_c}{dt} \quad (7)$$

Where c denotes the speed of ultrasound in the tissues, $df_c/d\tau$ is expressed in MHz/s and $\sigma^2(\tau)$ is the spectral variance (MHz²)

To estimate the integrated attenuation, $\int_0^L \beta(f) dl$, the spectral of both incident and reflected ultrasonic signal are computed. The frequency centroid equation (4) is evaluated. The difference of frequency centroid of spectrum between incident and reflected ultrasonic signal is linearly related to the integrated attenuation and hence the projection data along the ultrasonic ray.

III. RECONSTRUCTION ALGORITHM

The Algebraic Reconstruction Technique (ART) is inherently a pixel-based reconstruction algorithm, i.e., a grid correction is based on the projection and backprojection of a single image pixel at a time. This is usually performed via image-order projection methods, i.e. the image is projected by casting rays into the image, pixel by pixel

Algebraic Reconstruction Technique (ART) explored by [10] has shown an ability to reconstruct the cross section with convergence. However, salt and pepper noises constantly dominate the data caused by roughly interpolating of the weighting function. The Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT) [11] can reduce the noise, but suffering from computational cost. By combining the virtues from both ART and SIRT, the Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART) [9] can convert the data to high quality in a few iterations. The concept of the SART is to resample the normal pixel's grids by the equidistance lattices as shown in Fig. 2., in which each element on the lattice can be assigned the gray

level from bilinear interpolation of 4 adjacent points. Also the supporting region is reduced to a circle instead of a rectangle. Another concept is to update the data within one projection, not a ray-by-ray style as in the ART case.

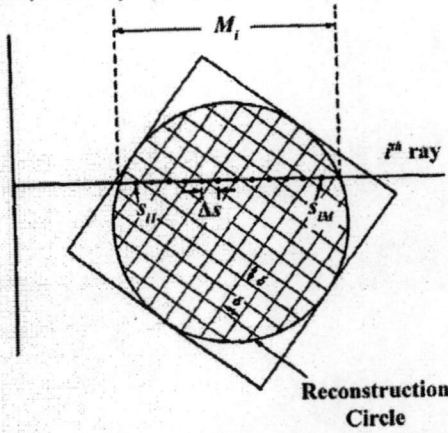


Fig. 2. Resampled reconstruction plane

The projection equation of the SART can express mathematically as the following (see Fig. 2).

$$p_i \approx \sum_{m=1}^{M_i} \hat{f}(s_{im}) \Delta s \quad (8)$$

, where p_i is the projection for the i^{th} ray, Δs is the arbitrary equidistance between two lattice's elements, and $f(s_{im})$ is determined from 4 adjacent pixels (f_j 's) by bilinear interpolation, or given by

$$\hat{f}(s_{im}) = \sum_{j=1}^N d_{ijm} f_j \quad (9)$$

coefficient d_{ijm} remarks the contribution of the j^{th} pixel to the m^{th} point on the i^{th} ray. Substituting Eq. 9. into Eq. 8. yields

$$p_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} f_j \quad (10)$$

$$a_{ij} = \sum_{m=1}^{M_i} d_{ijm} \Delta s \quad (11)$$

a_{ij} is clearly the weighting function of j^{th} pixel associated with the i^{th} ray. After the projection equation was modeled, the formula for updating the j^{th} pixel on the reconstruction grid for the $(k+1)^{\text{th}}$ iteration can be derived as in the case of the ART, or

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \frac{\sum_i \left[a_{ij} \frac{p_i - \sum_{j=1}^N a_{ij} f_j^{(k)}}{\sum_{j=1}^N a_{ij}} \right]}{\sum_i a_{ij}} \quad (12)$$

where the summation with respect to i is for all rays in one projection. The complicated equation can be explained step-by-step as the following:-

(a) Find the weight a_{ij} from Eq. 11. for all pixel j within i^{th} ray.

(b) Calculate the summation of i or numeration term in Eq. 12., the summing is done for rays within one projection. Note that, for the first iteration, the initial values of f_j are normally set to zeros.

(c) Update the f_j 's by Eq. 12.

(d) Move to the next projection, repeat (b) and (c). Do this repeatedly until all projections are completed. This is counted as one iteration.

(e) Repeat (b) to (d) by using the same weight as (a) for the succeeding iterations.

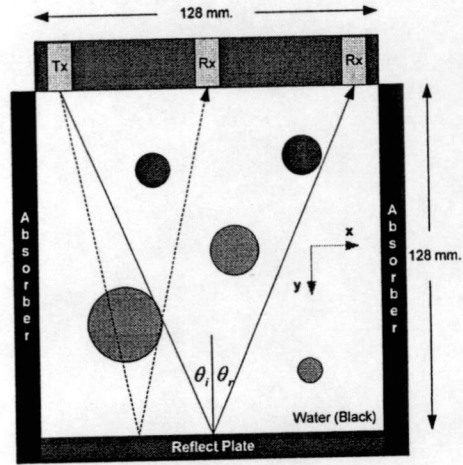


Fig. 3. Imaging Setup

IV. IMAGING SETUP

The linear-array reflection ultrasonic tomographic system is simulated in Fig. 3. The system is capable of transmitting a pulse from a single channel while the remaining channels acquire a complete echo data set. The number of array is of 128. The resolution is 1 pixel./mm. In the simulation process, the 3.5 MHz broadband ultrasonic pulse is inosified to the phantom, the reflected pulse is sampled at 40 MHz. The reflected pulse is then resolved by the frequency-centroid shift method to get the value of the integrated attenuation coefficient, the projection data.

V. EXPERIMENTAL RESULTS

Tomographic model can be created using parameters inside it from Table I, which conclude center of image (x, y), radius in unit of pixels, gray level (0-255) respectively. Fig.4 shows the reconstruction result. To provide numerical evidence, we opt to use the mean square error (MSE) equation to determine the ERROR between the reconstructed image and the original image. The formula of MSE is given by

$$MSE = \frac{\iint [o(x, y) - o'(x, y)]^2 dx dy}{\iint [o(x, y)]^2 dx dy} \times 100 \quad (13)$$

Table II shows the error of reconstruction in percentage and with signal per noise ratio in decibel. As well, the profiles of the reconstruction are plotted against the original profiles in Fig. 5.

TABLE I
PARAMETERS IN CREATED PHANTOM

Center (x, y)	Radius (pixels)	Gray level (0-255)	Alpha
(45,32)	5	49	Muscle
(99,28)	4	49	Muscle
(36,85)	12	128	Tissue
(76,66)	6	128	Tissue
(98,104)	3	128	Tissue

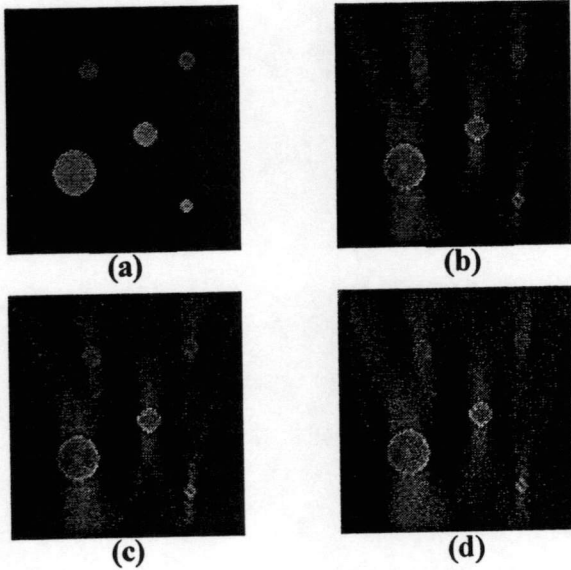


Fig. 4. Original models and Reconstructed models
(a) original object, (b) from noise-free object
(c) and (d) are the noise objects by 30.45dB, 25dB signals per noise ratio respectively.

TABLE II. Error of reconstructed models in difference conditions.

Signal Per Noise (dB)	Mean Square Error (%)
Noise-Free	11.49
30.45	15.33
25	20.88

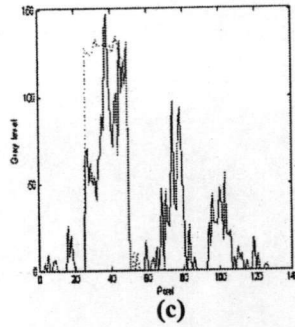
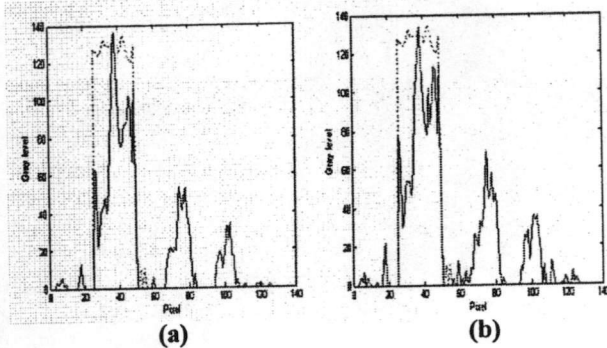


Fig. 4. Profiles at the 85th line on Y-axis of the reconstructed models,
(a)from noise-free object
(b) and (c) from noise objects by 30.45dB, 25dB signals per noise ratio respectively
(Real profiles are remarked as magenta dot lines, Reconstructed profiles are remarked as the blue solid lines)

VI. DISCUSSION AND CONCLUSION

The linear-array ultrasonic reflection mode tomography using the algebraic reconstruction technique was purposed in this paper. The simulated system resembles the conventional B-scan ultrasonic imaging system and hence makes the system appropriate for clinical application. The reconstruction results demonstrate that the system is promising.

REFERENCES

- [1] A. C. Kak and M. Slaney, *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1988.
- [2] M.Slaney, and A.C.Kak, "Diffraction Tomography", *Proc. S.P.I.E.*, vol. 413, Apr. 1983, pp. 2-19.
- [3] A.J.Devaney, "A Filtered Backpropagation Algorithm for Diffraction Tomography", *Ultrason. Imaging*, vol 4, 1982, pp. 336-350.
- [4] S.-W. Huang and P.-C. Li, "Computed tomography sound velocity reconstruction using incomplete data," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 51, no. 3, pp. 329-342, 2004.
- [5] S.-W. Huang and P.-C. Li, "Experimental investigation of computed tomography sound velocity reconstruction using incomplete data," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 51, no. 9, pp. 1072-1081, 2004.
- [6] M. Krueger, A. Pesavento, and H. Ermert, "A modified time-of-flight tomography concept for ultrasonic breast imaging," in *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, 1996, pp. 1381-1385.
- [7] M. Krueger, V. Burow, K. M. Hiltawsky, and H. Ermert, "Limited angle ultrasonic transmission tomography of the compressed female breast," in
- [8] T. Onemanisone, C. Pintavi rooj, K. Wong-ek, S. Sangworasil, "Ultrasonic Reflection Tomography Using Frequency-Centroid Shift Method", *ECTI Annual Conference (ECTI-CON 2007)*, Chaing-Rai, Thailand, May 2007.
- [9] A.H. Andersen, and A.C. Kak, "Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART): A Superior Implementation of the ART Algorithm," *Ultrason. Imaging*, vol. 6, pp. 81-94, Jan. 1984.
- [10] R. Gordon, et. al., "Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for three dimensional electron microscopy and X-ray photography," *J. Theor. Biol.*, vol. 29, pp. 471-481, 1970.
- [11] P. Gilbert, "Iterative Method for the Reconstruction of Three Dimensional Objects from their Projection," *J. Theor. Biol.*, vol. 36, pp. 105-117, 1972.

Independent Component Analysis: An Application for Muscular Contraction Classification

S. Daochai¹, D. Sueaseenak², T. Chanwimalueang³, N. Laoopugsin² and C. Pintavirooj⁴

¹Institute of Sciences and Technology for Development, Mahidol University, Narkornparthom, Thailand

²Faculty of Medicine, Srinakharinwirot University, Nakhon-nayok, Thailand

³Faculty of Engineering, Srinakharinwirot University, Nakhon-nayok, Thailand

⁴Research Center for Communication and Information Technology (ReCCIT), and

Department of Electronics, Faculty of Engineering,

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand

kpchucha@kmitl.ac.th

Abstract—We develop a multi-channel electromyogram acquisition system using PSOC microcontroller to acquire multi-channel EMG signals. An array of 4 x 4 surface electrodes is used to record the EMG signal. B-spline interpolation technique has been utilized to map the EMG signal on the muscle surface. The topological mapping of the EMG is then analyzed to classify the pattern of muscle contraction. The proposed system was successfully demonstrated to record EMG data and its surface mapping. The muscular contraction classification of mapping using independent component analysis demonstrates promising results.

Keywords—PSOC, EMG, PCA, ICA

I. INTRODUCTION

Electromyography (EMG) is the study of muscle electrical signals. EMG is sometimes referred to as myoelectric activity. Many muscular abnormalities such as muscular dystrophy, inflammation of muscle, peripheral nerve damages could result in an abnormal electromyogram [1-6]. EMG can be recorded by two types of electrodes; invasive electrode the so-called wire or needle electrodes and non-invasive electrode the so-called surface electrode. Wire or needle electrodes records individual muscle fiber action potentials which is an ideal choice to evaluate the muscle activity [9]. However, fine wire intramuscular electrodes require a needle for insertion into the muscle and may cause a significant pain. The choice of surface electrode is then preferable. However, when EMG is acquired from surface electrodes mounted directly on the skin, the signal is a composite of all the muscle fiber action potentials occurring in the muscles underlying the skin. Estimating this force in general is a hard problem due to difficulties in activating a single muscle in isolation, isolating the signal generated by a muscle from that of its neighbors, and other associated problems [7-8]. The clinical application of EMG can be classified into two main categories. (i) Standard EMG [8] is recorded from discrete sites on a muscle and thus provides only a limited picture of the actual muscular electrical activity in the vicinity of the recording electrode. (ii) Array EMG recorded by an array electrode which facilitates the clinical interpretation of electrical activities through the

mapping of these signals on the muscle surface [9]. In this paper, a PSOC-based multi-channel surface electrode array data acquisition system is developed to acquire EMG data. The EMG signals are then mapped using B-spline interpolation technique. The EMG topological Mapping is then used for classification of muscular contraction. There exists a number of 2D-pattern classification [9-12], in this research, we applied the technique called independent component analysis(ICA) which is very efficient and widely used for classification. [14]

The paper is organized as follows: Section II is devoted to the specification and design concept multi-channel electromyogram system. Section III described feature extraction and topological mapping process. Section IV briefly introduced Principle component analysis. The classification results is shown in section V. Conclusions and Discussion is provided in section VI.

II. DESIGN AND CONSTRUCTION OF MULTI-CHANNEL EMG

EMG measurement is accomplished by the instrument called electromyograph. The system, in general, consists of instrumentation amplifier, notch filter, offset adjustment, isolator, main amplification, and the CRT display. The instrument amplifier is a front-end, high CMRR differential amplifier which functions to pick-up a low amplitude signal submersed in the high-frequency noise. The notch filter gets rid of the 50Hz noise while keeping the EMG signal intact. The offset adjustment maintains the baseline level especially during the subject's motion. The function of isolator is to separate the front-end section from the rear-end section to protect the possible electrical shock to the patient. The main amplification conditions the EMG prior to be display with CRT. The complexity of the electronic circuit becomes realized with the necessity to monitor the multi-channel of EMG. Such complicate designs, however, are made possible by the creation of entirely reconfiguration and programmable components the so-called Programmable System On Chip Microcontroller(PSOC Microcontroller)

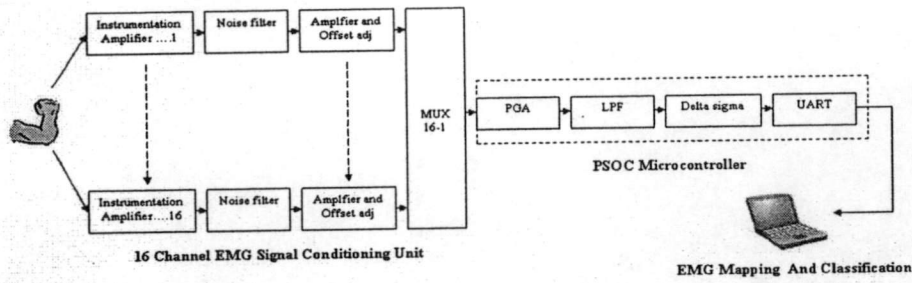


Figure 1. 16 channel electromyogram acquisition system

The designed EMG system is capable of monitoring 16 channels of EMG simultaneously. Each channel consists of 2 main parts; (i) EMG signal conditioning unit and PSOC microcontroller. Fig. 1 shows diagram of multi-channel EMG acquisition system

The EMG signal conditioning units consists of 3 sub-units

(i) Instrumentation Amplifier. This subunit uses the INA 2128 BUR-BROWN Integrated Circuit. The IC can achieve a CMRR up to 120 dB and gain up to 1000.

(ii) Noise filter. The function of the filter is to get rid of the 10-20 Hz noise which is classified as a motion artifact.

(iii) Amplifier and Offset Adjustment. The objective of this sub-unit is to Amplifier EMG signal and maintains the appropriate offset voltage prior to interface with the PSOC.

The PSOC microcontroller consists of 4 subunits

(i) PGA (Programmable Gain Amplification) This subunit acts as the buffer and the main amplification of EMG.

(ii) Low pass filter. The function of the filter is to remove of the high frequency noise. The cut-off frequency is at 500 Hz.

(iii) DELTA-SIGMA. This subunit functions as a 8-bit analog to digital converter.

(iv) UART. This subunit functions to perform RS-232 interfacing unit with PC.

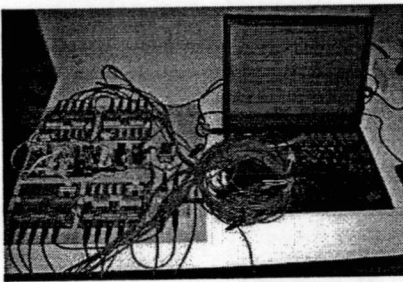


Figure 2. Multi-channel electromyogram acquisition system

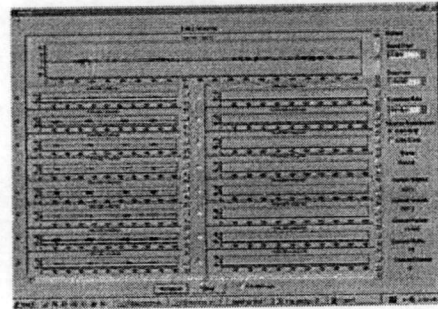


Figure 3. Raw EMG signal on laptop computer

III. EMG FEATURE EXTRACTION AND MAPPING

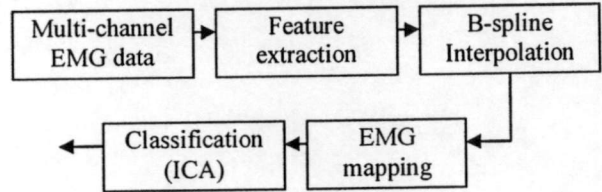


Figure 4. Feature extraction and mapping

Figure 4 show the feature extraction and mapping process. Each of the 16 EMG channels will be converted to frequency domain by taking the Fourier transform. The energy content of the EMG signal is then evaluated by computing area under the magnitude squared of the Fourier transform. The energy content on the 4x4 grid corresponding to the 4x4 electrode shown in figure 5 is then interpolated to derive the 49x49 topographical maps which are later applied to ICA for muscular contraction classification. Figure 6 shows the topographical mapping of various muscular contractions.

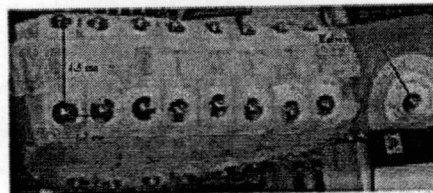


Figure 5. 16 Channel electrode placements

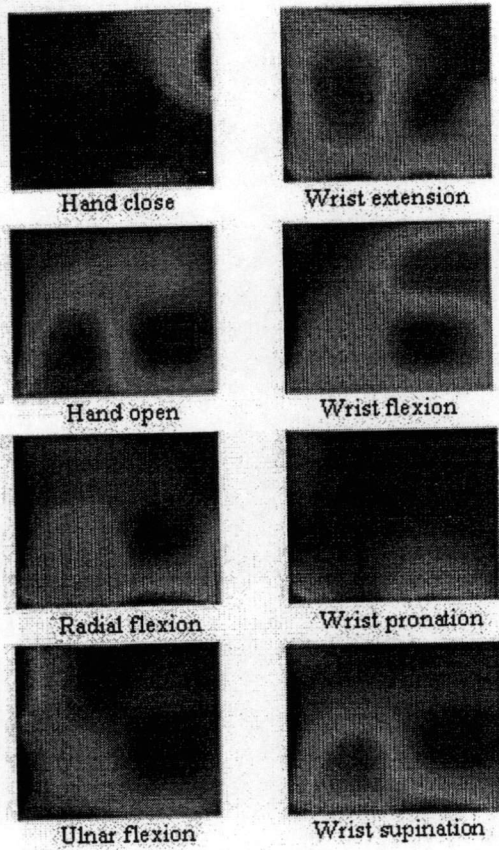


Figure 6. Topographical mapping of the EMG

IV. FROM PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS TO INDEPENDENT COMPONENT ANALYSIS

Principal Component Analysis (PCA) is a statistical technique which used to describe a large dimensional space with a relative small set of vectors. It is a popular technique for finding patterns in data of high dimension, and is used commonly in both face recognition and image compression. [13] Application of PCA to face recognition is known as Eigen face. The Eigen face technique is a powerful yet simple solution to the face recognition dilemma. It uses much more information by classifying faces based on general facial patterns. Here we focus on the application of PCA for muscular-contraction classification

The procedure for using PCA is divided into 2 steps. (i) Training step and (ii) Classification step.

The Training step is as follow:

(i) Convert each cropped topological mapping matrix into a vector T_i of length N ($N = \text{mapwidth} * \text{mapheight}$). For the M data set, we let the training set represented by, $\{T_1, T_2, T_3, \dots, T_M\}$ where M is the vector of N^2

(ii) Compute the mean vector Ψ and the set of deviation from the mean vector $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_M]$ which is defined as

$$\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M T_i \quad (1)$$

$$\Phi_i = T_i - \Psi \quad (2)$$

(iii) Compute the covariance matrix C which is defined as

$$C = \frac{1}{M} \Phi \Phi^T \quad (3)$$

(iv) Compute the Eigen value and Eigen vector of C represented as

$$C v_i = \mu_i v_i \quad (4)$$

where μ_i is the corresponding Eigen value of Eigen vector v_i

(v) Project each training set on the Eigen -space using the operation

$$\Omega = V \cdot \Phi \quad (5)$$

Where V is the Eigen matrix where each row is the eigen vector v_i can be written as

$$\Omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M] \quad (6)$$

Where ω_i is the coefficient of the training map ith

The Classification step is as follow:

Project vector form of the tested topological mapping matrix T_p to the Eigen space using equation (5) to derive ω_s as

$$\omega_s = V \cdot [T_p - \Psi]$$

The tested topological mapping matrix is classified to class k which minimized

$$\varepsilon_k^2 = \|\omega_s - \omega_k\|^2 \quad (7)$$

with $1 \leq k \leq M$

The goal of independent component analysis (ICA) is to minimize the statistical dependence between the basic vector. Mathematically, we can write

$$WX = U \quad (8)$$

ICA searches for a linear transformation W that minimize the statistical dependence between each row of U . There exists a number of iterative algorithm to solve for W [15,16]. Most of them are optimized for the dependence criteria including

Kurtosis, Negentropy, etc.[17]. In this paper, we applied the well known ICA algorithm the so-called InfoMax purposed by Bell and Sejnowski [18]. The idea of InfoMax has been applied to Eigenvector of PCA by Barlett et. al. [19] by minimize the the statistical dependence between each row of U in

$$WV = U \quad (9)$$

where V as an Eigen Basis matrix where each row is the eigen vector V_i defined in (4). The new basis $W^{-1}U$ is then used in place of V. The Projection of each training set on the new basis -space is hence defined as

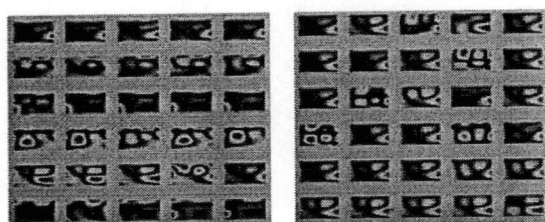
$$\omega_S = (W^{-1}U) \cdot [T_n - \psi] \quad (10)$$

V. EXPERIMENTAL AND RESULTS

The 5 patterns of topographical mapping of six muscular contraction of forearm (30 maps) are used in the training process of PCA. The topographical mapping of the five unknown contraction is then used as the tested set. Fig. 7 shows the training sets , the derived ICA Basis and the result of classification.

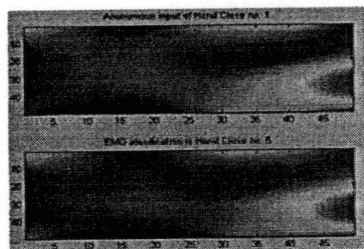
TABLE I. THE RESULTS OF CLASSIFICATION

Muscular contraction	% Accuracy
1.Wrist extension	80 %
2.Wrist flexion	100 %
3.Wrist pronation	80 %
4.Hand closed	100 %
5.Radial flexion	100 %
6.Ulnar flexion	100 %



(a)

(b)



(c)

Figure 7. (a) Training Topological-Mapping Input of ICA;

(b) ICA Basis; (c) Result of classification

VI. CONCLUSION AND DISCUSSION

A multi-channel electromyogram acquisition system using PSOC is designed and constructed to perform a topological map of EMG signal on the muscle surface. The mapping for various pattern of muscular contraction are then recorded and later analyzed with independent component analysis (ICA) to classify the pattern of muscular contraction pattern. The classification result is very promising.

REFERENCES

- [1] G. A. Bekey, C Chang, J Perry, M.M. Hoffer, "Pattern recognition of multiple EMG signals applied to the description of human gait," Proceedings of IEEE, vol. 65, pp. 674-689, 1977.
- [2] S. Boisset, F Goubel, "Integrated electromyography activity and muscle work," J Applied Physiol, vol 35, pp. 695-702, 1972.
- [3] C.J. DeLuca, "Use of the surface EMG signal for performance evaluation of back muscle," Muscle & Nerve, vol. 16, pp. 210-216, 1993.
- [4] R. Plonsey, "The active fiber in a volume conductor," IEEE Trans Biomed Eng, vol. 21, pp. 371-381, 1974.
- [5] D.A. Winter, "Pathologic gait diagnosis with computer averaged electromyographic profiles," Arch Phys Med Rehabil, vol. 65, pp. 393-398, 1984.
- [6] K. Lyons, J Perry, J.K. Gronley, L Bbarnes, D. Antonelli, "Timing and relative intensity of hip extensor and abductor muscle action during level and stair ambulation: An EMG study," Physical Therapy, vol. 63, pp. 1597-1605, 1983.
- [7] K.S. Turker, T.S Miles, "Cross talk from other muscles can contaminate electromyographic signals in reflex studies of the human leg," Neuroscience Letters, vol. 111, pp. 164-169, 1990.
- [8] J.W. Morrenhof, H.J. Abbink, "Cross-correlation and cross talk in surface electromyography," Electromyography, vol. 25, pp. 73-79, 1985.
- [9] Basmajian JV, de Luca CJ. Muscles Alive - The Functions Revealed by Electromyography. The Williams & Wilkins Company; Baltimore, 1985
- [10] J. Cartinhour, " A Bayes classifier when the class distributions come from a common multivariate normal distribution " ,IEEE Transactions on Reliability, vol. 41, Issue 2, pp. 124 - 126, 1992.
- [11] N.B. Karayiannis, M.M. Randolph-Gips, " Soft learning vector quantization and clustering algorithms based on non-Euclidean norms: single-norm algorithms " ,IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 16, Issue 2, pp. 423 - 435, 2005.
- [12] E. Alpaydin, M.I. Jordan, " Local linear perceptrons for classification " ,IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 7, Issue 3, pp. 788 - 794, 1996.
- [13] Zhujie, Y.L. Yu, " Face recognition with Eigen faces " ,Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology, pp. 434 - 438, 1994.
- [14] Comon, P., Independent component analysis; A new concept? Signal Processing, vol 36, no. 3, pp. 287-314,1994
- [15] Cardoso, J.-F., Infomax and Maximum Likelihood for Source Separation. IEEE Letters on Signal Processing, vol. 4. pp. 112-114, 1997
- [16] Hyvärinen, A., The Fixed-point Algorithm and Maximum Likelihood Estimation for Independent Component Analysis. Neural Processing Letters, vol. 10: pp. 1-5, 1999.
- [17] Hyvärinen, A. and E. Oja, Independent Component Analysis: Algorithms and Applications. Neural Networks, 2000. vol. 13, no. 4-5, pp. 411-430, 2000.
- [18] Bell, A.J. and T.J. Sejnowski, An informationmaximization Approach to Blind Separation and Blind Deconvolution. Neural Computation, vol. 7, no. 6, pp. 1129-1159, 1995
- [19] Bartlett, M.S., H.M. Lades, and T.J. Sejnowski. Independent component representations for face recognition. in SPIE Symposium on Electronic Imaging: Science and Technology; Conference on Human Vision and Electronic Imaging III, San Jose, CA, 1998

FINGERPRINT IDENTIFICATION USING GEOMETRIC INVARIANCE ON DELAUNAY'S TRIANGULATION

A. Sanpanich^{1,2}, S. Tantachun¹, P. Lertprasert¹, C. Pintavirooj¹

¹Research Center for Communication and Information Technology (ReCCIT), and
Department of Electronics, Faculty of Engineering,

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520 Thailand

²Institute of Sciences and Technology for Research and Development, Mahidol University
Nakhonprathom 73170, Thailand

Abstract—Fingerprints are the most popular biometric modality. Fingerprint features include core, delta, ridge bifurcation, ridge ending, enclosure and short edge. In order to increase the performance of fingerprint identification system, it is essential that these directional-related features are needed to be enhanced. In this paper, we propose the directional filter bank to enhance the fingerprint features which later used in classification step. Our classification scheme is based on geometric invariance which is the area of triangular patches bounded by three features points. These triangular patches are derived by applying Delaunay's triangulation on the extracted feature point. Our proposed technique demonstrates the promising results.

Keywords—Directional Filter bank, Biometric, Fingerprint, invariance

I. INTRODUCTION

The term Biometric system is essential a pattern recognition system that recognizes a person based on a feature vector derived from specific physiological or behavioral characteristics. Application of such system include Internet access computer system security, secure electronic, passport control, banking, mobile phone, credit card, secured access to building, health and social services, parenthood determination, terrorist determination and corpse identification. Humans have used body characteristics for century to either confirm or determine the identity of an individual. Many physiological features of human are typical invariant, easy to acquire and unique for each individual. These features includes DNA [1], ear [2], face [3], fingerprint [4], gait [5], hand and finger geometry[6], Iris [7], keystroke [8], odor[9], palmprint [10], signature [11], voice [12], etc. Among all, fingerprints stands for one of the most suitable biometric modality for medium and low security application. The main reason for the popularity of fingerprints as method of identification results from the fact that each fingerprint of a person is unique and easy to access. A fingerprint is the pattern of ridge and furrows on the surface of fingertip that contributes to a number of important features as shown in Fig. 1. The automatic fingerprint matching depends upon the comparison of fingerprint features to make person identification. The performance of the fingerprint depends on the quality of the fingerprint image. In practice, the performance of fingerprint system is variant to a number of conditions



Fig. 1. Example of a fingerprint The ridges are black and the valleys are white in this figure.

including skin conditions, impression conditions, ridge configuration, etc. To bypass such problem, the fingerprint image needs to be enhanced so that the clarity of ridge structure is improved [13]. One of the most promising enhancement techniques is the technique that utilized directional filter bank (DFB). Once the finger-print image is enhanced, the feature points are then located followed by computing the Delaunay's triangulation net [16-17]. The ratio of the triangle area after sorted in a conformal order is then served in the identification process.

This paper is organized as follows. A brief overview of Directional Filter bank is given in Section II. Section III explained the area invariance. Experimental results are shown in section IV. Discussion and conclusion are presented in section V.

II. ENHANCEMENT WITH DIRECTIONAL FILTER BANK (DFB)

This subsection we summarize the concept of directional filter bank. DFB was first introduced by Bamberger and Smith [14]. DFB realizes a division of 2D spectrum into 2^n wedge-shaped sub bands using n -levels iterated tree-structured filter bank. An eight directional subband filter is shown in Fig. 2. DFB basically consists of prototype filter, quincunx down samplers (\mathbf{Q}), diamond conversion matrices (\mathbf{R}) and modulators. The basic prototype filter is referred as a fan filter $\mathbf{H}_0(\omega_1, \omega_2)$ and $\mathbf{H}_1(\omega_1, \omega_2)$ with $\mathbf{H}_1(\omega_1, \omega_2)$ is derived by modulating $\mathbf{H}_0(\omega_1, \omega_2)$ in both directions with π . The quincunx

down sampler is the process to construct $H_0(M^T \omega)$ where M is defined as

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

This results the down sampling and rotation of $H_0(\omega_1, \omega_2)$ as shown in figure 3. The diamond conversion matrices (R) change a filter $H_0(\omega_1, \omega_2)$ with diamond-shaped passband into one of the four parallelogram passband filter $R_0^i(\omega_1, \omega_2)$, $i = 1, 2, 3$ and 4 shown in figure 4. where

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad R_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

In the first stage of DFB, the input image filtered with $H_0(\omega_1, \omega_2)$ and $H_1(\omega_1, \omega_2)$ resulting in two subband images as shown in figure 3. In the second stage, the two subband was further divided into 4 subband by filtering each subband with $H_0(\omega_1, \omega_2)$ and $H_1(\omega_1, \omega_2)$ and downsampled with quincunx down samplers Q . The resulting images from the second stages are cascades into the third stages. The procedure in the third stages is also similar to the second stage except quincunx matrix is replaced by diamond conversion matrices R . The diamond conversion matrices are required to transform the parallelogram-shaped passband into one with diamond shape. By using DFB, we can obtained subband image subjected to eight directional filter. These directional images can be regards as decomposition of the original image in eight pieces that contains features based on direction.

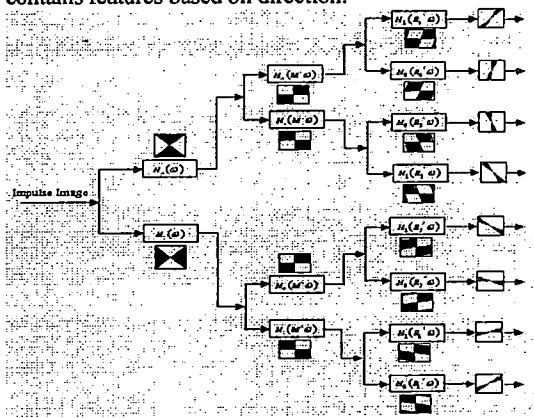


Fig. 2 Schematic Diagram of DFB

III. GEOMETRIC INVARIANCE

The area is preserved under an affine transformation [14]. A sequence of relative invariants is constructed by considering the sequences of area patch which is area of the parallelogram spanned by a set of three feature points. The area patch can be computed by Delaunay's triangulation net of the feature points. Denote the area patch sequence of the affine-transformed net as $[A_a(1), \dots, A_a(n)]$. Area patch of the transformed net is related to that of the original patch by the following relative invariant

$$A_a(k) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} A(k), \quad k=1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

where $|A|$ represent determinant of transformation matrix.

By taking the ratio of the consecutive elements of the area sequence after sorted in an increasing order, absolute invariant is derived. Let

$$I_a(k) = \frac{\pm A_a(k)}{|A_a(k+1) \bmod n|} \quad (3.2)$$

and

$$I(k) = \frac{\pm A(k)}{|A(k+1) \bmod n|} \quad (3.3)$$

for $k=1, 2, \dots, n$. The absolute invariant of the original patch equals the that of the transformed patch, i.e. $I_a(k)=I(k)$.

In the absence of noise, occlusion and local deformation, the number of intrinsic invariant of the original and the affine transformed is equal. Each of $I_a(j)$ will have a counter part $I(i)$ with $I_a(j)=I(i)$. The counterparts are easily determined through a circular shift involving n comparisons, where n is the number of invariants. In the presence of noise, occlusion and local deformation, however, this won't be the case. We elected to allow for a small error percentage. Having a smaller threshold will force the matching technique to allow for only small differences between the areas before declaring them as matching. This reduces the length of the matched sequence elements. The lower the error percentage the more strict the matching is. For example if an error percentage of 5% is adopted, then a match is declared if $|I_c(j) - I(i)| < 0.05 |I(i)|$.

IV. EXPERIMENT AND RESULT

We demonstrate the application of DFB for enhancing fingerprint image. Using DFB, we obtain subband image of original fingerprint image subjected to eight directional filters. Fig. 3 shows the enhancement for each subband image. The enhancement subband images are then recomposed to yield the DFB enhanced fingerprint image. Fig. 4 (a)

shows the original image and Fig. 4 (b) shows results after the enhancement process.

The thinning results, the feature extraction and also the computed triangulation net are shown in Fig. 4 (c). The area of each triangle is derived and sorted in an increasing order. The absolute invariance equation (3.2) and (3.3) is then computed. The sequence of absolute invariant between that in the database and the test subject is compared. We declared the match on the longest match sequence and minimum error scheme. Table I show results of finger print identification across eight individual namely person A through H. The least error results in the match. Evidently, the identification yields satisfactory results

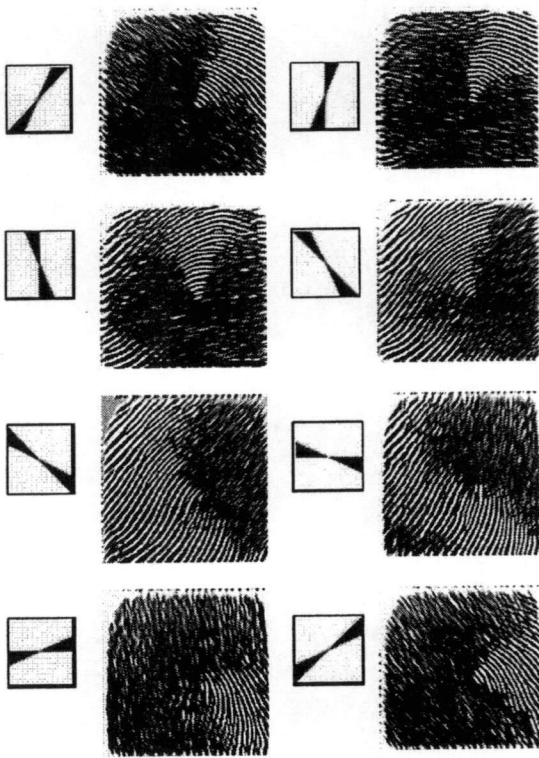


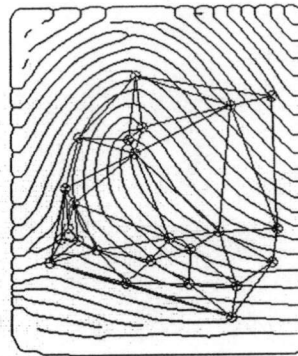
Fig. 3. The enhancement result of each band.



(a)



(b)



(c)

Fig. 4. (a) Original finger print; (b) Enhance fingerprint; (c) Thinning, feature extraction and Delaunay's triangulation

TABLE I.
ERROR OF IDENTIFICATION

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0.4236	-	-	-	-	-	-	-
B	-	0.5665	-	-	1.4654	-	1.1571	0.8677
C	-	-	0.5654	-	-	1.0409	-	0.8821
D	-	-	-	0.4938	-	-	-	-
E	-	0.9998	1.1062	-	0.4566	-	1.1854	1.0198
F	-	-	-	-	0.9403	0.4067	0.8742	0.7522
G	1.0136	-	-	-	-	0.8258	0.1827	-
H	-	-	-	-	0.9664	0.9513	0.8553	0.5679

Note: - mean No match sequence of invariance

V. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

In this paper, the concept of geometric invariance is applied for finger print identification. The proposed algorithm begins with enhancing the image with directional filter bank (DFB). The enhanced image is then performed the thinning process. The feature point is then computed and the Delaunay's triangulation across the feature point is then performed. The area of each triangle is derived and sorted in an increasing order. The ratio of the triangle area after sorted in a conformal order is then served in the identification process.

REFERENCES

- [1] Mei Xue and Jiong Li.; "A self-assembly conductive device for direct DNA identification in integrated microarray based system." Electron Devices Meeting, 2002. IEDM '02. Digest. International, Dec. 2002 Page(s):207 - 210
- [2] Moreno, B.; Sanchez, A.; Velez, J.F.; "On the Use of Outer Ear Images for Personal Identification in Security Applications." Security Technology, 1999. Proceedings. IEEE 33rd Annual 1999 International Carnahan Conference on 5-7 Oct. 1999 Page(s):469 - 476
- [3] Yongsheng Gao; Leung, M.K.H.; "Face recognition using line edge map." IEEE Transactions on Volume 24, Pattern Analysis and Machine Intelligence, Issue 6, June 2002 Page(s):764 - 779
- [4] Alam, M.S.; Akhteruzzaman, M.; "Real time fingerprint identification." National Aerospace and Electronics Conference, 2000. NAECON 2000. Proceedings of the IEEE 2000 Oct. 2000 Page(s):434 - 440
- [5] Chan-Su Lee; Elgammal, A.; "Gait Style and Gait Content: Bilinear Models for Gait Recognition Using Gait Resampling." Automatic Face and Gesture Recognition, 2004. Proceedings. Sixth IEEE International Conference on May 2004 Page(s):147 - 152
- [6] Sanchez-Reillo, R.; Sanchez-Avila, C.; Gonzalez-Marcos, A.; "Biometric identification through hand geometry measurements" Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on Volume 22, Issue 10, Oct. 2000 Page(s):1168 - 1171
- [7] Lye Wil Liam; Chekima, A.; Liau Chung Fan; Dargham, J.A.; "Iris recognition using self-organizing neural network" Research and Development, 2002. SCORED 2002. Student Conference on July 2002 Page(s):169 - 172
- [8] Enzhe Yu; Sungzoon Cho; "GA-SVM wrapper approach for feature subset selection in keystroke dynamics identity verification Neural Networks, 2003. Proceedings of the

- [9] Nakamoto, T.; Moriizumi, T.; "Odor sensor using quartz-resonator array and neural-network pattern recognition" Ultrasonics Symposium, 1988. Proceedings., IEEE 1988 Page(s):613 - 616 vol.1
- [10] Lei Zhang; Zhang, D.; "Characterization of palmprints by wavelet signatures via directional context modeling" Systems, Man and Cybernetics, Part B, IEEE Transactions on Volume 34, Issue 3, June 2004 Page(s):1335 - 1347
- [11] Palla, S.; Hansheng Lei; Govindaraju, V.; "Signature and lexicon pruning techniques" Frontiers in Handwriting Recognition, 2004. IWFHR-9 2004. Ninth International Workshop on 26-29 Oct. 2004 Page(s):474 - 478
- [12] Bartsch, M.A.; Wakefield, G.H.; "Singing voice identification using spectral envelope estimation" Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on Volume 12, Issue 2, March 2004 Page(s):100 - 109
- [13] Lin Hong; Yifei Wan; Jain, A.; "Fingerprint image enhancement: algorithm and performance evaluation" Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on Volume 20, Issue 8, Aug. 1998 Page(s):777 - 789
- [14] Bamberger, R.H.; Smith, M.J.T.; "A filter bank for the directional decomposition of images: theory and design." Signal Processing, IEEE Transactions on [see also Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on] Volume 40, April 1992 Page(s):882 - 893
- [15] Walid S. Ibrahim Ali, Fernand S. Cohen "Registering Coronal Histological 2-D Sections of a Rat Brain with Coronal Sections of 3-D Brain Atlas Using Geometric Curve Invariants and B-Spline Representation" IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol. 17, No. 6, December 1998, pp. 957-966.
- [16] F. Aurenhammer, "Voronoi diagrams - A survey of a fundamental geometric data structure", *ACM Computing Surveys*, vol. 23, no. 3, pp. 345-405, 1991.
- [17] N. Ahuja, "Dot pattern processing using voronoi neighborhoods" *IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 4, no. 3, pp. 336-343, 1982.

Bone Mineral Density and Bone Mineral Content Estimation On phalangeal bones using Low-Cost X-ray Detector

N.Chuaychunu, Y. Pititheerapab T. Chanwimalueang and C. Pintavirooj
Research Center for Communication and Information Technology (ReCCIT), and
Department of Electronics, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520 Thailand
kpchucha@kmitl.ac.th

Abstract— This paper presented a design of a low-cost x-ray-detector using CMOS camera with an application on bone mineral content estimation. The main components consist of CMOS camera, optical lens, and image intensifier screen. CMOS camera offers various advantages including miniature-sized, low power consumption and cost effective. To apply the CMOS camera as x-ray detector, x-ray-to-visible light convector is required. Our key component of x-ray-to-visible light converter is intensifier screen. The application of x-ray detector for bone mineral density (BMD) and bone mineral content (BMC) is also given in this paper. The concept of dual energy x-ray is adopted to estimate the BMD on the finger bone. To compute BMC from BMD, the area of the bone is required. The concept of adaptive contour is applied to estimate the finger-bone area.

Keywords— BMD, BMC, Dual energy x-ray

I. INTRODUCTION

X-ray detectors are nowadays common in various quality inspections. They are used for finding foreign objects in food products, checking for missing products in packages, inspecting castings from malformations, checking fill-level, inspecting contents of ones' luggage and constructing cross-section of subject in x-ray CT. X-ray detector can be divided into two classes: those that employ direct methods to convert x-rays into an electrical charge and those that use indirect method. Direct detector use a semiconductor material – amorphous selenium –(a-Se)- to directly convert x-ray photons into an electrical charge. No intensifying screens, intermediate steps or additional processes are required to capture and convert the incident x-ray energy. Many indirect detectors use some type of scintillator to transform the incoming radiation into visible light. The emitted light is then coupled to photo detector device for measurement. To achieve high performance, many coupling techniques to various type of detectors have purposed including (I) the scintillator optically coupled to photomultiplier [1-4], (II) The scintillator optically coupled to array of a-Si photodiodes and/or photo-transistor [5-6], (III) Image intensifier which is photomultiplier coated with scintillator optically coupled to CCD (charge coupled device) [7] and (iv) Crystals optically coupled to line array CCD with fiber optic face-plate. [8]

One of the key factors affecting the performance of the indirect x-ray is the scintillator. The most commonly used scintillator is Gadolinium based phosphor, Cadmium Tungstate, CdWO₄, and Thallium doped Cesium Iodine, CsT (TI). The new scintillation material includes Gadolinium based ceramic scintillator, such as Gd₂O₂S₂ and Y₂O₃Gd₂O₃ (YGO), which are used in advanced medial CT detector. The suitability of specific application of scintillator depends upon the following characteristics: (1) absorption coefficient, (2) Afterglow and (3) light output. The absorption coefficient and the afterglow of Gadolinium based ceramic scintillator is distinguished when compared with Cadmium Tungstate and Thallium doped Cesium Iodine. Yet Cesium Iodine yields the prominent light output. To coupling scintillator with any photo detector, the spectral characteristics of the light output need to be considered, i.e. the wavelength of the emitted light of the scintillator should match with response of the photo-detector.

In this paper, the design and construction a low-cost indirect x-ray detector is purposed. The system unit consists of a CMOS camera optically coupled with x-ray scintillation screen. We also demonstrate the application of our system for bone mineral density (BMD) and bone mineral content (BMC) on the phalangeal.

The paper is organized as follows: Section 2 is devoted to the specification and design concept of CMOS camera. Section 3 explains the principle of dual energy x-ray and its application to BMD estimation. Section 4 is devoted to adaptive contour which is used to estimate the area of the bone. Experiments and results are given in section 5. Conclusions and Discussion is provided in section 6

II. X-RAY DETECTOR

X-ray Detector contains three main components (shown in figure 1) which include intensifier screen (to convert X-rays to light), optical lens (to de-magnify the light image down to the size of the CMOS chip), and CMOS camera chip to detect the light image as an electric charge image. The electric charge image is read out of the CCD chip and digitized (converted to binary numbers) then fed into a computer. After geometric and intensity corrections are applied, the resulting data are similar to data from other types of X-ray detectors and

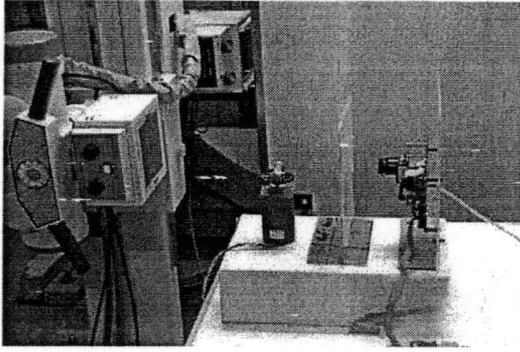


Fig. 1. Experiment setup for x-ray source, sample and detector prototype.

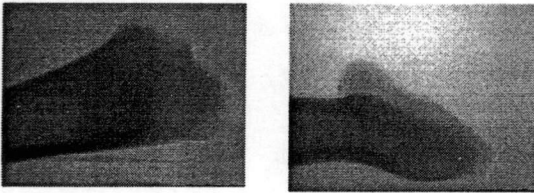


Fig. 2. The result image a) Proximal bone b) Distal bone

can be processed by most standard software packages. The advantages of our x-ray detector is not only its ease to design but is also provides excellent spatial resolution as shown in Figure 2.

III. DUAL ENERGY X-RAY

Osteoporosis is the condition that often affects women after menopause but may also found in men. Osteoporosis involves a gradual loss of calcium, causing the bones to become thinner, more fragile and more likely to break. There exist many techniques for measurement bone density, i.e. the important index for osteoporosis, including using ultrasound, laser and x-ray. Our purposed x-ray detector can be applied for the measurement of calcium density which is the key index for bone density using x-ray technology which is today's established standard measurement for bone density. The subsection is devoted to the basis principle

If we traverse the x-ray energy to the object and measure the transmitted x-ray denoted as I , we can have the relation.

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (1)$$

Where x in the thickness of the object traversed by x-ray and is the mass attenuation coefficient. We can linearize equation (1) as

$$I = I_0 \exp - (\mu_s M_s + \mu_B M_B) \quad (2)$$

Now if we radiate 2 level x-ray energy, I_{01} and I_{02} measure the transmitted x-ray I' and I respectively, we can derive the following 2 equation

low energy:

$$I' = I_0' \exp - (\mu_s' M_s + \mu_B' M_B) \quad (3a)$$

high energy:

$$I = I_0 \exp - (\mu_s M_s + \mu_B M_B) \quad (3b)$$

Where M is the area density, and subscripts B and S respectively denote bone and soft tissue. Equations (3a) and (3b) are simplified by writing V in place of the logarithmic.

transmission factor $-\ln(I_0)$, giving:

$$V' = (\mu_s' M_s + \mu_B' M_B) \quad (4a)$$

$$V = (\mu_s M_s + \mu_B M_B) \quad (4b)$$

$$BMD = M_s = \frac{V' - kV}{\mu_B' - k\mu_B} \quad (5)$$

where:

$$k = \mu_s' / \mu_s$$

The Equation 5 show the BMD determination which relate to the difference of averaged intensity which measured at high and low energy of the x-ray image captured.

BMC can be derived by dividing BMD by the area. The next subsection describes the active contour which is used to segment the bone prior to estimate the area.

IV. ACTIVE CONTOUR

A parametric active contour or snake is a curve, with parameter $s \in [0, 1]$. The curve can move on the image plane under the influence of two types of forces - internal and the external forces. The former constrains the snake to be smooth while the latter guides the snake to seek desirable image properties, such as edges. The external forces are computed from the image data. Such an active contour model seeks to minimize the following functional [11]

$$E(X) = \int_0^1 [\alpha |x'(s)|^2 + \beta |X''(s)|^2] J + E_{ext}(x(s)) ds \quad (6)$$

Where terms in the bracket associated with internal energy and E_{ext} is external energy. The $x'(s)$ and $x''(s)$ of the energy control the smoothness and the rigidity of

the contour respectively by exercising on the parameter α and β respectively.

In order to attract snakes to salient features in images, the external energy is needed. The typical external energy designed to lead an active contour toward object boundaries [1] are

$$E_{ext}^1(x, y) = -|\nabla I(x, y)|^2 \quad (7)$$

$$E_{ext}^2(x, y) = -|\nabla G_\sigma(x, y) * I(x, y)|^2 \quad (8)$$

Where $I(x, y)$ is a gray-level image, G_σ is a two dimensional Gaussian function with standard deviation and ∇ is the gradient operator. The key problem of a traditional external force is its limited capture range. Increasing σ can enlarge the capture range but the larger will result in inaccurate boundary localization. Several methods such as distance potential force [12], gradient flow vector force [13] has been proposed to significantly increase the capture range of a traditional snake. But they all use only edge information.

Gradient flow vector force is derived by the following energy function

$$E_{GVF}(u, v) = \frac{1}{2} \iint g(|\nabla f|) (u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) dx dy + \frac{1}{2} \iint (1 - g(|\nabla f|)) ((u - f_x)^2 + (v - f_y)^2) dx dy \quad (9)$$

Where $f(x)$ is the edge map and g is a decreasing function of the gradient magnitude defined as

$$f(x, y) = -|\nabla G_\sigma(x, y) * I(x, y)|^2 \quad (10)$$

$$g(|\nabla f|) = \exp\left(-\left(\frac{|\nabla f|}{k}\right)\right) \quad (11)$$

Where k is constant controlling the smoothness of the result field [12-13]. Calculus of variation is applied to minimize (4) leading the following Euler equation [13]:

$$\begin{aligned} g\nabla^2 u - (1 - g)(u - f_x) &= 0 \\ g\nabla^2 v - (1 - g)(v - f_y) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Solving (7) derives the Gradient Vector Flow Field (GVF) force field (ova) that minimize (4).

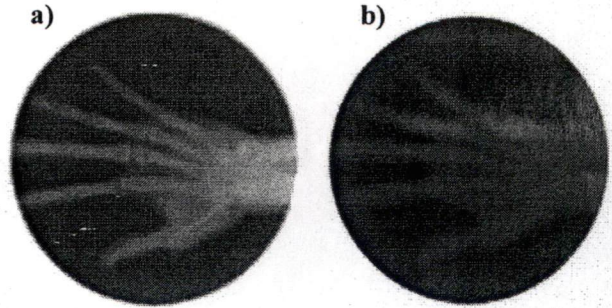


Fig. 3. Digital DXA images of hand: a, low energy and b, high energy.

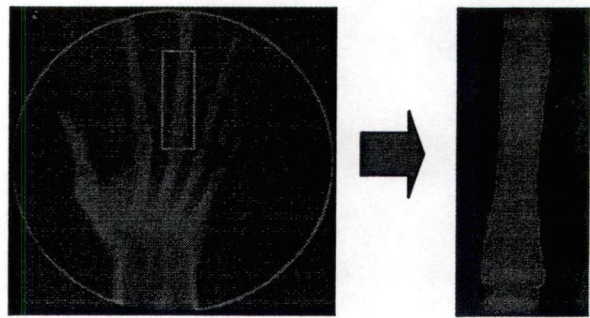


Fig. 4. Images of the middle phalangeal of the third finger of a subject shows result of adaptive contour.

TABLE I
RESULTS OF BONE MINERAL DENSITY (BMD) AND BONE MINERAL CONTENT (BMC) OF PHANTOMS.

Ingredient: Plaster Power / Water / Calcium (g/cc/g)	BMD g/cm	BMC (g)
40 / 80 / 10	0.2245	12.5727
40 / 80 / 20	0.3461	19.3847
40 / 80 / 30	0.5249	29.3996
40 / 80 / 40	0.7134	39.9538
40 / 80 / 50	0.8611	48.2229
40 / 80 / 60	1.0328	57.8416
40 / 80 / 70	1.2653	70.8574
40 / 80 / 80	1.4516	81.2940
40 / 80 / 90	1.6139	90.3785
40 / 80 / 100	1.7873	100.0943

The active contour is used to extract bone structure as general segmentation scheme such as thresholding fails to segment the bone. To implement the active contour, the Gaussian kernel is first filtered to smooth the digitized radiograph image, the edge detection is then performed followed by computing the Gradient Vector Flow (GVF).

The GVF is then used as external force in equation (7) to

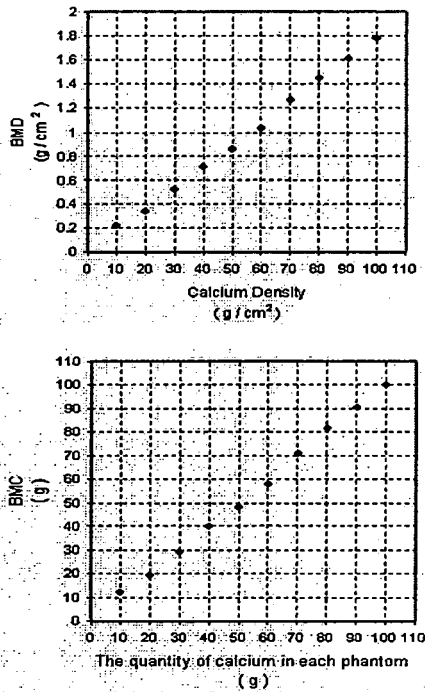


Fig. 5. Shows the graph of The BMD (a) BMC (b) Values versus calcium density.

TABLE II
RESULTS OF BONE MINERAL DENSITY (BMD) AND BONE MINERAL CONTENT (BMC) OF PHALANGEAL.

Subject	BMD g/cm	BMC (g)
1	0.7245	12.5727
2	0.8461	19.3847
3	0.5249	29.3996
4	0.7134	39.9538
5	0.8611	48.2229

Drive the initial contour (circle contour) to fit the contour of the bone. Figure 4 show the result of segmentation using adaptive contour.

V. EXPERIMENTS AND RESULTS

To calibrate the system, ten phantoms of calcium powdered mixed with the plaster mixture has been fabricated. The concentration of calcium and hence the quantity in each phantom is known. Each phantom is radiated with 2-level x-ray energy 60 kV_p and 78 kV_p.

The result which is in the linear response of the detector. The BMD and BMC have been computed and tabulated. Table 1 show the detail. Figure 5 shows the graph of The BMD and BMC values versus calcium

density.

The purposed x-ray detector is then applied to estimate bone mineral density (BMD) and bone mineral content (BMC) on the phalangeal. The results are shown in table 2.

VI. CONCLUSION AND DISCUSSIONS

An x-ray detector is studied in this paper. Our detector is a CMOS camera optically coupled with x-ray scintillation screen. The advantages of our x-ray detector is not only its ease to design but is also provides excellent spatial resolution. We also applied our designed x-ray detector for estimating the bone mineral density (BMD) and bone mineral content (BMC) on the phalangeal. The results are very promising.

REFERENCES

- [1] G. Eason, B. Noble, and I. N. Sneddon, "On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions," *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, vol. A247, pp. 529-551, April 1955.
- [2] J. Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp.68-73.
- [3] I.S. Jacobs and C.P. Bean, "Fine particles, thin films and exchange anisotropy," in *Magnetism*, vol. III, G.T. Rado and H. Suhl, Eds. New York: Academic, 1963, pp. 271-350.
- [4] K. Elissa, "Title of paper if known," unpublished.
- [5] R. Nicole, "Title of paper with only first word capitalized," *J. Name Stand. Abbrev.*, in press.
- [6] Y. Yorozu, M. Hirano, K. Oka, and Y. Tagawa, "Electron spectroscopy studies on magneto-optical media and plastic substrate interface," *IEEE Transl. J. Magn. Japan*, vol. 2, pp. 740-741, August 1987 [Digests 9th Annual Conf. Magnetics Japan, p. 301, 1982].
- [7] M. Young, *The Technical Writer's Handbook*. Mill Valley, CA: University Science, 1989.
- [8] C.R.Smith and J.W.Erker, "Low cost, high resolution x-ray detector system for digital radiography and computed tomography", *Proc. Of SPIE*, Vol.2009, X-ray detector physics and applications, PP.31-35,1993.
- [9] <http://www.micron.com/imaging>.
- [10] M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models," *Proceedings of First International Conference on Computer Vision*, pp. 321- 331, 1987.
- [11] C. Xu and J.L. Prince, "Snakes, shapes, and gradient vector flow," *IEEE Trans. Image Processing* vol. 7, pp. 359-369, 1998.
- [12] C. Xu and J.L. Prince, "Generalized gradient vector flow external force for active contours," *Signal Processing*, vol. 71, pp. 131-139, 1998.
- [13] J.C. Adams, On the value of Euler's constant, *Proc. Roy. Soc. London*, (1878), vol. 27, p. 88-94

reflected at the N^{th} interface. The equations for the reflected waveform and concern parameters are written below. Keep in mind that we never know about the character of the reflectance and transmittance between each layer.

$$P_r(t) = \sum_{n=1}^N r_{en}(t) \quad (1)$$

$$r_{en}(t) = \sqrt{R_n} \left(\prod_{k=1}^{n-1} T_k \right) \times P_i(t - \tau_n) \times e^{-2 \int_1^N \alpha(x, y, f_0) dl} \quad (2)$$

where R_n and T_n are the reflectance and transmittance of the power at the n^{th} interface, τ_n is the delay time corresponding to the distance from the transducer to the n^{th} interface, and (x, y, f) is the frequency-dependent attenuation coefficient of the tissue at coordinate (x, y) . The latest recorded pulse must be converted to be in the frequency domain as shown in equation 3, so the frequency where the amplitude of the signal is maximum can be detected.

$$R_{eN}(f) = \sqrt{R_N} \left(\prod_{K=1}^{N-1} T_K \right) \times P_i(f) \times e^{-2 \int_1^N \alpha(x, y, f) dl} \times e^{-2j \int_1^N \beta(f) dl} \quad (3)$$

where $\beta(f)$ is the phase shift of the tissue.

The attenuation, β , is estimated from the reflected ultrasonic signal using the centroid-shifting method [8]. The ultrasound signal $s(t)$ reflected by a biological tissue is digitized with a sampling interval $\Delta t = 1/F_S$ in N samples (F_S is the sampling frequency, T is the signal duration). We estimate the center frequency or spectral centroid defined by:

$$f_c(\tau_i) = \frac{m_1(\tau_i)}{m_0(\tau_i)} \quad (4)$$

Where

$$m_j(\tau_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^j \cdot S(\tau_i, f) \cdot df \quad (5)$$

Due to the random position of scatters in the medium, the output of the estimator fluctuates. The variance of the estimate is reduced by averaging the spectra of A independent (uncorrelated) echo signals for each window position. One centroid is determined for this depth and noted $f_c(\tau)_i$, where denotes the averaging process over A uncorrelated lines.

With the classical assumption of a linear-with-frequency attenuation:

$$\alpha(f) = \beta \cdot f \quad (6)$$

Where α is expressed in dB/cm and β is the attenuation coefficient expressed in dB/cmMHz, the following relation can be shown :

$$\beta = \frac{-8.68}{c\sigma^2(\tau)} \cdot \frac{df_c}{d\tau} \quad (7)$$

Where c denotes the speed of ultrasound in the tissues, $df_c/d\tau$ is expressed in MHz/s and $\sigma^2(\tau)$ is the spectral variance (MHz²)

To estimate the integrated attenuation, $\int_1^N \beta(f) dl$, the spectral of both incident and reflected ultrasonic signal are computed. The frequency centroid equation (4) is evaluated. The difference of frequency centroid of spectrum between incident and reflected ultrasonic signal is linearly related to the integrated attenuation and hence the projection data along the ultrasonic ray.

III. RECONSTRUCTION ALGORITHM

The Algebraic Reconstruction Technique (ART) is inherently a pixel-based reconstruction algorithm, i.e., a grid correction is based on the projection and backprojection of a single image pixel at a time. This is usually performed via image-order projection methods, i.e. the image is projected by casting rays into the image, pixel by pixel

Algebraic Reconstruction Technique (ART) explored by [10] has shown an ability to reconstruct the cross section with convergence. However, salt and pepper noises constantly dominate the data caused by roughly interpolating of the weighting function. The Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT) [11] can reduce the noise, but suffering from computational cost. By combining the virtues from both ART and SIRT, the Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART) [9] can convert the data to high quality in a few iterations. The concept of the SART is to resample the normal pixel's grids by the equidistance lattices as shown in Fig. 2., in which each element on the lattice can be assigned the gray

level from bilinear interpolation of 4 adjacent points. Also the supporting region is reduced to a circle instead of a rectangle. Another concept is to update the data within one projection, not a ray-by-ray style as in the ART case.

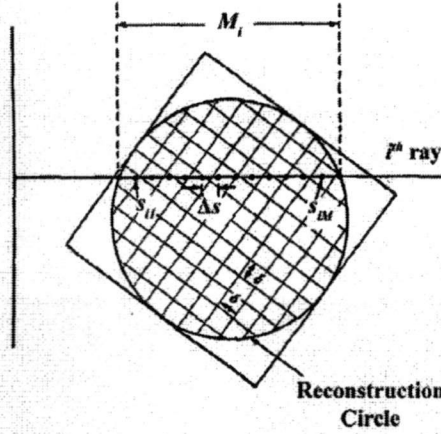


Fig. 2. Resampled reconstruction plane

The projection equation of the SART can express mathematically as the following (see Fig. 2.).

$$p_i \approx \sum_{m=1}^{M_i} \hat{f}(s_{im}) \Delta s \quad (8)$$

, where p_i is the projection for the i^{th} ray, Δs is the arbitrary equidistance between two lattice's elements, and $\hat{f}(s_{im})$ is determined from 4 adjacent pixels (f_j 's) by bilinear interpolation, or given by

$$\hat{f}(s_{im}) = \sum_{j=1}^N d_{ijm} f_j \quad (9)$$

coefficient d_{ijm} remarks the contribution of the j^{th} pixel to the m^{th} point on the i^{th} ray. Substituting Eq. 9. into Eq. 8. yields

$$p_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} f_j \quad (10)$$

$$a_{ij} = \sum_{m=1}^{M_i} d_{ijm} \Delta s \quad (11)$$

a_{ij} is clearly the weighting function of j^{th} pixel associated with the i^{th} ray. After the projection equation was modeled, the formula for updating the j^{th} pixel on the reconstruction grid for the $(k+1)^{th}$ iteration can be derived as in the case of the ART, or

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \frac{\sum_i \left[a_{ij} \frac{p_i - \sum_{j=1}^N a_{ij} f_j^{(k)}}{\sum_{j=1}^N a_{ij}} \right]}{\sum_i a_{ij}} \quad (12)$$

where the summation with respect to i is for all rays in one projection. The complicated equation can be explained step-by-step as the following:-

(a) Find the weight a_{ij} from Eq. 11. for all pixel j within i^{th} ray.

(b) Calculate the summation of i or numeration term in Eq. 12., the summation is done for rays within one projection. Note that, for the first iteration, the initial values of f_j are normally set to zeros.

(c) Update the f_j 's by Eq. 12.

(d) Move to the next projection, repeat (b) and (c). Do this repeatedly until all projections are completed. This is counted as one iteration.

(e) Repeat (b) to (d) by using the same weight as (a) for the succeeding iterations.

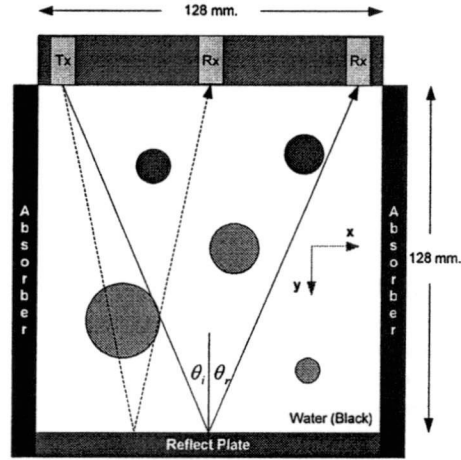


Fig. 3. Imaging Setup

IV. IMAGING SETUP

The linear-array reflection ultrasonic tomographic system is simulated in Fig. 3. The system is capable of transmitting a pulse from a single channel while the remaining channels acquire a complete echo data set. The number of array is of 128. The resolution is 1 pixel./mm. In the simulation process, the 3.5 MHz broadband ultrasonic pulse is inosified to the phantom, the reflected pulse is sampled at 40 MHz. The reflected pulse is then resolved by the frequency-centroid shift method to get the value of the integrated attenuation coefficient, the projection data.

V. EXPERIMENTAL RESULTS

Tomographic model can be created using parameters inside it from Table I, which conclude center of image (x, y), radius in unit of pixels, gray level (0-255) respectively. Fig.4 shows the reconstruction result. To provide numerical evidence, we opt to use the mean square error (MSE) equation to determine the ERROR between the reconstructed image and the original image. The formula of MSE is given by

$$MSE = \frac{\iint [o(x, y) - o'(x, y)]^2 dx dy}{\iint [o(x, y)]^2 dx dy} \times 100 \quad (13)$$