

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

รายงานการวิจัย

เรื่อง

การวิเคราะห์สถานะทางโพลาไรซ์ของแสง

THE ANALYSIS OF THE OPTICAL POLARIZATION STATES

โดย

ดร. รัชภักย์ จิตต์อารี

ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

RCH

QC

441

๖๖๕๖

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน 34426

ฉบับ, เดือน, ปี- 4 11.ย. 2542



T034426

งานวิจัยนี้ได้รับทุนจากงบวิจัยประจำปี 2540

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการนำเสนอวิธีการหนึ่งในการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสงโดยการวัด Stokes parameters S_0 , S_1 , S_2 และ S_3 โดยอุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวประกอบด้วย polarizer และ quarter wave plate สำหรับการทดสอบกระทำโดยการวิเคราะห์ output ซึ่งทราบสถานะจากชุดทดลองการมอดูเลตเฟสของแสง การวิเคราะห์ให้ผลออกมาเป็นที่น่าพอใจ กล่าวคือ output ดังกล่าวคือแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น มี ellipticity 0.05 และ degree of polarization ประมาณ 98%

Abstract

A simple method of the polarization analysis is proposed. The method is based on measurement of the Stokes parameters; namely, S_0 , S_1 , S_2 and S_3 . Only a polarizer and a quarter wave plate were required in the parameter determination scheme. The scheme was tested by being implemented to characterize a polarization state known output beam from a polarization modulation arrangement. The experimental results were found to be linear polarization state with the ellipticity of 0.05 and the degree of polarization of about 98%.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หัวข้อ	หน้า
บทคัดย่อ	i
สารบัญเรื่อง	ii
สารบัญตาราง	iv
สารบัญภาพ	v
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 ทฤษฎีแสงเกี่ยวกับโพลาไรเซชัน	2
2-1 บทนำ	2
2-2 แสงโพลาไรซ์	3
2-2-1 แสงโพลาไรซ์เชิงเส้น	3
2-2-2 แสงโพลาไรซ์แบบวงกลม	4
2-2-3 แสงโพลาไรซ์แบบวงรี	6
2-3 Introduction to the Jones Calculus, Mueller Calculus and Poincare Sphere	10
2-3-1 Jones Calculus	10
2-3-1-1 Definition of the Jones Vectors	11
2-3-1-2 ตัวอย่างของ Jones Vectors	12
2-3-1-3 Standard Normalized Jones Vectors	13
2-3-1-4 Interpretation of the Vectors	14
2-3-1-5 นิยามของ Jones Matrix	16
2-3-1-7 Examples of the Jones Calculus	21
2-3-2 Mueller Calculus และ นิยามของ Stokes Parameters	23
2-3-2-1 The Stokes Parameters	23
2-3-2-2 ตัวอย่างของ Stokes Vectors	27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2-3-2-3	นิยามของ the Mueller matrix	33
2-3-2-4	ตัวอย่างของการใช้ Mueller Calculus	36
2-3-3	Description of the Poincare Sphere	37
บทที่ 3	อุปกรณ์ทางแสงสำหรับควบคุมสถานะโพลาไรซ์ของแสง	41
3-1	Polarizer	41
(1)	Dichroic Polarizer	42
	Wire-Grid Polarizer	43
	Polaroid	45
(2)	Birefringence Polarizer	45
	Nicol Prism	51
	Glan-Foucault Prism	52
	Walaston Prism	53
3.2	Retarder	54
	Full Wave Plate	55
	Half Wave Plate	55
	Quarter Wave Plate	56
3-3	Compensator	56
บทที่ 4	การทดลอง	59
4-1	รายละเอียดการทดลอง	59
4-2	การวัด Stokes Parameters	61
บทที่ 5	ผลการทดลอง	65
5-1	รายละเอียดของผลการทดลอง	65
บทที่ 6	สรุปผลการทดลอง	67
	เอกสารอ้างอิง	68
	ประวัติผู้วิจัย	69

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

		หน้า
ตารางที่ 2-1	แสดงเงื่อนไขต่างๆที่สัมพันธ์กับสถานะโพลาไรซ์ของแสง	14
ตารางที่ 4-1	แสดง normalized Stokes parameters สำหรับแสงโพลาไรซ์หลายๆสถานะ	62
ตารางที่ 5-1	แสดงค่าความเข้มแสงต่างๆที่ใช้สำหรับคำนวณค่า Stokes parameters	65



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญภาพ

หน้า

รูปที่ 2-1	แสดงเวกเตอร์สนามแม่เหล็ก (\vec{H}) และสนามไฟฟ้า (\vec{E}) ที่ตั้งฉากกัน	2
รูปที่ 2-2	แสดงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่สถานะต่างๆ	4
รูปที่ 2-3	แสดงการกวาดของปลายเวกเตอร์ซึ่งแสดงถึงสถานะของแสงแบบ right circular polarization	5
รูปที่ 2-4	แสดงการกวาดของปลายเวกเตอร์ซึ่งแสดงถึงสถานะของแสงแบบ left circular polarization	6
รูปที่ 2-5	แสดงรูปวงรีซึ่งได้จากการวาดกราฟของสมการที่ (2-17)	8
รูปที่ 2-6	แสดงเวกเตอร์ของแสงโพลาไรซ์สถานะวงรี	10
รูปที่ 2-7	แสดง horizontal polarization	27
รูปที่ 2-8	แสดงผลรวมของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว $+45^\circ$ กับ -45° ซึ่งให้ผลเป็น horizontal polarization	27
รูปที่ 2-9	แสดงผลรวมของ left circular และ right circular polarization ซึ่งให้ผลเป็น horizontal polarization	27
รูปที่ 2-10	แสดงผลรวมระหว่างแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวแกน x และ y ซึ่งให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว 45° กับแกนอ้างอิง	28
รูปที่ 2-11	แสดงผลรวมระหว่างแสงโพลาไรซ์แบบวงกลมหมุนตามและทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว 45° กับแกนอ้างอิง	29
รูปที่ 2-12	แสดงภาพประกอบการพิจารณา Stokes parameters สำหรับแสงโพลาไรซ์สถานะทั่วไป	29
รูปที่ 2-13	แสดง Poincare sphere และคู่ค่าคัม longitude (2α) และ latitude (2ω) ที่ใช้บอกตำแหน่งของแสงโพลาไรซ์สถานะต่างๆ	37
รูปที่ 2-14	แสดงการวิเคราะห์สถานะของแสงโพลาไรซ์	39
รูปที่ 2-15	แสดง sphere ในพิกัดฉาก (cartesian coordinates)	40
รูปที่ 3-1	แสดงการทำงานของ Wire-grid polarizer	43
รูปที่ 3-2	แสดงโครงสร้างอะตอมเมื่อพิจารณาแบบ classical mechanics ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า	44

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3-3	แสดงโครงสร้างของผลึก calcite	45
รูปที่ 3-4	แสดงการเกิด double refraction เมื่อลำแสงเคลื่อนที่ผ่านผลึก	47
รูปที่ 3-5	แสดงแสงตกกระทบบนผลึกซึ่งมีค่าดัชนีหักเหสองแนว	47
รูปที่ 3-6	แสดงการแผ่ของหน้าคลื่นสำหรับ negative uniaxial crystal $V_{\perp} < V_{\parallel}$	48
รูปที่ 3-7	แสดงการแผ่ของหน้าคลื่นสำหรับ positive uniaxial crystal $V_{\parallel} < V_{\perp}$	49
รูปที่ 3-8	แสดงผลึก calcite (negative uniaxial crystal)	49
รูปที่ 3-9	แสดง o ray ที่ตกกระทบผิวรอยต่อ	50
รูปที่ 3-10	แสดง e ray ที่ตกกระทบผิวรอยต่อ	50
รูปที่ 3-11	แสดง Nicol prism	51
รูปที่ 3-12	แสดง Glan-Foucault Prism	52
รูปที่ 3-13	แสดง Walaston Prism	53
รูปที่ 3-14	แสดงการทำงานของ Half wave plate	56
รูปที่ 3-15	แสดง Babinet compensator	57
รูปที่ 3-16	แสดง Soleil compensator	58
รูปที่ 4-1	แสดงการจัดชุดทดลองการมอดูเลตเฟสของแสงโดยใช้เส้นใยแก้วนำแสง HWP : Half Wave Plate, QWP1,2 : Quarter Wave Plates, L1,2 : Lenses PBS : Polarizing Beam Splitter, GS : Glass Slide, P1,2 : Polarizers, D1,2 : Detectors, HiBi Fibre : Polarization Preserving Fibre	59
รูปที่ 4-2	แสดงการจัดอุปกรณ์ทางแสงซึ่งประกอบด้วยแผ่น polarizer และผลึกหน่วงเฟส ชนิด quarter wave plate เพื่อทำการวัด Stokes parameters	60
รูปที่ 4-3	แสดงการจัดอุปกรณ์ทางแสงเพื่อทำการวัดความเข้มแสงที่มุมต่างๆสำหรับ Stokes parameters แต่ละตัว	63

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1 บทนำ

ในงานทางด้านการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับสมบัติต่างๆทางแสงของวัสดุ ไม่ว่าจะเป็นงานทางด้าน Polarimetry (งานทางด้านการศึกษา birefringence, optical activity ฯลฯ) หรือ Ellipsometry (งานทางด้านการศึกษา ค่า ครรชนีหักเห, ความหนาของฟิล์มบาง ฯลฯ) ส่วนแต่อาศัยหลักการพื้นฐานของการสะท้อนแสงโพลาไรซ์บนผิววัสดุที่ต้องการศึกษาทั้งสิ้น ซึ่งกล่าวโดยละเอียดคือ การตรวจสอบถึงความแตกต่างระหว่างสถานะของแสงโพลาไรซ์ชุดหนึ่งก่อนและหลังการสะท้อนกับผิววัสดุที่ต้องการศึกษา ซึ่งจากกฎของการสะท้อนของแสงโพลาไรซ์จะพบว่า แสงที่สะท้อนนี้จะมีสถานะโพลาไรซ์ที่เปลี่ยนไปเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงความเข้มและเฟสของแสง โดยการเปลี่ยนแปลงสถานะโพลาไรซ์นี้จะสัมพันธ์กับสมบัติทางแสงของผิววัสดุที่สะท้อนแสงนั้นๆ

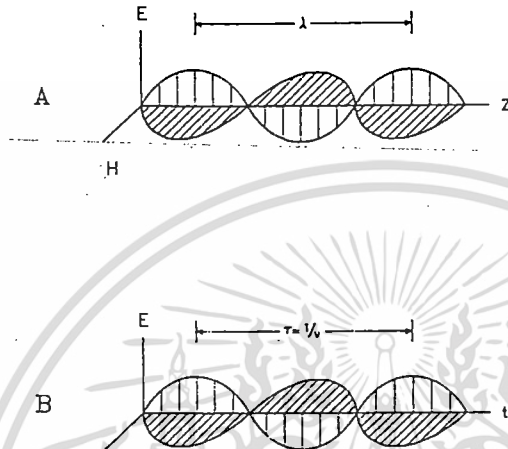
จากหลักการพื้นฐานที่กล่าวมาแสดงให้เห็นว่าในระบบการวัดไม่ว่าจะเป็น Polarimetry หรือ Ellipsometry ก็ตามจะต้องประกอบด้วย 3 ส่วนที่สำคัญคือ (1) ส่วนของการผลิตแสงโพลาไรซ์ (2) ส่วนของพื้นผิวที่ต้องการศึกษา และ (3) ส่วนของการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสง โดยส่วนที่ได้ถูกเลือกมาเป็นหัวข้อวิจัยคือในส่วนของการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสง เนื่องจากว่าส่วนดังกล่าวเป็นส่วนสำคัญที่เกี่ยวข้องกับการแปลงความหมายของปริมาณทางแสงที่วัดได้ให้สัมพันธ์กับสมบัติของพื้นผิวที่สนใจ ซึ่งถ้าการแปลงผลผิดพลาดก็จะทำให้ได้สมบัติของพื้นผิวที่ไม่ถูกต้อง

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาเบื้องต้นเกี่ยวกับเทคนิคในการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสงโดยอาศัยทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับแสงโพลาไรซ์ ซึ่งวิธีคำนวณงานอาศัยการวัดค่าพารามิเตอร์ซึ่งใช้แสดงสถานะโพลาไรซ์ของแสงที่เรียกว่า Stokes parameters โดยทำการวิเคราะห์แสงโพลาไรซ์ที่ทราบสถานะแน่นอนจากชุดทดลองการมอดูเลตเฟสของแสง ซึ่งผลที่ได้ออกมาจะทำให้สรุปถึงความเป็นไปได้ในการนำเทคนิคที่ศึกษาไปใช้ในทางปฏิบัติต่อไป

บทที่ 2 ทฤษฎีแสงเกี่ยวกับโพลาไรเซชัน

2-1 บทนำ

โดยทั่วไปแสงสามารถพิจารณาได้ว่าเป็นประกอบด้วยสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าซึ่งตั้งฉากกัน ดังแสดงในรูปที่ 2-1



รูปที่ 2-1 แสดงเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก (\vec{H}) และสนามไฟฟ้า (\vec{E}) ที่ตั้งฉากกัน

แอมพลิจูด สำหรับสนามไฟฟ้า ณ เวลา t ใดๆ สามารถเขียนได้เป็น

$$E(z, t) = E_x^0 \sin[2\pi vt - (2\pi z/\lambda) + \phi_0] \quad (2-1)$$

โดยสมการที่ (2-1) แสดงถึงสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจาย ในทิศทาง z และมีระนาบของการสั่นในแนวแกน x (สนามไฟฟ้าสั่นด้วยความถี่ v ในแนว $\pm x$) และตัวแปรต่างๆที่ปรากฏในสมการมีความหมายดังนี้

λ = ความยาวคลื่นแสง

E_x^0 = แอมพลิจูด สูงสุด

ϕ_0 = ค่าเฟส

ถ้า $\omega = 2\pi v$ และ $k = 2\pi/\lambda$ ดังนั้น

$$E(z, t) = E_x^0 \sin[\omega t - kz + \phi_0] \quad (2-2)$$

และสำหรับสนามแม่เหล็กที่มีความถี่เท่ากับสนามไฟฟ้าแต่มีระนาบการสั่นตั้งฉากกับสนามไฟฟ้า สามารถเขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ (ระบุชื่อ) ที่ (ระบุชื่อหน่วยงาน) ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2-2 แสงโพลาไรซ์ (Polarized Light)

2-2-1 แสงโพลาไรซ์เชิงเส้น (Linearly Polarized Light)

ถึงแม้ว่าแสงจะประกอบด้วยสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก แต่โดยทั่วไปจะพบว่าการวิเคราะห์ทางแสงจะนิยมใช้สนามไฟฟ้าเป็นหลัก สาเหตุก็เนื่องมาจากผลของสนามไฟฟ้าต่ออนุภาค เช่น อิเล็กตรอน ในวัตถุมีมากกว่าผลเนื่องจากสนามแม่เหล็ก ดังแสดงได้ดังนี้

อันตรกิริยาของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าต่ออนุภาคประจุ q ทำให้เกิดแรงกระทำต่ออนุภาคเนื่องจากสนามแม่เหล็กมีขนาด $F_B = qvB$ และแรงเนื่องจากสนามไฟฟ้ามีขนาด $F_E = qE$ ดังนั้น $F_B/F_E = vB/E = v/c$ เพราะว่า $E = cB$ และเนื่องจาก $v/c \ll 1$ ดังนั้น $F_B \ll F_E$

โดยทั่วไปสำหรับแสงซึ่งมีสมบัติเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว x และมีการแพร่กระจายในแนว z สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\vec{E}_x = E_x^0 \sin[\omega t - kz - \phi_0] \hat{i} \quad (2-4)$$

โดยที่ E_x^0 คือแอมพลิจูด และ \hat{i} คือ unit vector ในแนวแกน x

และสำหรับแสงซึ่งมีสมบัติเป็นโพลาไรซ์เชิงเส้นเช่นกัน แต่มีทิศทางการเปลี่ยนแปลงของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าในแนวแกน y สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\vec{E}_y = E_y^0 \sin[\omega t - kz - \phi_0] \hat{j} \quad (2-5)$$

โดยที่ \hat{j} คือ unit vector ในแนวแกน y

แต่ในทางปฏิบัติแนวทางการเปลี่ยนแปลงของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าสามารถเกิดขึ้นได้ทุกทิศทางที่ตั้งฉากกับแกน z ซึ่งทำให้สามารถเขียนเวกเตอร์ลัพธ์ได้เป็น

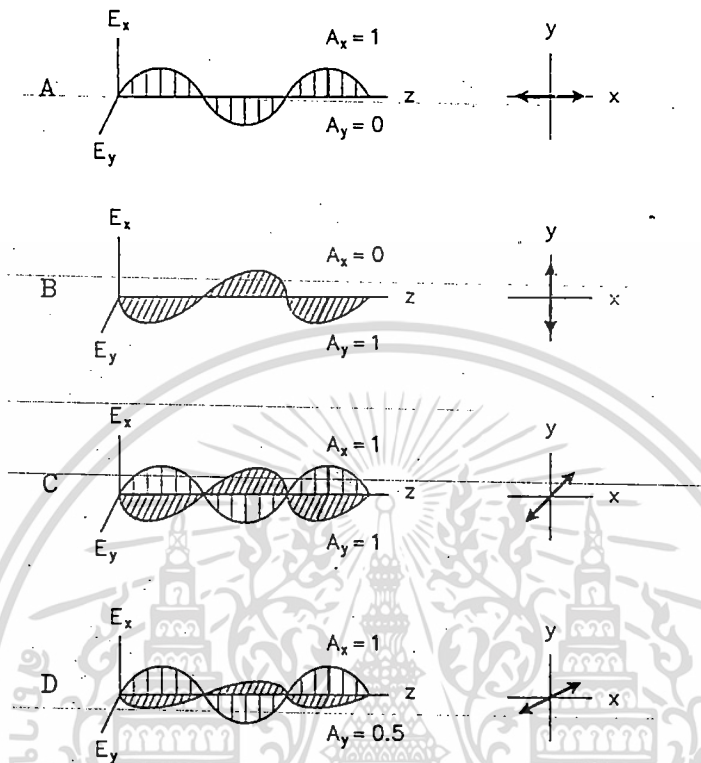
$$\begin{aligned} \vec{E}_0 &= \vec{E}_x + \vec{E}_y \\ &= \{E_x^0 \hat{i} + E_y^0 \hat{j}\} \sin[\omega t - kz + \phi_0] \end{aligned} \quad (2-6)$$

กล่าวโดยสรุปคือ แสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้นที่มีแนวทางการเปลี่ยนแปลงของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าในระนาบ xy สามารถเขียนได้เป็นผลรวมของส่วนประกอบในแนวแกน x และ y โดยที่ส่วนประกอบทั้งสองมีเฟสเท่ากันหรือต่างกันเท่ากับ π

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

wave representation

linear representation



รูปที่ 2-2 แสดงโพลาริซเซชันเชิงเส้นที่สถานะต่างๆ

2-2-2 แสงโพลาริซซ์แบบวงกลม (Circularly Polarized Light)

ในตอนที่แล้วได้กล่าวถึงแสงโพลาริซซ์เชิงเส้นใดๆที่มีแอมพลิจูดของส่วนประกอบเหมือนหรือต่างกันได้ แต่ต้องมีเฟสเท่ากันหรือต่างกันเป็น π แต่สำหรับในตอนนี้จะได้พิจารณาในกรณีที่มีแอมพลิจูดของแต่ละส่วนประกอบเท่ากัน แต่มีความต่างเฟสเป็น $\pi/2$ หรือ $-\pi/2$

เวกเตอร์ลิพท์สำหรับกรณีนี้สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \vec{E}_{rcp} &= E^0 \left\{ \sin[\omega t - kz + \phi_0] \hat{i} + \sin\left[\omega t - kz + \phi_0 + \frac{\pi}{2}\right] \hat{j} \right\} \\ &= E^0 \left\{ \sin[\omega t - kz + \phi_0] \hat{i} + \cos[\omega t - kz + \phi_0] \hat{j} \right\} \end{aligned} \quad (2-7)$$

หรือ

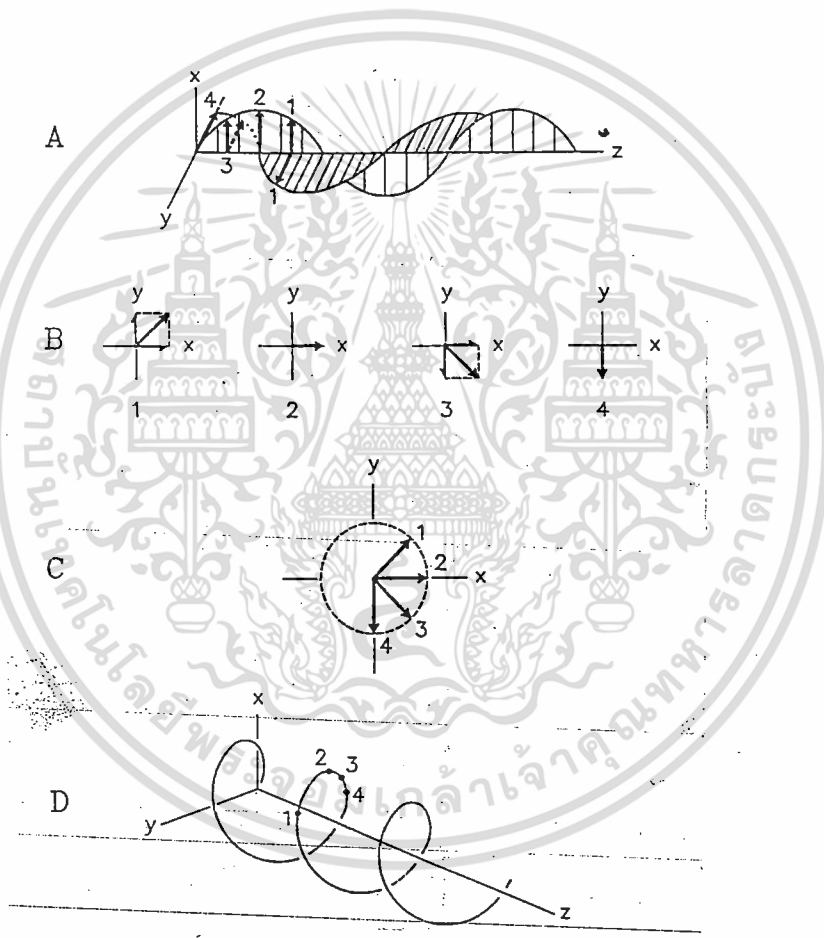
$$\begin{aligned} \vec{E}_{lcp} &= E^0 \left\{ \sin[\omega t - kz + \phi_0] \hat{i} + \sin\left[\omega t - kz + \phi_0 - \frac{\pi}{2}\right] \hat{j} \right\} \\ &= E^0 \left\{ \sin[\omega t - kz + \phi_0] \hat{i} - \cos[\omega t - kz + \phi_0] \hat{j} \right\} \end{aligned} \quad (2-8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับอาจารย์ในเฟสเรียนการสอนเท่านั้น หากท่านใดนำเอกสารนี้ไปใช้ประโยชน์โดยไม่ผ่านการคำ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ r_{cp} = แสงโพลาไรซ์วงกลมแบบวนขวา (right circular polarized light)
 l_{cp} = แสงโพลาไรซ์วงกลมแบบวนซ้าย (left circular polarized light)

จากรูปที่ 3 แสดงให้เห็นว่าการกวาดของเวกเตอร์ลิ้นแฉกแบบวงกลม (สังเกตการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของปลายเวกเตอร์เมื่อเวลาผ่านไป) โดยทิศทางของการกวาดเป็นได้สองกรณีคือ

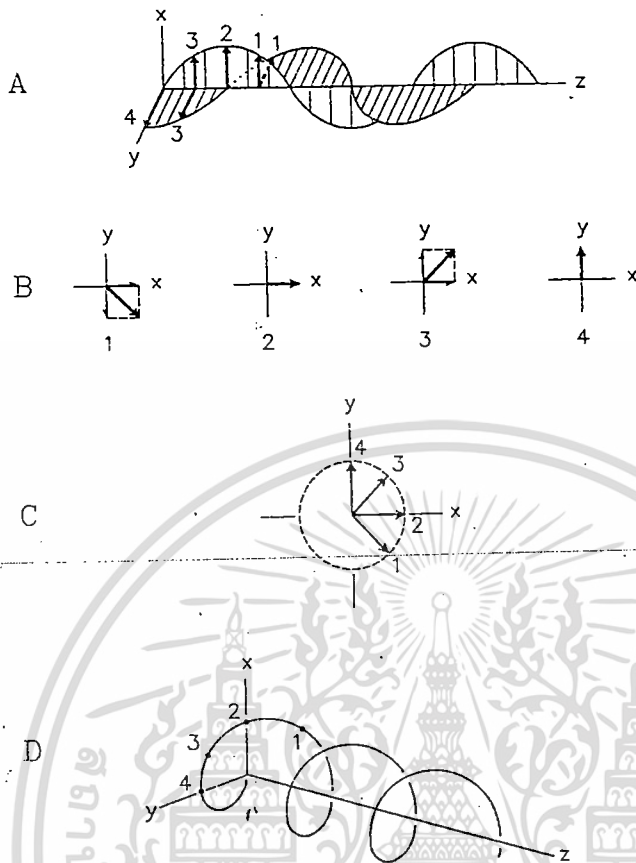
(1) เมื่อความต่างเฟสระหว่างส่วนประกอบในแนวแกน x และ y ต่างกันเท่ากับ $\pi/2$ ผู้สังเกตตามแนวแกน z ในทิศทางที่มองเข้าหาจุดกำเนิด จะสังเกตเห็นการกวาดของปลายเวกเตอร์มีทิศทางวนขวาหรือตามเข็มนาฬิกา (clockwise rotation) และเรียกสถานะโพลาไรซ์ของแสงแบบนี้ว่า right circular polarization (rcp)



รูปที่ 2-3 แสดงการกวาดของปลายเวกเตอร์ซึ่งแสดงถึงสถานะของแสงแบบ right circular polarization

(2) เมื่อความต่างเฟสระหว่างส่วนประกอบในแนวแกน x และ y ต่างกันเท่ากับ $-\pi/2$ ผู้สังเกตคนเดิมจะมองเห็นมีการกวาดของปลายเวกเตอร์หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา (counter clockwise) และเรียกสถานะโพลาไรซ์ของแสงแบบนี้ว่า left circular polarization (lcp) ดังแสดงในรูปที่ 2-4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2-4 แสดงการกวาดของปลายเวกเตอร์ซึ่งแสดงถึงสถานะของแสงแบบ left circular polarization

นอกจากนี้จะสังเกตเห็นว่าผลรวมของ rcp และ lcp จะให้ผลออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้น ดังแสดงได้ต่อไปนี้

$$\frac{E_{rcp} + E_{lcp}}{2} = E^0 \sin[\omega t - kz + \phi_0] \hat{i} \quad (2-9)$$

2-2-3 แสงโพลาไรซ์แบบวงรี (Elliptically Polarized Light)

สำหรับในกรณีนี้สถานะโพลาไรซ์จะเป็นแบบวงรี ซึ่งถือได้ว่าเป็นแบบลักษณะทั่วไป โดยส่วนประกอบในแนวแกน x และสามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{E}_x = E_x^0 \sin[\omega t - kz] \hat{i} \quad (2-10)$$

$$\vec{E}_y = E_y^0 \sin[\omega t - kz + \Delta] \hat{j} \quad (2-11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สังเกตได้ว่าในกรณีนี้แอมพลิจูดของส่วนประกอบในแนวแกน x และ y ไม่จำเป็นต้องเท่ากันและความต่างเฟสระหว่างส่วนประกอบในแนวแกนทั้งสองเท่ากับ Δ

สมการที่ (2-10) และ (2-11) สามารถจัดให้อยู่ในรูปของสมการวงรีได้ดังนี้

สมการที่ (2-10) เมื่อคิดเฉพาะขนาดสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\frac{E_x}{E_x^0} = \sin[\omega t - kz] \quad (2-12)$$

สมการที่ (2-11) เมื่อคิดเฉพาะขนาดสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\frac{E_y}{E_y^0} = \sin[\omega t - kz] \cos \Delta + \cos[\omega t - kz] \sin \Delta \quad (2-13)$$

จากนั้นคูณสมการที่ (2-12) ด้วย $\cos \Delta$ ทำให้ได้เป็น

$$\frac{E_x}{E_x^0} \cos \Delta = \sin[\omega t - kz] \cos \Delta \quad (2-14)$$

นำสมการที่ (2-13) ลบด้วยสมการที่ (2-14) จะได้เป็น

$$\frac{E_y}{E_y^0} - \frac{E_x}{E_x^0} \cos \Delta = \cos[\omega t - kz] \sin \Delta \quad (2-15)$$

เนื่องจากสมการที่ (2-12) เขียนได้เป็น $\left(\frac{E_x}{E_x^0}\right)^2 = \sin^2[\omega t - kz] = 1 - \cos^2[\omega t - kz]$

ดังนั้น

$$\cos^2[\omega t - kz] = 1 - \left(\frac{E_x}{E_x^0}\right)^2 \quad (2-16)$$

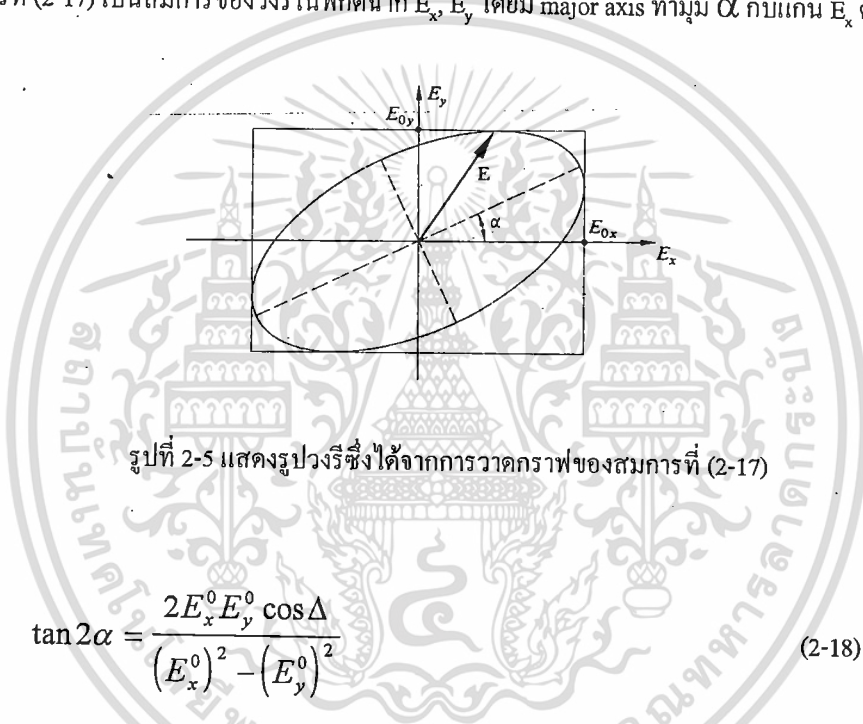
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการที่ (2-15) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_y}{E_y^0} - \frac{E_x}{E_x^0} \cos \Delta \right)^2 &= \cos^2 [\omega t - kz] \sin^2 \Delta = \left\{ 1 - \left(\frac{E_x}{E_x^0} \right)^2 \right\} \sin^2 \Delta \\ \left(\frac{E_y}{E_y^0} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_x^0} \right)^2 \cos^2 \Delta - 2 \frac{E_y E_x}{E_y^0 E_x^0} \cos \Delta &= \sin^2 \Delta - \left(\frac{E_x}{E_x^0} \right)^2 \sin^2 \Delta \\ \left(\frac{E_y}{E_y^0} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_x^0} \right)^2 - 2 \frac{E_y E_x}{E_y^0 E_x^0} \cos \Delta &= \sin^2 \Delta \end{aligned} \quad (2-17)$$

สมการที่ (2-17) เป็นสมการของวงรีในพิกัดฉาก E_x, E_y โดยมี major axis ทำมุม α กับแกน E_x ดังรูปที่

2-5



รูปที่ 2-5 แสดงรูปวงรีซึ่งได้จากการวาดกราฟของสมการที่ (2-17)

โดยที่

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_x^0 E_y^0 \cos \Delta}{(E_x^0)^2 - (E_y^0)^2} \quad (2-18)$$

เนื่องจากสมการที่ (2-17) เป็นรูปวงรีซึ่งมี major axis ทำมุม α (azimuth) กับแกน E_x ถ้า $\alpha = 0$ จะได้รูปวงรีซึ่งมี major axis และ minor axis ขนานกับแกน E_x, E_y ตามลำดับ

กล่าวคือเมื่อ $\alpha = 0$ สมการที่ (2-18) เขียนได้เป็น

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_x^0 E_y^0 \cos \Delta}{(E_x^0)^2 - (E_y^0)^2} = 0$$

ดังนั้น $\Delta = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \dots$

สมการที่ (2-17) สามารถลดรูปเป็น

$$\left(\frac{E_y}{E_y^0} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_x^0} \right)^2 = 1 \quad (2-19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สังเกตว่าถ้า $E_y^0 = E_x^0 = E_0$ สมการที่ (19) สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$E_y^2 + E_x^2 = E_0^2 \quad (2-20)$$

ซึ่งก็คือสมการวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ E_0 นั่นเอง

ถ้า Δ มีค่าเท่ากับ $n\pi$ เมื่อ n เป็นเลขคู่ สมการที่ (2-17) สามารถเขียนได้เป็น

$$\left(\frac{E_y}{E_y^0}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_x^0}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_x^0}\right)\left(\frac{E_y}{E_y^0}\right) = 0$$

หรือ

$$\left(\frac{E_y}{E_y^0} - \frac{E_x}{E_x^0}\right)^2 = 0$$

$$\frac{E_y}{E_y^0} = \frac{E_x}{E_x^0}$$

$$E_y = E_y^0 \frac{E_x}{E_x^0} \quad (2-21)$$

สมการที่ (2-21) คือ สมการเส้นตรงซึ่งมีความชันเท่ากับ $\frac{E_y^0}{E_x^0}$ และในทำนองเดียวกันถ้า Δ มีค่า

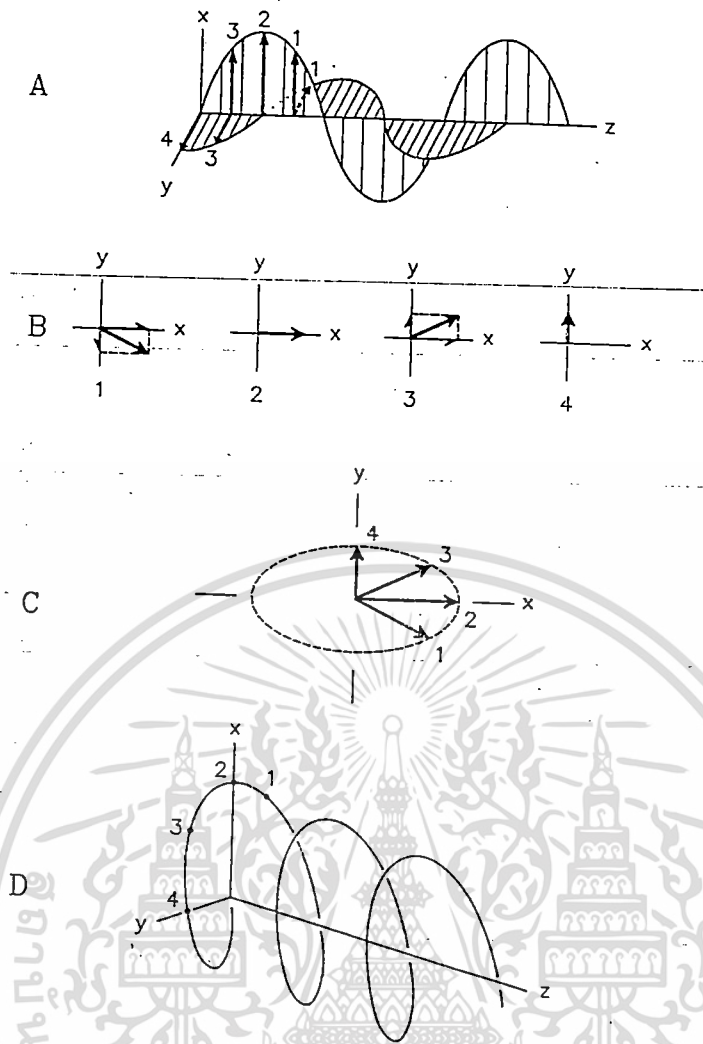
เท่ากับ $n\pi$ เมื่อ n เป็นเลขคี่ สมการที่ (2-17) สามารถเขียนได้เป็น

$$E_y = -E_y^0 \frac{E_x}{E_x^0} \quad (2-22)$$

สมการที่ (2-22) คือ สมการเส้นตรงซึ่งมีความชันเท่ากับ $-\frac{E_y^0}{E_x^0}$

และในทำนองเดียวกับแสงโพลาไรซ์แบบวงกลม การกวาดของปลายเวกเตอร์ลัพธ์ของแสงโพลาไรซ์แบบวงรีในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาหรือตามเข็มนาฬิกา จะขึ้นอยู่กับความต่างเฟสระหว่างส่วนประกอบในแนวแกน E_x และ E_y

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2-6 แสดงเวกเตอร์ของแสงโพลาไรซ์สถานะวงรี

กล่าวโดยสรุปก็คือโพลาไรซ์แบบวงรีถือได้ว่าเป็นสถานะทั่วไปของแสงโพลาไรซ์ โดยมีสถานะโพลาไรซ์แบบวงกลมและเชิงเส้นเป็นสถานะโพลาไรซ์ในกรณีพิเศษ

2-3 Introduction to the Jones Calculus, Mueller Calculus and Poincare Sphere

2-3-1 Jones Calculus

2-3-1-1 Definition of the Jones Vectors

เริ่มจากการพิจารณาแสงที่มีโพลาไรซ์แบบวงรี ซึ่งสามารถเขียนได้ว่าประกอบด้วย \vec{E}_x และ \vec{E}_y ดังนี้

$$\vec{E}_x = A_x \sin(\omega t + \phi_x) \hat{i} \quad (2-23)$$

$$\vec{E}_y = A_y \sin(\omega t + \phi_y) \hat{j} \quad (2-24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ในเชิงพาณิชย์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยการกวาดปลายของเวกเตอร์ ณ ตำแหน่งหนึ่งๆเมื่อเวลาผ่านไป จะได้แนวเส้นออกมาเป็นวงรี ซึ่งเวกเตอร์ลัพธ์สามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = A_x \sin(\omega t + \phi_x) \hat{i} + A_y \sin(\omega t + \phi_y) \hat{j} \quad (2-25)$$

จริงๆแล้วสมการที่ (2-25) นี้สามารถพิจารณาได้ว่าเป็น real part ของ complex exponential function ของสมการต่อไปนี้

$$\vec{E} = \hat{i} A_x e^{i(\omega t + \phi_x)} + \hat{j} A_y e^{i(\omega t + \phi_y)} \quad (2-26)$$

ซึ่งการบรรยายสถานะโพลาไรซ์ของแสงในเทอมของ exponential function ทำให้การวิเคราะห์เป็นไปได้ง่ายขึ้น

สมการที่ (2-26) อาจเขียนได้ในลักษณะของ column vector (โดยระบุเฉพาะขนาดของเวกเตอร์) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x e^{i(\omega t + \phi_x)} \\ A_y e^{i(\omega t + \phi_y)} \end{bmatrix} \\ &= e^{i\omega t} \begin{bmatrix} A_x e^{i\phi_x} \\ A_y e^{i\phi_y} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-27)$$

ในสมการที่ (2-27) ถ้าไม่มีเทอมที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ($e^{i\omega t}$) เมทริกซ์ดังกล่าวจะเรียกว่า full Jones vector

ในทางปฏิบัติ ปริมาณที่สามารถวัดได้คือความเข้มแสง (intensity) ซึ่งมีค่าเท่ากับผลรวมของแอมพลิจูดแต่ละส่วนประกอบยกกำลังสอง ดังนั้นถ้า Jones vector ของแสงเขียนได้ตามสมการที่ (2-27) แล้ว ความเข้มของแสงสามารถหาได้จาก

$$I = A_x^2 + A_y^2 = (A_x e^{i\phi_x} A_x e^{-i\phi_x}) + (A_y e^{i\phi_y} A_y e^{-i\phi_y}) \quad (2-28)$$

จากสมการที่ (2-28) จะเห็นว่าแอมพลิจูดของแต่ละส่วนประกอบยกกำลังสองในกรณีที่เป็น complex form หาได้จากการคูณ component นั้นด้วย complex conjugate ของมัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในพิธีมอบปริญญาบัตรเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2-3-1-2 ตัวอย่างของ Jones Vectors

สำหรับในตอนนี้จะได้กล่าวถึงตัวอย่างของ Jones vector สำหรับแสงโพลาไรซ์สถานะต่างๆ ซึ่งความแตกต่างของมันพิจารณาได้จาก A_x, A_y, ϕ_x, ϕ_y

ตัวอย่างแรกคือแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งมีส่วนประกอบเฉพาะในแนวแกน x ($A_y = 0$) Jones vector สามารถเขียนได้เป็น

$$J = \begin{bmatrix} A_x e^{i\phi_x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งมีส่วนประกอบเฉพาะในแนวแกน y ($A_x = 0$) Jones vector เขียนได้เป็น

$$J = \begin{bmatrix} 0 \\ A_y e^{i\phi_y} \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

สำหรับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งมีแนวแกนของแสงทำมุม 45° กับแกน x Jones vector สามารถเขียนได้ดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} A e^{i\phi} \\ A e^{i\phi} \end{bmatrix}, A_x = A_y = A, \phi_x = \phi_y = \phi \quad (2-31)$$

แต่ถ้าเฟสของส่วนประกอบ x และ y ต่างกัน 180° Jones vector สามารถเขียนได้เป็น

$$J = \begin{bmatrix} A e^{i\phi} \\ A e^{i(\phi+\pi)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A e^{i\phi} \\ -A e^{i\phi} \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

สมการที่ (2-32) สามารถพิจารณาได้ว่าเป็น Jones vector ซึ่งมีแนวแกนของแสงทำมุม 135° เทียบกับแกน x

เนื่องจากแสงจะมีสถานะเชิงเส้นได้ก็ต่อเมื่อ ความต่างเฟสต้องเป็น 0° หรือ 180° โดยแอมพลิจูดไม่จำเป็นต้องเท่ากัน ดังนั้น Jones vector สำหรับแสงโพลาไรซ์มีสถานะเชิงเส้นซึ่งมีแนวแกนของแสงทำมุมใดๆกับแกน x สามารถเขียนได้ดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} A_x e^{i\phi} \\ \pm A_y e^{i\phi} \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่อไปนี้จะเป็นการพิจารณาในกรณีที่โพลาไรซ์ของแสงเป็นแบบวงกลม โดยอาศัยเงื่อนไขที่ว่า แอมพลิจูดสำหรับส่วนประกอบ x และ y ต้องเท่ากัน โดยอาศัยความต่างเฟสระหว่างส่วนประกอบทั้งสองเท่ากับ $\pm\pi/2$ Jones vectors สำหรับ right และ left circular polarization (rcp และ lcp) สามารถเขียนได้เป็น

$$J_{rcp} = \begin{bmatrix} Ae^{i\phi_x} \\ Ae^{i\left(\phi_x + \frac{\pi}{2}\right)} \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad J_{lcp} = \begin{bmatrix} Ae^{i\phi_x} \\ Ae^{i\left(\phi_x - \frac{\pi}{2}\right)} \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

สังเกตว่าส่วนประกอบทั้งคู่ใน J_{rcp} มีความต่างเฟสเป็น $\pi/2$ ($\phi_y = \phi_x + \pi/2$) ในขณะที่ส่วนประกอบทั้งคู่ใน J_{lcp} มีความต่างเฟสเป็น $-\pi/2$ ($\phi_y = \phi_x - \pi/2$)

ดังนั้นจะเห็นว่า Jones vector สามารถใช้เขียนแทนสถานะโพลาไรซ์ต่างๆของแสงด้วยเมตริกซ์ 2x1 โดยสมการที่ (2-27) แทน แสงโพลาไรซ์แบบวงรี จากนั้นก็จะลดรูปลงมาเหลือเป็นกรณีพิเศษคือ แสงโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น (สมการที่ (2-33)) และ แสงโพลาไรซ์แบบวงกลม (สมการที่ (2-34))

2-3-1-3 Standard Normalized Jones Vectors

การนำเสนอ full Jones vector สามารถทำได้ในรูปแบบมาตรฐานที่เรียกว่า “standard normalized Jones vectors” ซึ่งในรูปแบบนี้เกิดจากการจัดรูป Jones vectors ใหม่ (อาจทำได้โดยคูณค่าคงที่เข้าไป) เพื่อให้ขนาดของ Jones vectors (หรือ intensity) มีค่าเท่ากับ 1

ตัวอย่างเช่น

- non-normalized form ของ Jones vector $\begin{bmatrix} 3e^{i\phi_x} \\ 0 \end{bmatrix}$ ซึ่งโดยปกติจะสามารถหาขนาดออกมาได้

เป็น $I = (3e^{i\phi_x} \cdot 3e^{-i\phi_x}) = 9$ ถ้าอาศัยนิยามข้างต้น จะสามารถเขียน standard normalized form ของ

Jones vector ดังกล่าวได้เป็น $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3e^{i\phi_x} \\ 0 \end{bmatrix}$ หรือ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

- non-normalized form ของ Jones vector $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ มีขนาดเท่ากับ 2 ดังนั้นเพื่อที่จะจัดรูปใหม่

เพื่อให้ vector มีขนาดเท่ากับ 1 จะต้องคูณด้วย $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ดังนั้น normalized form ของ vector ดังกล่าวคือ

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

normalized form ของ $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i \\ 1-i \end{bmatrix}$ คือ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix}$

ในบางครั้งอาจพบว่า normalized form ของแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้นสามารถเขียนได้เป็น

$$J = \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \pm \sin \beta \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

โดยที่ $\beta = \tan^{-1} (A_y/A_x)$

2-3-1-4 Interpretation of the vectors

ตารางต่อไปนี้สรุปเงื่อนไขต่างๆของตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการกำหนดสถานะโพลาไรซ์ของแสง สำหรับ Jones vectors

ตารางที่ 2-1 แสดงเงื่อนไขต่างๆที่สัมพันธ์กับสถานะโพลาไรซ์ของแสง

Status of E_x and E_y	Polarization Form
$E_x \neq 0, E_y = 0$	Linear; $\alpha = 0^\circ$
$E_x = 0, E_y \neq 0$	Linear; $\alpha = 90^\circ$
$E_x = 0, E_y \neq 0, E_x = E_y$	Linear; $\alpha = 45^\circ$
$E_x \neq 0, E_y \neq 0, E_x = -E_y$	Linear; $\alpha = -45^\circ$
$E_y/E_x = i$	Right circular
$E_y/E_x = -i$	Left circular
General case	Elliptical

โดยที่ $E_x = A_x e^{i\phi_x}$, $E_y = A_y e^{i\phi_y}$ และ α คือ azimuth

เมื่อ Jones vectors ที่ได้ออกมาไม่ตรงกับกับเงื่อนไขใดๆในตารางเลย แสดงว่าสถานะโพลาไรซ์ของแสงต้องเป็นวงรี ซึ่งจะมีค่าของ azimuth, handedness และ ellipticity เป็นอย่างไรนั้น สามารถคำนวณได้โดยอาศัย 3 ขั้นตอนต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 1 เขียน full Jones vector สำหรับบรรยายสถานะโพลาไรซ์ของแสง

$$\begin{bmatrix} A_x e^{i\phi_x} \\ A_y e^{i\phi_y} \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหา $R = \left| \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} \right|$ (2-36)

และ $\delta = (\phi_y - \phi_x)$ (2-37)

ขั้นตอนที่ 3 นำผลการคำนวณจากขั้นตอนที่ 2 มาพิจารณา

ถ้า $\sin\delta > 0$ วงรีที่ได้จะเป็น right-handed

ถ้า $\sin\delta < 0$ วงรีที่ได้จะเป็น left-handed

azimuth α หาได้จาก

$$\alpha = (1/2)\tan^{-1}[(\tan 2R)(\cos\delta)] \quad (2-38)$$

และ ellipticity หาได้จาก

$$b/a = \tan\beta \quad (2-39)$$

เมื่อ $\beta = (1/2)\sin^{-1}(\sin 2R \left| \sin\delta \right|)$ และ b, a คือ minor และ major axes ตามลำดับ

ตัวอย่างเช่น

Jones vector $\begin{bmatrix} 0.3i \\ 0.5e^{i(-0.2)} \end{bmatrix}$

ขั้นตอนที่ 1

เวกเตอร์นี้สามารถเขียนอยู่ในรูป full Jones vector ได้ดังนี้ $\begin{bmatrix} 0.3e^{i\frac{\pi}{2}} \\ 0.5e^{i(-0.2)} \end{bmatrix}$

ขั้นตอนที่ 2

$$R = \left| \tan^{-1}(0.5/0.3) \right| = 59^\circ$$

$$\delta = (-0.2 - (1/2)\pi) = -1.77 \text{ rad หรือ } -101^\circ$$

ขั้นตอนที่ 3

เมื่อตรวจสอบดูจะพบว่า $\sin\delta < 0$ ดังนั้นวงรีที่ได้เป็น left-handed

$$\alpha = (1/2)\tan^{-1}[\tan(118^\circ)\cos(-101^\circ)]$$

$$= (1/2)\tan^{-1}(0.37)$$

$$= 10^\circ$$

$$\beta = (1/2)\sin^{-1}[\sin(118^\circ) \left| \sin(-101^\circ) \right|]$$

$$= (1/2)\sin^{-1}0.86$$

$$= 30^\circ$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

สำหรับในตอนนี้จะเป็นการหา Jones matrix สำหรับอุปกรณ์ทางแสงหลายๆชนิดเช่น absorbers, linear polarizer และ linear retarder

โดยทั่วไปแล้วเมื่อสนามไฟฟ้า \vec{E}_i เคลื่อนที่ผ่านตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเห $n - ik$ สมบัติของคลื่นที่เปลี่ยนแปลงไปคือแอมพลิจูดและเฟสซึ่งเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \vec{E}_f &= \vec{E}_i \left\{ \exp[-i(2\pi d/\lambda)(n - ik)] \right\} \\ &= \vec{E}_i \left\{ \exp[-i(2\pi nd/\lambda)] \exp(-2\pi kd/\lambda) \right\} \end{aligned} \quad (2-42)$$

เมื่อ \vec{E}_i คือแสงที่ตกกระทบและ \vec{E}_f คือแสงที่ทะลุผ่านตัวกลาง

d คือความหนาของตัวกลาง

และ λ คือความยาวคลื่น

จากสมการข้างต้นจะสังเกตเห็นว่า exponential term สุดท้ายแสดงให้เห็นถึงการลดลงของ amplitude ของแสงแบบ exponential function กับระยะทาง เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง ดังนั้นถ้ามีแสงซึ่งประกอบด้วย สนามไฟฟ้าในแนว x และ y ฉายผ่านอุปกรณ์ทางแสงที่มี optic axis ขนานกับแกน x และ y ดังกล่าว สนามไฟฟ้า ของแต่ละส่วนประกอบสำหรับ output สามารถเขียนได้เป็น

$$E_{x,f} = E_{x,i} \left\{ \exp[-i(2\pi d/\lambda)(n_x - ik_x)] \right\} \equiv N_x E_{x,i} \quad (2-43)$$

$$E_{y,f} = E_{y,i} \left\{ \exp[-i(2\pi d/\lambda)(n_y - ik_y)] \right\} \equiv N_y E_{y,i}$$

เมื่อตัวกลางก็คืออุปกรณ์ทางแสงที่มีค่าดัชนีหักเหในแนวแกน x และ y ไม่เท่ากัน (เป็นตัวกลางชนิด anisotropy) สมการที่ (2-43) สามารถเขียนอยู่ในรูปผลคูณของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} E_{x,f} \\ E_{y,f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x & 0 \\ 0 & N_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{x,i} \\ E_{y,i} \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

แสดงว่า Jones matrix สำหรับอุปกรณ์ทางแสงที่มี optics axis ขนานกับ x และ y เขียนได้เป็น

$$M(0) = \begin{bmatrix} N_x & 0 \\ 0 & N_y \end{bmatrix} \quad (2-45)$$

เมื่อ (0) แสดงค่ามุมระหว่าง optic axis ของอุปกรณ์ทางแสงกับแกนอ้างอิงซึ่งโดยปกติจะใช้แกน x และสำหรับ Jones matrix ของ M ที่มุม θ ใดๆ สามารถหาได้จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M(\theta) = S(-\theta)M(\theta)S(\theta) \quad (2-46)$$

เมื่อ $S(\theta)$ คือ rotating matrix ซึ่งแทนด้วย

$$S(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2-47)$$

สำหรับ Jones matrix ชุดแรกที่จะทำการพิจารณาคือ isotropic absorber absorber นี้เป็นอุปกรณ์ทางแสงที่ทำหน้าที่ดูดกลืนแสงโดยปริมาณของแสงที่ดูดกลืนจะไม่ขึ้นกับทิศทางของแสงที่ตกกระทบ กล่าวคือ $k_x = k_y = k$ (absorption coefficients ของอุปกรณ์ไม่แตกต่างกันในแต่ละแนว) และ $n_x = n_y = n$ และเมื่อแทน $(2\pi d/\lambda)$ ด้วย γ จะได้ว่า $N_x = N_y = e^{-\gamma} e^{-\gamma k}$

ดังนั้น Jones matrix สำหรับ isotropic absorber เขียนได้เป็น

$$M = \begin{bmatrix} N_x & 0 \\ 0 & N_y \end{bmatrix} = e^{-\gamma} \begin{bmatrix} e^{-\gamma k} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma k} \end{bmatrix} \quad (2-48)$$

โดยทั่วไปเมื่อมีแสงส่องผ่าน absorber การเปลี่ยนแปลงที่น่าสนใจคือแอมพลิจูดของแสงเนื่องจากเทอม $e^{-\gamma k}$ ดังนั้นจึงอาจเขียน Jones matrix ของ absorber ได้โดยตัดเทอมของเฟสออกไป

$$\begin{bmatrix} E_{x,f} \\ E_{y,f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\gamma k} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{x,i} \\ E_{y,i} \end{bmatrix}$$

$$E_f = E_{x,i} e^{-\gamma k} + E_{y,i} e^{-\gamma k}$$

ซึ่งหา intensity ได้เป็น

$$I_f = E_{x,i}^2 e^{-2\gamma k} + E_{y,i}^2 e^{-2\gamma k}$$

$$I_f = e^{-2\gamma k} I_i$$

(2-49)

เมื่อ I_i คือ ความเข้มแสงก่อนที่จะตกกระทบ

ดังนั้นสมการที่ (2-49) แสดงให้เห็นถึงการลดลงของความเข้มแสงแบบ exponential โดยเป็นฟังก์ชันของระยะทางที่แสงแพร่กระจายผ่าน ในที่นี้ระยะทางที่น่าสนใจคือความหนาของ absorber

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น Jones matrix สำหรับ absorber สามารถเขียนได้เป็น

$$M = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & P \end{bmatrix} \quad (2-50)$$

เมื่อ $0 < P < 1$ และ $P^2 = I_t/I_i$ (เรียกทอมนี้ว่า transmittance)

สำหรับตัวอย่างต่อไปจะเป็นการหา Jones matrix สำหรับ linear dichroic absorber ซึ่งมี maximum และ minimum transmittance ขนานกับ แกน x และ y กล่าวคือการดูดกลืนแสงในแนวแกน x และ y ไม่เท่ากัน

เนื่องจากในกรณีนี้ transmittance แตกต่างกันในแนวแกน x และ y ดังนั้น $k_x \neq k_y$ จึงทำให้ Jones matrix เขียนได้เป็น

$$M = \begin{bmatrix} e^{-\gamma k_x} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma k_y} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

เมื่อ P_1^2 และ P_2^2 คือ transmittance ตามแนวแกน x และ y

สำหรับตัวอย่างที่สามเป็นการหา Jones matrix สำหรับ dichroic absorber ที่มีแกนของ maximum transmittance ทำมุม θ กับแกน +x

โดยอาศัย rotating matrix สามารถเขียน Jones matrix สำหรับอุปกรณ์ทางแสงในกรณีนี้ได้เป็น

$$\begin{aligned} M(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P_1 \cos^2 \theta + P_2 \sin^2 \theta & (P_1 - P_2) \cos \theta \sin \theta \\ (P_1 - P_2) \cos \theta \sin \theta & P_1 \sin^2 \theta + P_2 \cos^2 \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-51)$$

ต่อไปเป็นการหา Jones matrix สำหรับ linear polarizer โดยอาศัย linear absorber กล่าวคือ ให้คิดว่า transmittance P_1^2 หรือ P_2^2 เป็นศูนย์ ดังนั้นแสงที่ผ่านในแนวแกนที่ transmittance เป็นศูนย์จะต้องเกิดการดูดกลืนแสง 100%

ด้วยเหตุนี้ Jones matrix สำหรับ linear polarizer ที่มี transmission axis ขนานกับแกน x (หรืออาจกล่าวได้ว่า transmittance ในแนวแกน y เป็นศูนย์) เขียนได้เป็น

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta \end{bmatrix} \quad (2-52)$$

และสำหรับตัวอย่างสุดท้ายจะเป็นการหา Jones matrix สำหรับ linear retarder ถ้ากำหนดให้ $\delta = \gamma\Delta n$ (เมื่อ Δn คือผลต่างระหว่างค่าดัชนีหักเห) และ ρ คือค่า azimuth ของ retarder ซึ่งเป็นมุมระหว่าง fast axis (แกนที่มีค่าดัชนีหักเหต่ำ) กับแกน x (แกนอ้างอิง) และ retarder จะมีการเปลี่ยนแปลงเฟสของแสงเท่านั้น (ไม่มี absorption ดังนั้น $k_x = k_y = 0$)

ดังนั้น

$$N_x = \exp(-i\gamma n_x) \quad \left. \vphantom{N_x} \right\} \quad (2-53)$$

$$N_y = \exp(-i\gamma n_y)$$

ถ้า fast axis อยู่ในแนวแกน x สามารถเขียน N_x และ N_y ในเทอมของ δ ได้ดังนี้

$$N_x = \exp(-iq)\exp(-i\delta/2)$$

$$N_y = \exp(-iq)\exp(-i\delta/2)$$

(2-54)

เมื่อ

$$q \equiv \gamma(n_x + n_y)/2$$

ดังนั้น Jones matrix สำหรับ retarder ที่มี fast axis ขนานกับแกน x เขียนได้เป็น

$$M_\delta = \begin{bmatrix} N_x & 0 \\ 0 & N_y \end{bmatrix}$$

$$= e^{iq} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \quad (2-55)$$

สำหรับ Jones matrix ของ retarder ที่มี fast axis ทำมุม θ กับแกน x สามารถหาได้จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 M_{\delta}(\rho) &= \begin{bmatrix} \cos \rho & -\sin \rho \\ \sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos^2 \rho e^{i\frac{\delta}{2}} + \sin^2 \rho e^{-i\frac{\delta}{2}} & 2i \sin \rho \cos \rho \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ 2i \sin \rho \cos \rho \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) & \cos^2 \rho e^{-i\frac{\delta}{2}} + \sin^2 \rho e^{i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \quad (2-56)
 \end{aligned}$$

2-3-1-7 Examples of the Jones calculus

ตัวอย่างที่ 1 Effect of a horizontal polarizer on linearly polarized light oriented at 45°

Standard Normalized Jones vector สำหรับ linearly polarized light at 45° แทนได้ด้วย

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jones matrix สำหรับ horizontal polarizer แทนได้ด้วย

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore E_f &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

สังเกตว่าผลลัพธ์ที่ได้ออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวแกน x โดยมีความเข้มแสงลดลงครึ่งหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 2 Effect of a linear retarder, $\rho = 45^\circ$ on horizontal light

Standard Normalized Jones vector สำหรับ horizontal light เขียนได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Jones matrix สำหรับ linear retarder $\rho = 45^\circ$ แทนได้ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M_{\delta}(45^{\circ}) = \begin{bmatrix} \frac{e^{i\frac{\delta}{2}} + e^{-i\frac{\delta}{2}}}{2} & i \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ i \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) & \frac{e^{i\frac{\delta}{2}} - e^{-i\frac{\delta}{2}}}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\frac{\delta}{2} & i \sin\frac{\delta}{2} \\ i \sin\frac{\delta}{2} & \cos\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$$

$$\therefore E_f = \begin{bmatrix} \cos\frac{\delta}{2} & i \sin\frac{\delta}{2} \\ i \sin\frac{\delta}{2} & \cos\frac{\delta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\frac{\delta}{2} \\ i \sin\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$$

จากผลลัพธ์ที่ได้สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 $\delta = 0^{\circ}$ E_r คือ แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวแกน x

กรณีที่ 2 $\delta = 90^{\circ}$ E_r คือ แสงโพลาไรซ์วงกลมหมุนตามเข็มนาฬิกา ซึ่งแสดงว่า retarder ที่ใช้เป็นชนิด quarter-wave plate

กรณีที่ 3 $\delta = 180^{\circ}$ E_r คือ แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวแกน y ซึ่งแสดงว่า retarder ที่ใช้เป็นชนิด half-wave plate

และ กรณีที่ 4 $\delta = 270^{\circ}$ E_r คือ แสงโพลาไรซ์วงกลมหมุนตามเข็มนาฬิกา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2-3-2 Mueller Calculus และ นิยามของ Stokes parameter

Mueller Calculus เป็นคณิตศาสตร์อีกรูปแบบหนึ่งที่มีความคล้ายคลึงกับ Jones calculus กล่าวคือ Mueller calculus สามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ปรากฏการณ์โพลาไรซ์ของแสงได้ โดยการใช้สมการทางคณิตศาสตร์แทนแสงโพลาไรซ์และอุปกรณ์ทางแสง แต่อย่างไรก็ตาม calculus ทั้งสองก็มีความแตกต่างที่เห็นอย่างชัดเจนก็คือ ใน Jones calculus การแทนแสงโพลาไรซ์ที่สถานะต่างๆจะใช้ matrix ขนาด 2X1 และการแทนอุปกรณ์ทางแสงจะใช้ matrix ขนาด 2X2 ในขณะที่ Mueller calculus จะใช้ matrix ขนาด 4X1 สำหรับแทนแสงโพลาไรซ์ที่สถานะต่างๆ และใช้ matrix 4X4 แทนอุปกรณ์ทางแสง แต่อย่างไรก็ตาม Mueller calculus เป็นที่นิยมเป็นอย่างมากเนื่องจากว่าสามารถนำมาสัมพันธ์กับการทดลองได้โดยตรงกว่าเพราะ parameter ที่ใช้ปรากฏใน Mueller calculus จะใช้ intensity ซึ่งเป็นปริมาณที่วัดได้จากการทดลอง แต่ parameter ใน Jones calculus จะเป็น electric field ซึ่งในการทดลองไม่สามารถวัดออกมาได้โดยตรง

สำหรับ matrix ขนาด 4X1 ใน Mueller calculus นั้นมีชื่อเฉพาะว่า Stokes vector ซึ่งสามารถใช้แทนแสงโพลาไรซ์ได้ทุกสถานะตั้งแต่แสงที่มีความเป็นโพลาไรซ์อย่างสมบูรณ์ (perfectly polarized light) แสงที่มีความเป็นโพลาไรซ์บางส่วน (partially polarized light) ตลอดจนถึงแสงที่ไม่มีความเป็นโพลาไรซ์เลย (unpolarized light) ซึ่งแตกต่างจาก Jones vector ที่สามารถใช้แทนได้เฉพาะแสงโพลาไรซ์อย่างสมบูรณ์เท่านั้น

โดยทั่วไป Stokes parameters S สามารถแทนได้ด้วย parameter 4 ตัวคือ I, Q, U, V ในรูปของ matrix ดังนี้

$$S = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} \quad \text{หรือเขียนแทนด้วย} \quad S = \{I, Q, U, V\} \quad (2-57)$$

โดยแต่ละ element มีนิยามดังนี้

$I \equiv$ total intensity

$Q \equiv I_0 - I_{90}$ = ผลต่างระหว่าง intensity ของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว 0° กับ 90°

$U \equiv I_{45} - I_{-45}$ = ผลต่างระหว่าง intensity ของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว $+45^\circ$ กับ -45°

$V \equiv I_{\text{rcp}} - I_{\text{lcp}}$ = ผลต่างระหว่าง intensity ของแสงโพลาไรซ์วงกลมที่หมุนตาม (right circular polarization) และแสงโพลาไรซ์ที่หมุนทวน (left circular polarization) เข้มนาฬิกา

2-3-2-1 The Stokes parameters

ในกรณีที่พิจารณา vector ของแสงโพลาไรซ์ใน cartesian coordinate (พิกัด x y z) โดยแสงมีการ propagate ในแนว +z Stokes parameter สามารถเขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 I &= A_x^2 + A_y^2 \\
 Q &= A_x^2 - A_y^2 \\
 U &= 2A_x A_y \cos \Delta \\
 V &= 2A_x A_y \sin \Delta
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} I \\ Q \\ U \\ V \end{aligned}} \right\} \quad (2-58)$$

โดยที่ $\Delta = \phi_y - \phi_x$ = ความต่างเฟสระหว่าง component ในแนวแกน x และ y ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง $-180^\circ < \Delta < 180^\circ$

Stokes parameter สามารถหาได้ดังนี้

สมมติให้แสงโพลาไรซ์สถานะวงรีมี component ย่อยๆ ในแนวแกน x และ y ดังนี้

$$E_x(t) = A_x \cos[\omega t + \phi_x] \quad (2-59)$$

$$E_y(t) = A_y \cos[\omega t + \phi_y] \quad (2-60)$$

เมื่อ A_x, A_y เป็น amplitude ในแต่ละ component ω คือ angular frequency และ ϕ_x, ϕ_y คือ phase จากสมการที่ (2-59) และ (2-60) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้ (โดยการกำจัดเทอม ωt ออกไป)

$$\frac{E_x^2(t)}{A_x^2} + \frac{E_y^2(t)}{A_y^2} - \frac{2E_x(t)E_y(t)}{A_x A_y} \cos \Delta = \sin^2 \Delta \quad (2-61)$$

เมื่อ $\Delta = \phi_y - \phi_x$

เนื่องจากในทางปฏิบัติปริมาณที่สังเกตได้อยู่ในรูปของ intensity ไม่ใช่ electric field สาเหตุนี้เนื่องจากถ้าทำการสังเกต electric field ต้องทำการวัดค่าดังกล่าว ณ ขณะใดขณะหนึ่งซึ่งไม่สามารถทำได้ แต่สิ่งที่สามารถทำได้คือ การวัดค่าเฉลี่ยของ electric field ซึ่งก็คือ intensity นั่นเอง ดังนั้นค่าเฉลี่ยของสมการที่ (5) สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{\langle E_x^2(t) \rangle}{A_x^2} + \frac{\langle E_y^2(t) \rangle}{A_y^2} - 2 \frac{\langle E_x(t)E_y(t) \rangle}{A_x A_y} \cos \Delta = \sin^2 \Delta \quad (2-62)$$

$$\text{โดยที่ } \langle E_i(t)E_j(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_i(t)E_j(t)dt \quad i, j = x, y$$

จัดรูปสมการที่ (2-62) ได้ใหม่โดยการคูณ $4A_x^2 A_y^2$ ตลอด จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(4A_y^2)\langle E_x^2(t) \rangle + (4A_x^2)\langle E_y^2(t) \rangle - 8(A_x A_y)\langle E_x(t)E_y(t) \rangle \cos \Delta = (2A_x A_y \sin \Delta)^2 \quad (2-63)$$

พิจารณาค่าเฉลี่ยของแต่ละเทอมในสมการที่ (2-62)

$$\begin{aligned} \langle E_x^2(t) \rangle &= \langle E_x(t)E_x(t) \rangle = \langle (A_x \cos(\omega t + \phi_x))(A_x \cos(\omega t + \phi_x)) \rangle \\ &= \langle A_x^2 \cos^2(\omega t + \phi_x) \rangle \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T A_x^2 \cos^2(\omega t + \phi_x) dt$$

$$= \frac{A_x^2}{T} \int_0^T \left(\frac{1}{2} + \cos 2(\omega t + \phi_x) \right) dt$$

$$= \frac{A_x^2}{T} \left[\frac{T}{2} + \frac{1}{2\omega} (-\sin 2(\omega t + \phi_x)) \Big|_0^T \right]$$

$$= \frac{1}{2} A_x^2$$

(2-64)

ในทำนองเดียวกัน

$$\langle E_y^2(t) \rangle = \frac{1}{2} A_y^2$$

(2-65)

$$\begin{aligned} \langle E_x(t)E_y(t) \rangle &= \langle A_x A_y \cos(\omega t + \phi_x) \cos(\omega t + \phi_y) \rangle \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T (A_x A_y \cos(\omega t + \phi_x) \cos(\omega t + \phi_y)) dt \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} A_x A_y \cos \Delta$$

(2-66)

แทนสมการที่ (2-64) (2-65) และ (2-66) ลงใน (2-63) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(4A_y^2)\left(\frac{1}{2}A_x^2\right) + (4A_x^2)\left(\frac{1}{2}A_y^2\right) - 8(A_xA_y)\left(\frac{1}{2}A_xA_y \cos \Delta\right) \cos \Delta = (2A_xA_y \sin \Delta)^2 \quad (2-67)$$

บวกและลบค่าคงที่ $(A_x)^4 + (A_y)^4$ ทางด้านซ้ายของสมการที่ (2-67) ดังนั้น

$$(A_x^2 + A_y^2)^2 - (A_x^2 - A_y^2) - (2A_xA_y \cos \Delta)^2 = (2A_xA_y \sin \Delta)^2 \quad (2-68)$$

สมการที่ (2-68) เป็น intensity ของ elliptical polarization ประกอบด้วยเทอมต่างๆทั้งสิ้น 4 เทอม ซึ่งก็คือ Stokes parameters นั้นเอง โดยเทอมแรกคือ I เทอมที่สองคือ Q เทอมที่สามคือ U และเทอมที่สี่คือ V นอกจากนี้ยังสามารถแสดงให้เห็นได้ว่า

$$\begin{aligned} I^2 &= Q^2 + U^2 + V^2 \\ &= (A_x^2 - A_y^2)^2 + (2A_xA_y \cos \Delta)^2 + (2A_xA_y \sin \Delta)^2 \\ &= (A_x^2 + A_y^2)^2 \end{aligned} \quad (2-69)$$

สมการข้างต้นเป็นจริงเมื่อแสงที่กำลังพิจารณาเป็นแสงโพลาไรซ์อย่างสมบูรณ์ (completely polarization)

หมายเหตุ ถ้าในกรณีที่ intensity รวมกันเป็น 1 สมการที่ (13) เขียนได้เป็น $Q^2 + U^2 + V^2 = 1$ ซึ่งอาจพิจารณาได้ว่า (Q, U, V) เป็น coordinates ใน 3 มิติ สำหรับทรงกลมรัศมีหนึ่งหน่วย ดังนั้นทุกๆจุดบนผิวทรงกลมจะสามารถแทนแสงโพลาไรซ์สถานะต่างๆกันได้

แต่ในกรณีที่ เป็น partially polarization เงื่อนไขในสมการที่ (2-69) จะไม่สามารถใช้ได้ ต้องมีการเปลี่ยนเป็น

$$I^2 > Q^2 + U^2 + V^2 \quad (2-70)$$

สาเหตุก็เนื่องมาจาก intensity รวมมาจากส่วนของแสงที่เป็นโพลาไรซ์และไม่เป็นโพลาไรซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2-3-2-2 ตัวอย่างของ Stokes vectors

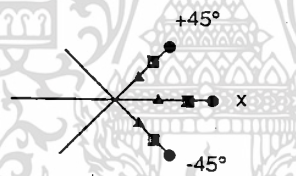
สำหรับในตอนนี้จะเป็นการทำ Stokes vector สำหรับแสงที่มีสถานะโพลาไรซ์ต่างๆ เริ่มจากแสงโพลาไรซ์ที่มีสถานะเชิงเส้น โดยสมมติให้ intensity ของแสงเป็น 1

พิจารณา pictorial representation สำหรับ horizontal linear polarization

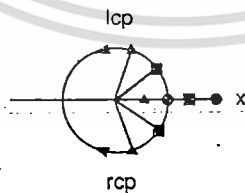
_____ x

รูปที่ 2-7 แสดง horizontal polarization

จากรูปแสดงจะเห็นว่า horizontal polarization สามารถพิจารณาได้ที่เกิดจากผลรวมของแสงโพลาไรซ์ในแนว $+45^\circ$ และ -45° หรืออาจพิจารณาได้ที่เกิดจากผลรวมระหว่าง right circular polarization (rcp) และ left circular polarization (lcp) ดังรูปที่ 2-8 และ 2-9



รูปที่ 2-8 แสดง ผลรวมของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว $+45^\circ$ กับ -45° ซึ่งให้ผลเป็น horizontal polarization



รูปที่ 2-9 แสดง ผลรวมของ left circular และ right circular polarization ซึ่งให้ผลเป็น horizontal polarization

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อพิจารณาตามนิยามของ Stokes vectors

$$\begin{aligned} Q &= I_0 - I_{90} = I_0 && \text{(เนื่องจากไม่มี component ในแนวแกน } x) \\ U &= I_{45} - I_{135} = 0 && \text{(เนื่องจากขนาดของแสงในแต่ละ component มีขนาดเท่ากัน)} \\ V &= I_{rcp} - I_{lcp} = 0 && \text{(เนื่องจากแอมพลิจูดของ rcp และ lcp เท่ากัน)} \end{aligned}$$

ดังนั้น Stokes parameter สำหรับ horizontal linear polarization เขียนได้เป็น

$$S_0 = \{I, I_0, 0, 0\} \quad (2-71)$$

และเนื่องแสงที่กำลังพิจารณาเป็นแสงโพลาไรซ์อย่างสมบูรณ์ ดังนั้น

$$\begin{aligned} I^2 &= Q^2 + U^2 + V^2 \\ I &= I_0 \end{aligned} \quad (2-72)$$

normalized form ของ horizontal linear polarization จึงเขียนได้เป็น

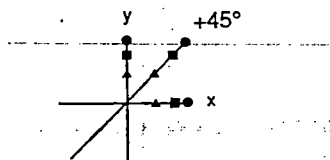
$$S_0 = \{1, 1, 0, 0\} \quad (2-73)$$

สำหรับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวแกน y ก็สามารถเขียนแทนได้ด้วย Stokes parameters ในทำนองเดียวกัน ดังนี้

$$S_{90} = \{1, -1, 0, 0\} \quad (2-74)$$

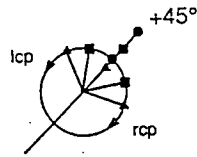
สังเกต Stokes parameter ตัวที่สอง $Q = I_0 - I_{90} = -I_{90}$ เนื่องจากไม่มี component ของแสงในแนวแกน x

สำหรับในกรณีของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่มีแนวแกนของแสงเป็น 45° สามารถพิจารณาได้ว่ามาจากผลรวมของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวแกน x และ y หรืออาจจะพิจารณาได้ว่ามาจากผลรวมของแสงโพลาไรซ์หมุนตามและทวนเข็มนาฬิกา ดังรูปที่ 2-10 และ 2-11



รูปที่ 2-10 แสดงผลรวมระหว่างแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวแกน x และ y ซึ่งให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว 45° กับแกนอ้างอิง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2-11 แสดงผลรวมระหว่างแสงโพลาไรซ์แบบวงกลมหมุนตามและทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนว 45° กับแกนอ้างอิง

Stokes parameter สำหรับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งทำมุม 45° ดังกล่าว สามารถเขียนได้เป็น

$$S_{45} = \{I, 0, I_{45}, 0\} \quad (2-75)$$

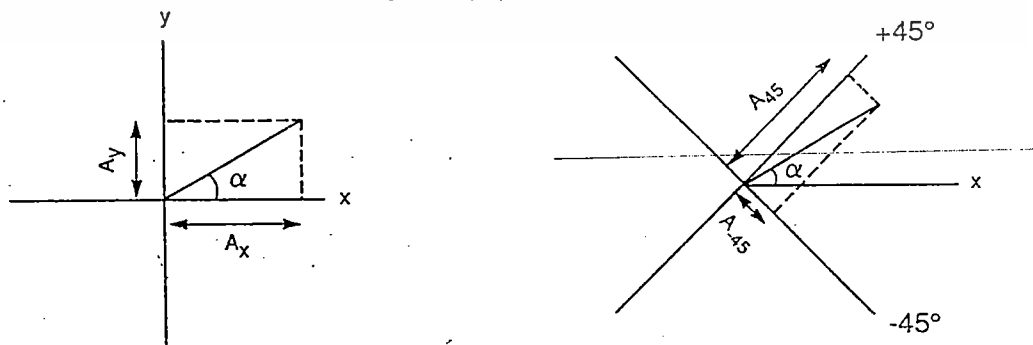
โดยมี normalized form ดังนี้

$$S_{45} = \{1, 0, 1, 0\} \quad (2-76)$$

และในทำนองเดียวกัน Stokes parameters สำหรับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นทำมุม -45° เทียบกับแกนอ้างอิง ในรูปของ normalized form เขียนได้เป็น

$$S_{-45} = \{1, 0, -1, 0\} \quad (2-77)$$

สำหรับ Stokes parameters ในกรณีของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นสถานะใดๆ สามารถหาได้จากการพิจารณา pictorial representation เช่นกัน ซึ่งจากตัวอย่างของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่แสดงข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ไม่ว่าแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นจะมีแนวของแสงทำมุมกับแกนอ้างอิง (ในที่นี้คือแกน x) เป็นเท่าใดก็ตามแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นดังกล่าวเขียนได้ว่าเป็นผลรวมของแสงโพลาไรซ์แบบวงกลม (หมุนตามและทวนเข็มนาฬิกา) ที่มีแอมพลิจูดเท่ากัน ดังนั้นสำหรับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นใดๆ Stokes parameter V จะเป็นศูนย์เสมอ ($V = I_{rcp} - I_{lcp} = 0$) และสำหรับ Stokes parameter ของแสงโพลาไรซ์สถานะอื่นๆสามารถหาได้จากการพิจารณารูปต่อไปนี้



รูปที่ 2-12 แสดงภาพประกอบการพิจารณา Stokes parameters สำหรับแสงโพลาไรซ์สถานะต่างๆไป เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

parameter Q และ U สามารถหาได้จาก projection ของ vector แสงลงบนแกน x, y (ในกรณีของ parameter Q) และ projection ลงบนแกน +45 และ -45 (ในกรณีของ parameter U) ดังนี้

projection ของ vector แสงที่ทำมุม α ใดๆกับแกน x บนแกน x, y เขียนได้เป็น

$$\left. \begin{aligned} A_x &= \cos\alpha \\ A_y &= \sin\alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-78)$$

ดังนั้น $Q = (A_x)^2 - (A_y)^2 = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$ (2-79)

projection ของ vector แสงที่ทำมุม α ใดๆกับแกน x บนแกน +45 และ -45 เขียนได้เป็น

$$A_{45} = \cos(45-\alpha)$$

$$A_{-45} = \sin(45-\alpha)$$

ดังนั้น $U = (A_{45})^2 - (A_{-45})^2 = \cos^2(45-\alpha) - \sin^2(45-\alpha)$
 $= \sin 2\alpha$ (2-81)

ดังนั้น normalized stokes parameters สำหรับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นใดๆ เขียนได้เป็น

$$S = \{1, \cos 2\alpha, \sin 2\alpha, 0\} \quad (2-82)$$

หรือถ้าต้องการพิสูจน์ Stokes parameters จาก

$$I = (A_x)^2 + (A_y)^2$$

$$Q = (A_x)^2 - (A_y)^2$$

$$U = 2A_x A_y \cos\Delta$$

$$V = 2A_x A_y \sin\Delta$$

ก็สามารถทำได้เช่นกัน กล่าวคือ ในกรณีของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น Δ จะมีค่าเป็น 0 หรือ π ดังนั้น $V = 0$ ทำให้ Stokes parameters อาจเขียนได้เป็น

$$S = \{(A_x)^2 + (A_y)^2, (A_x)^2 - (A_y)^2, \pm 2A_x A_y, 0\} \quad (2-83)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้า Stokes parameters ที่กำลังพิจารณาอยู่ในรูป normalized form แสดงว่า

$$(A_x)^2 + (A_y)^2 = 1$$

โดยที่ $A_x = \cos\alpha$ และ $A_y = \sin\alpha$ เมื่อ α เป็นมุมที่เวกเตอร์ลัพธ์กระทำกับแกน x

สมการที่ (2-83) สามารถเขียนให้อยู่ในรูป normalized Stokes parameters สำหรับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นใดๆ ได้ดังนี้

$$S = \{1, \cos 2\alpha, \sin 2\alpha, 0\} \quad (2-84)$$

ซึ่งสมการที่ (2-84) สามารถลดรูปลงเหลือในกรณีพิเศษได้ดังนี้

(I) Horizontal polarization : $S_0 = \{1, 1, 0, 0\}$; $\alpha = 0^\circ$

(II) Vertical Polarization : $S_{90} = \{1, -1, 0, 0\}$; $\alpha = 90^\circ$

(III) $+45^\circ$: $S_{45} = \{1, 0, 1, 0\}$; $\alpha = 45^\circ$

(IV) -45° : $S_{-45} = \{1, 0, -1, 0\}$; $\alpha = -45^\circ$

สำหรับ Stokes parameters ในกรณีของแสงโพลาไรซ์แบบวงกลม สามารถหาได้จากการวิเคราะห์ในลักษณะเดียวกันกับแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น กล่าวคือ สามารถแสดงได้ว่าแสงโพลาไรซ์แบบวงกลมเกิดจากผลรวมของ orthogonal linear polarization จำนวน 2 ส่วนประกอบที่มีเฟสต่างกัน 90° แต่มีแอมพลิจูดเท่ากัน ดังนั้น Stokes parameters $Q = U = 0$ ในขณะที่ V จะขึ้นอยู่กับสถานะของวงกลมว่าเป็นแสงโพลาไรซ์วงกลมหมุนตาม (rcp) หรือทวนเข็มนาฬิกา (lcp)

ดังนั้น normalized Stokes parameter สำหรับ rcp และ lcp เขียนได้ดังนี้

$$S_{rcp} = \{1, 0, 0, 1\} \quad (2-85)$$

$$S_{lcp} = \{1, 0, 0, -1\} \quad (2-86)$$

หรือถ้าพิจารณาโดยใช้นิยามตามสมการที่ (2-58) โดยแทน $\Delta = \pi/2$ ในกรณีที่ เป็น rcp หรือ $\Delta = -\pi/2$ ในกรณีที่ เป็น lcp และ $A_x = A_y$ จะได้ normalized Stokes parameters ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S_{\text{cp}} = \{1, 0, 0, 1\} \quad (2-87)$$

$$S_{\text{cp}} = \{1, 0, 0, -1\} \quad (2-88)$$

และสำหรับ Stokes parameters ในกรณีของ elliptical polarization สามารถเขียนได้ดังนี้

$$S_{\text{ellip}} = \{(A_x)^2 + (A_y)^2, (A_x)^2 - (A_y)^2, 2A_x A_y \cos \Delta, 2A_x A_y \sin \Delta\} \quad (2-89)$$

สมการที่ (2-89) แสดงถึง I, Q, U, V ในรูปทั่วไปนั่นเอง หรือถ้าต้องการเขียน normalized Stokes parameters ก็สามารถเขียนได้ดังนี้

$$S = \left\{ 1, \frac{A_x^2 - A_y^2}{A_x^2 + A_y^2}, \frac{2A_x A_y \cos \Delta}{A_x^2 + A_y^2}, \frac{2A_x A_y \sin \Delta}{A_x^2 + A_y^2} \right\}$$

$$= \{1, \cos 2\alpha, \sin 2\alpha \cos \Delta, \sin 2\alpha \sin \Delta\}$$

เมื่อ $A_x = \cos \alpha$ และ $A_y = \sin \alpha$

นอกจากนี้ยังมี Stokes parameters ที่ชี้แทนแสงซึ่งไม่เป็นโพลาไรซ์ (unpolarizes light) ซึ่งเขียนได้เป็น

$$S_{\text{unpol}} = \{1, 0, 0, 0\} \quad (2-90)$$

สมการที่ (2-90) แสดงให้เห็นว่า แสงที่ไม่เป็นโพลาไรซ์ไม่มีความแน่นอนในการเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะใดสถานะหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2-3-2-3 นิยามของ the Mueller Matrix

ถ้ากำหนดให้ S คือ Stokes parameters สำหรับแสงตกกระทบ ประกอบด้วย I, Q, U, V ในขณะที่ s' คือ Stokes parameters สำหรับแสงที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่าง S กับอุปกรณ์ทางแสงทำให้ Stokes parameters เปลี่ยนไปเป็น I', Q', U', V'

Muller calculus เขียนได้เป็น

$$S' = MS \quad (2-91)$$

โดยที่ M คือ Mueller matrix สำหรับอุปกรณ์ทางแสงโดยมีขนาด 4x4 ซึ่งแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}$$

สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} I' &= m_{11}I + m_{12}Q + m_{13}U + m_{14}V \\ Q' &= m_{21}I + m_{22}Q + m_{23}U + m_{24}V \\ U' &= m_{31}I + m_{32}Q + m_{33}U + m_{34}V \\ V' &= m_{41}I + m_{42}Q + m_{43}U + m_{44}V \end{aligned} \quad (2-92)$$

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการหา Mueller matrix สำหรับ absorber

กำหนดให้ absorber มี optic axis ขนานกับแกนอ้างอิง x และ y โดยมี amplitude transmission factor P_x และ P_y ตามลำดับ

เนื่องจากส่วนประกอบของแสงในรูปของ exponential function สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_x = A_x e^{i\phi_x} \quad (2-93)$$

$$E_y = A_y e^{i\phi_y} \quad (2-94)$$

output ของแสงที่ผ่าน absorber สามารถเขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathcal{E}_x = P_x A_x e^{i\phi_x} \quad (2-95)$$

$$\mathcal{E}_y = P_y A_y e^{i\phi_y} \quad (2-96)$$

โดยอาศัยนิยามของ Stokes parameters ในรูปของ complex amplitude ดังนั้นแสงซึ่งตกกระทบบุปกรณั
ทางแสงสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} I &= A_x^2 + A_y^2 = E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ Q &= A_x^2 - A_y^2 = E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ U &= 2A_x A_y \cos \Delta = E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ V &= 2A_x A_y \sin \Delta = i(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \end{aligned} \quad (2-97)$$

และในทำนองเดียวกัน Stokes parameters ของ output สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} I' &= \mathcal{E}_x \mathcal{E}_x^* + \mathcal{E}_y \mathcal{E}_y^* \\ Q' &= \mathcal{E}_x \mathcal{E}_x^* - \mathcal{E}_y \mathcal{E}_y^* \\ U' &= \mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^* + \mathcal{E}_y \mathcal{E}_x^* \\ V' &= i(\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^* - \mathcal{E}_y \mathcal{E}_x^*) \end{aligned} \quad (2-98)$$

$$\begin{aligned} \therefore I' &= \mathcal{E}_x \mathcal{E}_x^* + \mathcal{E}_y \mathcal{E}_y^* \\ &= (P_x A_x e^{i\phi_x})(P_x A_x e^{-i\phi_x}) + (P_y A_y e^{i\phi_y})(P_y A_y e^{-i\phi_y}) + P_x^2 A_x^2 + P_y^2 A_y^2 \end{aligned} \quad (2-99)$$

ซึ่งเขียนอยู่ในเทอมของ I และ Q ได้โดยอาศัย

$$I = (A_x)^2 + (A_y)^2$$

$$Q = (A_x)^2 - (A_y)^2$$

$$I+Q = 2(A_x)^2$$

$$I-Q = 2(A_y)^2$$

$$(I+Q)/2 = (A_x)^2$$

$$(I-Q)/2 = (A_y)^2$$

$$\therefore I' = P_x^2 \left(\frac{I+Q}{2} \right) + P_y^2 \left(\frac{I-Q}{2} \right) = \left(\frac{P_x^2 + P_y^2}{2} \right) I + \left(\frac{P_x^2 - P_y^2}{2} \right) Q \quad (2-100)$$

$$Q' = \mathcal{E}_x \mathcal{E}_x^* - \mathcal{E}_y \mathcal{E}_y^* = P_x^2 A_x^2 - P_y^2 A_y^2 = P_x^2 \left(\frac{I+Q}{2} \right) - P_y^2 \left(\frac{I-Q}{2} \right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \left(\frac{P_x^2 - P_y^2}{2} \right) I + \left(\frac{P_x^2 + P_y^2}{2} \right) Q \quad (2-101)$$

$$\begin{aligned} U' &= \varepsilon_x \varepsilon_y^* + \varepsilon_y \varepsilon_x^* = (P_x A_x e^{i\phi_x})(P_y A_y e^{-i\phi_y}) + (P_y A_y e^{i\phi_y})(P_x A_x e^{-i\phi_x}) \\ &= 2P_x P_y A_x A_y \cos \Delta \quad (\because \Delta = \phi_y - \phi_x) \\ &= P_x P_y U \quad (\because U = 2A_x A_y \cos \Delta) \end{aligned} \quad (2-102)$$

$$\begin{aligned} V' &= i(\varepsilon_x \varepsilon_y^* - \varepsilon_y \varepsilon_x^*) = i \left[(P_x A_x e^{i\phi_x})(P_y A_y e^{-i\phi_y}) - (P_x A_x e^{-i\phi_x})(P_y A_y e^{i\phi_y}) \right] \\ &= i \left[-2i P_x P_y A_x A_y \sin \Delta \right] \\ &= P_x P_y V \quad (\because V = 2A_x A_y \sin \Delta) \end{aligned} \quad (2-103)$$

ดังนั้น output ที่ได้จะเขียนอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} I' &= \left(\frac{P_x^2 + P_y^2}{2} \right) I + \left(\frac{P_x^2 - P_y^2}{2} \right) Q + 0U + 0V \\ Q' &= \left(\frac{P_x^2 - P_y^2}{2} \right) I + \left(\frac{P_x^2 + P_y^2}{2} \right) Q + 0U + 0V \\ U' &= 0I + 0Q + P_x P_y U + 0V \\ V' &= 0I + 0Q + 0U + P_x P_y V \end{aligned} \quad (2-104)$$

เมื่อเทียบสมการที่ (2-104) กับสมการที่ (2-92) จะได้ Mueller matrix สำหรับ absorber ดังนี้

$$M(0) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} P_x^2 + P_y^2 & P_x^2 - P_y^2 & 0 & 0 \\ P_x^2 - P_y^2 & P_x^2 + P_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2P_x P_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2P_x P_y \end{bmatrix} \quad (2-105)$$

ในกรณีที่มี amplitude transmission factor $P_x = 1$ และ $P_y = 0$ กล่าวคือ เป็นการพิจารณา Mueller matrix สำหรับ linear polarizer ที่มี transmission axis ขนานกับแกน x จะเขียน matrix ได้ดังนี้
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M(0) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-106)$$

และ Mueller matrix สำหรับ linear polarizer ที่มี transmission axis ทำมุม θ กับแกน x สามารถหาได้ โดยอาศัย rotation matrix T ดังนี้

$$M(\theta) = T(-2\theta)M(0)T(2\theta)$$

โดยที่

$$T(2\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-107)$$

เมื่อดำเนินการออกมาจะพบว่า $M(\theta)$ สามารถเขียนได้เป็น

$$M(\theta) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-108)$$

2-3-2-4 ตัวอย่างของการใช้ Mueller Calculus

Effect of a horizontal polarizer on linear polarized light oriented at 45°

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ผลลัพธ์ออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวแกน x โดยมี intensity ลดลงครึ่งหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2-3-3 Description of the Poincare Sphere

Poincare Sphere เป็นอีกรูปแบบหนึ่งในการแสดงสถานะโพลาไรซ์ของแสง รวมทั้งยังสามารถใช้ในการวิเคราะห์ผลของ retarder (หรือ waveplate) ว่ามีผลในการเปลี่ยนแปลงสถานะโพลาไรซ์ของแสงอย่างไร กล่าวคือทุกๆจุดบน Poincare Sphere สามารถใช้แทนแสงที่สถานะโพลาไรซ์หนึ่งๆ ตัวอย่างเช่น ณ จุดที่ตรงกับ ขั้วเหนือและขั้วใต้ของ sphere จะถูกใช้แทนแสงโพลาไรซ์ชนิดวงกลมแบบตาม (rcp) และทวนเข็มนาฬิกา (lcp) สำหรับจุดที่อยู่รอบเส้นศูนย์สูตรของ sphere จะถูกใช้แทนแสงโพลาไรซ์ชนิดเชิงเส้น ส่วนจุดอื่นๆที่เหลืออยู่บน sphere ก็จะใช้แทนแสงโพลาไรซ์แบบวงรี

โดยทั่วไปจุด P หนึ่งๆบนผิวของ Poincare Sphere (รัศมีของ sphere มีขนาดหนึ่งหน่วย) สามารถถูกกำหนดได้ด้วยค่า longitude (2α) เมื่อ $-180^\circ \leq 2\alpha \leq 180^\circ$ และค่า latitude (2ω) เมื่อ $-90^\circ \leq 2\omega \leq 90^\circ$ โดยที่ longitude จะมีค่าเป็นบวกเมื่อวัดในทิศทางตามเข็มนาฬิกาจากจุดสมมติ H บนเส้นศูนย์สูตร (ซึ่งจุดนี้ได้ถูกกำหนดให้แทนแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้นที่มีแนวแกนของแสงอยู่ในแนวระนาบ) และ latitude จะมีค่าเป็นบวกเมื่อวัดในทิศทางลงจากเส้นศูนย์สูตร กล่าวคือ ในแนวที่กวาดผ่านขั้วใต้ (ซึ่งจุดนี้ได้ถูกกำหนดให้แทนแสงโพลาไรซ์วงกลมหมุนตามเข็มนาฬิกา) ดังนั้นจากรูป จุด P จึงมีค่า longitude และ latitude เป็นบวกทั้งคู่



รูปที่ 2-13 แสดง Poincare Sphere และ คู่ลำดับ longitude (2α) และ latitude (2ω) ที่ใช้บอกตำแหน่งของแสงโพลาไรซ์สถานะต่างๆ

จากรูปจะพบว่าจุด P บอกถึงสถานะของแสงโพลาไรซ์ซึ่งเป็นวงรี มีค่า azimuth เท่ากับ α , ellipticity เท่ากับ $\tan |\omega|$ และ handedness ตามเข็มนาฬิกา ($2\omega > 0$) (ถ้าจุด P อยู่ทางครึ่งวงกลมด้านบน handedness จะเป็นแบบทวนเข็มนาฬิกา, $2\omega < 0$)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับ latitude (2α) ที่มีค่า $-180^\circ \leq 2\alpha \leq 180^\circ$ หมายถึงค่า 2α วัดเทียบกับ H (ถ้าวัดในทิศทางตามเข็มนาฬิกาถือตั้งแต่ $0 \rightarrow 180^\circ$ และถ้าวัดในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาถือตั้งแต่ $0 \rightarrow 180^\circ$ ดังนั้น $-180^\circ \leq 2\alpha \leq 180^\circ$)

ในทำนองเดียวกัน latitude (2ω) ที่มีค่า $-90^\circ \leq 2\omega \leq 90^\circ$ หมายถึงค่า 2ω วัดเทียบกับแนวเส้นศูนย์สูตร (ถ้าวัดในทิศทางลงจากเส้นศูนย์สูตรมายังขั้วใต้ ถือตั้งแต่ $0 \rightarrow 90^\circ$ ถ้าวัดในทิศทางขึ้นจากเส้นศูนย์สูตรไปยังขั้วเหนือถือตั้งแต่ $0 \rightarrow 90^\circ$ ดังนั้น $-90^\circ \leq 2\omega \leq 90^\circ$)

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของจุดต่างๆบน Poincare Sphere ที่น่าสนใจ

I) Right and Left circular polarized light : มี coordinate สำหรับ latitude เป็น $\pm 90^\circ$

$$\text{ดังนั้น } 2\omega = \pm 90^\circ$$

$$\omega = \pm 45^\circ$$

ellipticity สำหรับ circular polarization คือ $\tan |\omega| = 1$

II) Linear Polarized Light : Coordinate สำหรับ latitude $\omega = 0$

ดังนั้น ellipticity $\tan |\omega| = 0$ ซึ่ง ellipticity ดังกล่าวเป็นค่าสำหรับ linear polarization ใดๆ

และ สำหรับ longitudinal coordinate $2\alpha = 0$ สำหรับ horizontal linear polarization

$2\alpha = 180^\circ$ สำหรับ vertical linear polarization

นอกจากนี้ยังสามารถสรุปสมบัติสำคัญที่ได้จาก Poincare sphere ได้ดังนี้

1. ทุกๆจุดที่อยู่บนเส้น latitude เดียวกันจะมีค่า $\tan |\omega|$ เท่ากัน กล่าวคือ สถานะโพลาไรซ์ของแสงบนเส้น latitude เดียวกันนี้มี ellipticity เท่ากัน และ handedness เหมือนกัน แต่จะมีค่า azimuth ที่แตกต่างกัน

2. ทุกๆจุดที่อยู่บนเส้น longitude เดียวกันจะมีค่า α เท่ากัน กล่าวคือ มีค่า azimuth เท่ากันนั่นเอง แต่จะมีค่า ellipticity ที่แตกต่างกัน (สำหรับค่า handedness จะขึ้นอยู่กับว่าเส้น longitude ที่กำลังพิจารณาอยู่เหนือหรือใต้เส้นศูนย์สูตร)

3. จุดสองจุดที่อยู่ ณ จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของ sphere จะแสดงสถานะโพลาไรซ์ของแสงที่มี ellipticity เท่ากัน แต่ azimuth ต่างกัน 90° เนื่องจากมุมระหว่างจุดสองจุดที่ปลายเส้นผ่านศูนย์กลางดังกล่าว คือ 2α ซึ่งเท่ากับ azimuth $\alpha = 90^\circ$ และมี handedness ที่ตรงข้ามกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น นอกจากจุดต่างๆบน Poincare Sphere จะสามารถใช้ในการบรรยายสถานะโพลาไรซ์ของแสงแล้ว Poincare Sphere ยังสามารถนำมาใช้วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงสถานะโพลาไรซ์ของแสงเนื่องจาก retarder ได้อีกด้วย

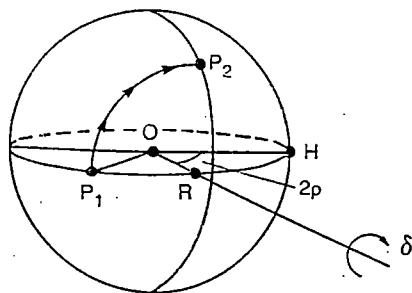
ก่อนที่จะทำการวิเคราะห์ จำเป็นต้องทราบสถานะโพลาไรซ์และ parameters อื่นๆของแสงโพลาไรซ์อย่างละเอียด เช่น ellipticity azimuth และ handedness นอกจากนี้ก็จะต้องทราบชนิดของ retarder ที่เกี่ยวข้องรวมถึงตำแหน่งของ fast axis ellipticity handedness และ retardance δ ของ retarder ด้วย

เมื่อทราบ parameters ต่างๆเหล่านี้แล้ว การวิเคราะห์สามารถกระทำได้ดังขั้นตอนต่างๆดังนี้

- ขั้นตอนที่ 1 ระบุตำแหน่งของแสงโพลาไรซ์เริ่มต้นบน sphere เช่น ให้เป็น P_1
- ขั้นตอนที่ 2 ระบุตำแหน่งของ retarder บน sphere เช่น ให้เป็น R
- ขั้นตอนที่ 3 หมุน sphere รอบแกนสมมติที่ลากจากจุดศูนย์กลางของ sphere ผ่านตำแหน่ง R บนผิว sphere โดยมุมที่หมุนไปในทิศทาง ตามเข็มนาฬิกา มีค่าเท่ากับ retardance δ ของ retarder ที่กำลังพิจารณา (การจะมองว่าเป็นการหมุน ตามเข็มนาฬิกา ผู้ทำการหมุนต้องมองเข้าไปยัง sphere ตามแนวแกนสมมติ)
- ขั้นตอนที่ 4 ตำแหน่งของ P_1 เลื่อนไปหยุด ณ จุดใดๆ จุดนั้นคือสถานะโพลาไรซ์ใหม่ที่เกิดจาก retarder และกำหนดให้ตำแหน่งใหม่นี้คือ P_2

ตัวอย่างเช่น ถ้าแสงโพลาไรซ์ เริ่มต้นเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวนอนส่องผ่าน linear retarder ซึ่งมี fast axis ทำมุม 0° กับแกนในแนวระดับ (horizontal axis) ซึ่งในกรณีที่นี้ทั้งจุด P_1 และ จุด R อยู่ ณ ตำแหน่งเดียวกันบน Poincare Sphere (ตำแหน่ง H นั่นเอง) ถ้าไม่คำนึงถึงมุมที่หมุน sphere รอบแกนสมมติ OR ผลที่ได้ก็ออกมา ก็คือแสงโพลาไรซ์ที่มีสถานะเดิม

ต่อไปลองพิจารณาผลของ retarder อันเดิมกับแสงโพลาไรซ์เริ่มต้น ซึ่งเป็นแสงโพลาไรซ์วงกลมชนิด หมุนตามเข็มนาฬิกา ถ้า retardance ของ retarder นี้คือ 90° ดังนั้นผลที่ได้ก็ออกมาจากการดำเนินการตามขั้นตอนต่างๆคือ ตำแหน่ง P_2 ซึ่งแสดงแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้นที่มี azimuth 45° วัดเทียบกับแนวอ้างอิง

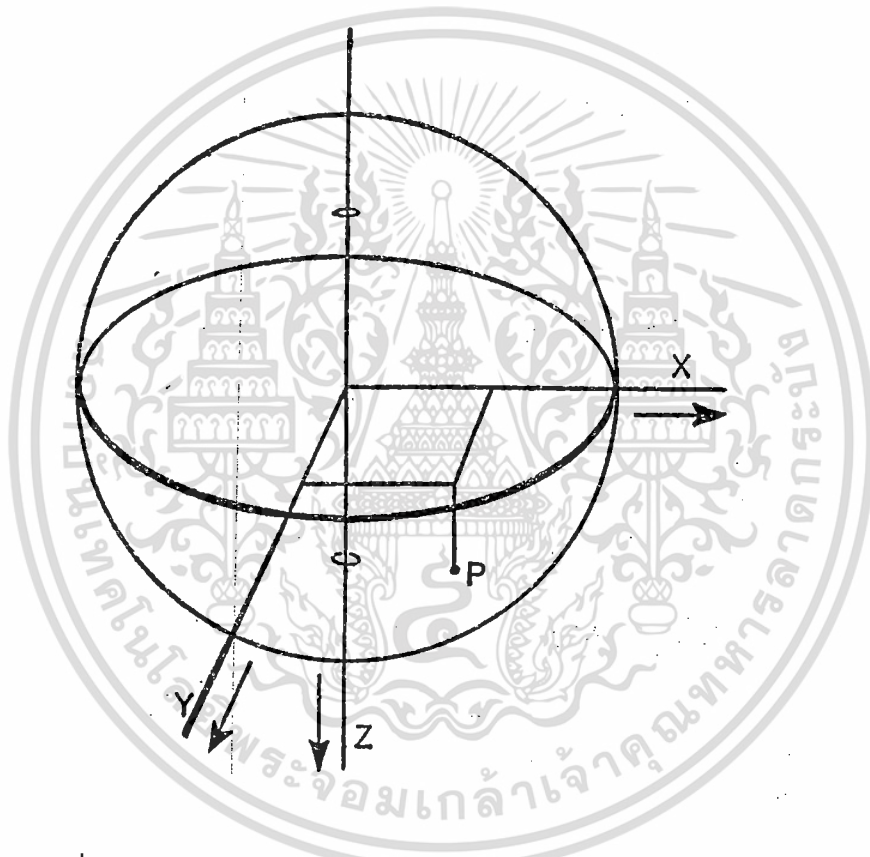


รูปที่ 2-14 แสดงการวิเคราะห์สถานะของแสงโพลาไรซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากตัวอย่างข้างต้น ถ้า retardance เป็น 180° ผลที่ได้ออกมาจะเป็นแสงโพลาไรซ์วงกลมหมุนทวนเข็มนาฬิกา P'_2

นอกจากตำแหน่งของจุด P ใดๆ จะสามารถบอกได้ด้วย longitude 2α และ latitude 2ω แล้ว ตำแหน่งดังกล่าวยังสามารถแสดงได้โดยใช้ cartesian coordinates x, y, z อีกด้วย โดยยังคงอาศัยมุม 2α และ 2ω เป็นข้อมูลสำคัญ สำหรับจุด P ใดๆสามารถเขียน coordinates แสดงตำแหน่งในพิกัดฉากสำหรับ sphere ที่มีรัศมีหนึ่งหน่วยได้ดังนี้



รูปที่ 2-15 แสดง sphere ในพิกัดฉาก (cartesian coordinates)

$$x = \cos 2\omega \cos 2\alpha$$

$$y = \cos 2\omega \sin 2\alpha$$

$$z = \sin 2\omega$$

ตัวอย่างเช่น ตำแหน่ง horizontal polarized light ซึ่งมี $2\omega = 2\alpha = 0$ จะมี coordinate $x = 1, y = 0$ และ $z = 0$

ตำแหน่ง vertical polarized light ซึ่งมี $2\omega = 0$ และ $2\alpha = \pi$ จะมี coordinate $x = -1, y = 0$ และ $z = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3 อุปกรณ์ทางแสงสำหรับควบคุมสถานะโพลาไรซ์ของแสง

ในบทนี้จะได้กล่าวถึงอุปกรณ์ทางแสงที่ใช้งานกับแสงโพลาไรซ์ซึ่งประกอบด้วย polarizer, retarder และ compensator

3-1 Polarizer

ก่อนที่จะกล่าวถึงรายละเอียดเกี่ยวกับ polarizer ควรจะได้ทราบถึงสมบัติทั่วไปบางประการเกี่ยวกับ polarizer ซึ่งมีดังนี้

Polarizer เป็นอุปกรณ์ทางแสงชนิดหนึ่งซึ่งทำหน้าที่ในการเปลี่ยนแปลงแสงที่ส่องผ่านตัวมันให้กลายเป็นแสงโพลาไรซ์ โดยสถานะโพลาไรซ์ของแสงที่ส่องผ่านจะขึ้นอยู่กับชนิดของ polarizer เป็นสำคัญ ตัวอย่างเช่น linear polarizer จะให้ output ออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์ซึ่งมีสถานะเชิงเส้น

Polarizer มีหลายชนิดโดยแต่ละชนิดแบ่งตามกลไกของการทำงาน เช่น dichroic polarizer เป็น polarizer ที่อาศัยการดูดกลืนแสงที่มีแนวแกนของแสงขนานกับแนวการจัดเรียงตัวของโมเลกุลสารที่นำมาทำ polarizer และปล่อยแสงในแนวตั้งฉากออกมา และ birefringence polarizer เป็น polarizer ที่อาศัยหลักการของการหักเหแสงสองแนว ประกอบกับการสะท้อนกลับหมดของแสงภายใน polarizer เพื่อให้แสงที่ผ่านออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์

คุณภาพของ polarizer อันหนึ่งๆสามารถบอกได้จากค่า principal transmittance ratio ซึ่งกำหนดให้เป็นอัตราส่วนระหว่าง k_1/k_2 เมื่อ k_1 คือ อัตราส่วนระหว่างค่าความเข้มแสงที่ผ่าน polarizer ออกมา กับค่าความเข้มแสงตกกระทบที่มีสถานะโพลาไรซ์เชิงเส้นขนานกับแกน polarizer ที่สนใจ

และ k_2 คือ อัตราส่วนระหว่างค่าความเข้มแสงที่ผ่าน polarizer ออกมา กับค่าความเข้มแสงตกกระทบที่มีสถานะโพลาไรซ์เชิงเส้นในแนวตั้งฉากกับแกนของ polarizer ที่สนใจ

หมายเหตุ k_1 และ k_2 เรียกว่า principal transmittance ซึ่งสำหรับ polarizer ในอุดมคติ $k_1 = 1.0$ ในขณะที่ $k_2 = 0.0$ กล่าวคือ $k_1/k_2 \rightarrow \infty$ แต่ในทางปฏิบัติ polarizer ที่มีคุณภาพดีๆ principal transmittance ratio จะมีค่ามากกว่า 10 ขึ้นไป นอกจากนี้สังเกตได้ว่าการวัดคุณภาพของ polarizer อันหนึ่งๆจะต้องใช้แสงที่มีสถานะโพลาไรซ์เชิงเส้นในการทดลอง

ได้มีการกำหนดพารามิเตอร์ T , transmittance, สำหรับบอกสัดส่วนของแสงที่ทะลุผ่าน polarizer ที่ต้องการทดสอบ โดยแสงที่ใช้ในการทดสอบเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น นิยามของ transmittance มีดังนี้

$$T = k_p \cos^2 \theta + k_s \sin^2 \theta$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่างแนวแกนของแสงโพลาไรซ์กับ transmission axis ของ polarizer และ k_p, k_s คือ principal transmittance

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สังเกตว่า transmittance สำหรับ polarizer ในอุดมคติคือ $T = \cos^2 \theta$ (เนื่องจาก $k_1 = 1.0$ และ $k_2 = 0.0$) หมายความว่าค่า transmittance จะเป็น 1.0 หรือมีปริมาณแสง 100% ทะลุผ่าน polarizer อันนี้เมื่อ $\theta = 0^\circ$ และ ปริมาณแสงจะลดลงเรื่อยๆเมื่อมุม θ มีค่ามากขึ้นจนกระทั่ง $\theta = 90^\circ$ ค่า transmittance จะกลายเป็นศูนย์ แต่ในทางปฏิบัติ transmittance จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 เนื่องจาก $k_1 < 1.0$ และ $k_2 > 0.0$

สำหรับกรณีที่ต้องการบอกคุณภาพของ polarizer เป็นคู่ สามารถกระทำได้โดยใช้ parameter H_0 และ H_{90}

H_0 คือ transmittance ของคู่โพลาริซเซอร์ที่มี transmission axis ขนานกัน หรือเป็นอัตราส่วนระหว่าง ความเข้มของแสงที่ทะลุผ่าน polarizer pair กับความเข้มของแสงซึ่งเป็นแสงที่ไม่เป็นโพลาริซซ์ที่ตกกระทบ polarizer pair คู่ที่สนใจ เมื่อ polarizer ทั้งสองมีแนวการวางตัวของ transmission axis ขนานกัน

และ H_{90} คือ transmittance ของคู่โพลาริซเซอร์ที่มี transmission axis ตั้งฉากกัน หรือเป็นอัตราส่วน ระหว่างความเข้มของแสงที่ทะลุผ่าน polarizer pair กับความเข้มแสงซึ่งเป็นแสงที่ไม่เป็นโพลาริซซ์ที่ตกกระทบ polarizer pair คู่ที่สนใจ เมื่อ polarizer ทั้งสองมีแนวการวางตัวของ transmission axis ตั้งฉากกัน ค่า H_{90} นี้เรียกว่า เป็น extinction ratio สำหรับ polarizer คู่นี้

หมายเหตุ ในกรณีที่ใช้ polarizer เป็นคู่ ค่า transmittance, T หาได้จาก

$$T_{pair} = H_{90} \sin^2 \theta + H_0 \cos^2 \theta$$

โดยที่ θ คือ มุมระหว่าง transmission axis ของ polarizer ทั้งสอง ซึ่งค่า H_0 และ H_{90} ขึ้นอยู่กับค่า principal transmittance ดังนี้

$$H_0 = \frac{1}{2}(k_1^2 + k_2^2)$$

; k_1 และ k_2 ที่ใช้เป็นของ polarizer อันไหนก็ได้ เนื่องจาก กำหนดให้ polarizer คู่ที่กำลังพิจารณามีสมบัติเหมือนกัน

ตัวอย่างเช่นในกรณีที่ใช้ polarizer ในอุดมคติ $k_1 = 1.0$ และ $k_2 = 0.0$ ดังนั้น $H_0 = \frac{1}{2}$ ในขณะที่ $H_{90} = 0.0$ ดังนั้น transmittance มีค่าเป็น 0.5 เมื่อ $\theta = 0^\circ$ หมายความว่า ถ้าแสงที่ตกกระทบ polarizer คู่นี้ คือแสงที่ไม่เป็นโพลาริซซ์ ความเข้มของแสงดังกล่าวเมื่อทะลุผ่าน polarizer คู่นี้จะลดลง 50% และมีสถานะของแสงเป็นโพลาริซซ์

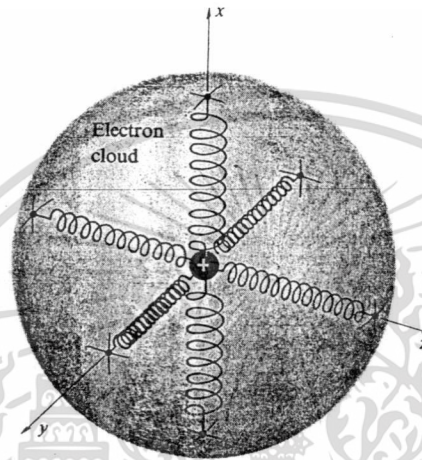
ต่อไปนี้จะได้กล่าวถึง polarizer หลายชนิดซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

(1) Dichroic Polarizer

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับกลไกในการเลือกดูดกลืนแสงแนวหนึ่งมากกว่าแนวอื่นๆของ dichroic crystal สามารถอธิบายได้โดยใช้โครงสร้างแบบง่ายๆ ซึ่งประกอบด้วย อะตอมที่ยึดเกาะกันเป็น periodic lattice โดยในแต่ละอะตอมจะมีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยกลุ่ม valence electrons ล้อมรอบนิวเคลียส เมื่อไม่แรงภายนอกมากระทำต่อกลุ่ม valence electrons ดังกล่าว valence electrons เหล่านี้จะสั่นอยู่รอบๆตำแหน่งสมดุลด้วยความถี่ธรรมชาติค่าหนึ่ง โดยมีแรงต้านต่อการกระจัดในทิศทางตรงข้ามเรียกว่า restoring force

ดังนั้น model ของโครงสร้างอะตอมอาจเขียนได้ดังรูป ซึ่งแสดงถึงลักษณะคล้ายๆ mechanical oscillator



รูปที่ 3-2 แสดงโครงสร้างอะตอมเมื่อพิจารณาแบบ classical mechanics

ถ้าเป็นอะตอมในผลึกที่มีคุณสมบัติเป็น isotropic จะพบว่า elastic constant ที่ใช้ใน model มีค่าเท่ากันในทุกทิศทางที่เกิด oscillation หรือกล่าวได้ว่าความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) เท่ากัน ดังนั้นคลื่นซึ่งมีความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติไม่ว่าจะเข้ามาทิศทางใดก็ตาม (x,y หรือ z) จะทำให้เกิด resonance โดย amplitude ของการสั่นจะมีค่าสูงสุด และจะทำให้มีการดูดกลืนพลังงานจากคลื่นที่ตกกระทบไปยังอะตอมได้ดีที่สุดอีกด้วย

ดังนั้นเมื่อฉายแสงที่ไม่เป็นโพลาไรซ์ซึ่งมีความถี่ค่าหนึ่งไปยังผลึกที่มีสมบัติ isotropy และมีความถี่ธรรมชาติของการสั่นเท่ากับความถี่ของแสงที่กระทบพอดี จะพบว่าแสงดังกล่าวจะถูกดูดกลืน

แต่สำหรับในกรณีผลึกที่มีสมบัติเป็น anisotropy ต้องมีการดัดแปลง model ข้างต้นด้วยการแก้ไขค่า elastic constant ให้แตกต่างกันในทุกทิศทาง ความแตกต่างดังกล่าวอาจเนื่องมาจากอิทธิพลของแรงดึงดูดจากอะตอมข้างเคียงต่อกลุ่มอิเล็กตรอนชุดหนึ่งๆ ซึ่งจะมีผลทำให้ความถี่ธรรมชาติของการสั่นในแต่ละแนวมีค่าที่แตกต่างกัน ดังนั้นเมื่อฉายแสงที่ไม่เป็นโพลาไรซ์ที่มีความถี่ค่าหนึ่งไปยังผลึกดังกล่าวที่มีความถี่ธรรมชาติของการสั่นในแนวแกน x, y และ z แตกต่างกัน ถ้าความถี่ของแสงที่ตกกระทบผลึกแนวหนึ่งแนวใดมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติพอดี แสงในแนวนั้นจะถูกดูดกลืนไปในขณะที่แสงในอีกแนว (ตั้งฉากกับแนวที่ถูกดูดกลืน) อาจถูกดูดกลืนไปน้อยมากและสามารถทะลุผ่านผลึก dichroic ดังกล่าวไปได้

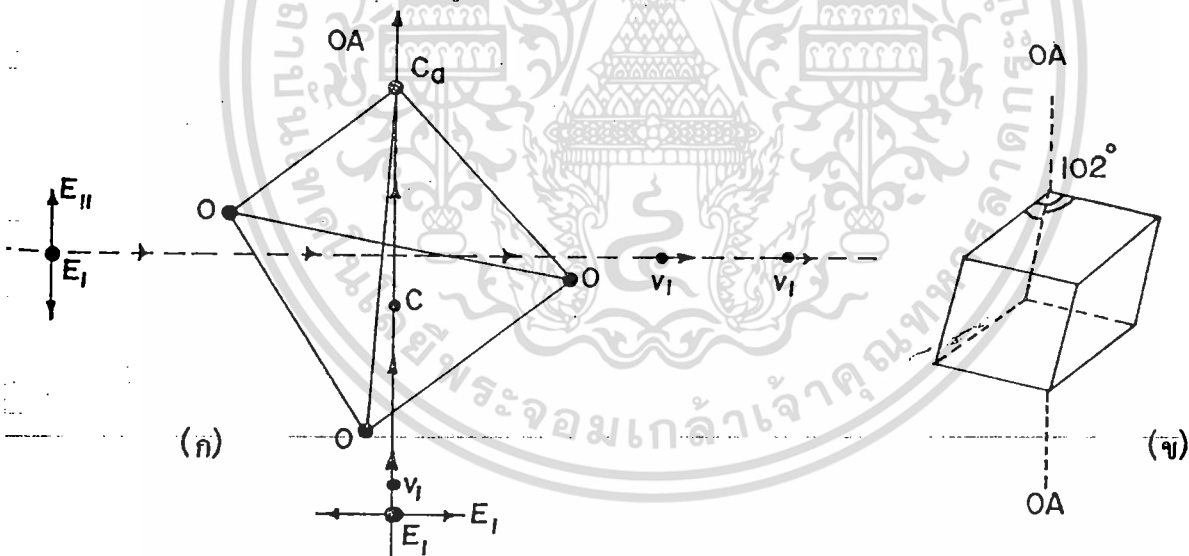
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Polaroid

polaroid เป็นแผ่น polrizer ชนิดบาง ทำมาจากแผ่น พอลิไวนิล แอลกอฮอล์ (polyvinyl alcohol) ซึ่งเป็นพลาสติกชนิดหนึ่ง กรรมวิธีในการสร้างประกอบด้วยการยึดแผ่นพลาสติกดังกล่าวออก เพื่อให้โมเลกุลไฮโดรคาร์บอนเรียงตัวในทิศของการยึด จากนั้นจึงนำแผ่นพลาสติกที่ยึดออกไปจุ่มในสารละลายไอโอดีน โดยอะตอมของไอโอดีนจะฝังตัวตามแนวการยึดนี้เพื่อทำหน้าที่เช่นเดียวกับเส้นลวดใน wire-grid polarizer ดังนั้นคลื่นแสงที่มีแนวแกนของแสงขนานกับแนวการเรียงตัวของอะตอมไอโอดีนจะถูกดูดกลืนทำให้ได้ transmission axis ตั้งฉากกับแนวแกนดังกล่าว

(2) Birefringence Polarizers

ผลึกที่มีสมบัติ birefringence เป็นผลึกที่สามารถทำให้เกิดการหักเหของแสงได้สองทิศทาง กล่าวคือ เมื่อแสงลำหนึ่งตกกระทบบนผลึกดังกล่าว จะเกิดแสงหักเหสองลำเนื่องมาจากผลึกพวกนี้มีค่าดัชนีหักเหสองค่า ตัวอย่างของผลึกที่มีสมบัติ birefringence ที่รู้จักกันดีคือผลึก calcite ซึ่งมีโครงสร้างเป็นลักษณะ tetrahedral หรือปิรามิด โดยมีอะตอมของคาร์บอนและออกซิเจนวางตัวอยู่ที่ฐานของปิรามิด เมื่อพิจารณาจากรูปจะพบว่าอะตอมคาร์บอนอยู่ ณ กึ่งกลางของสามเหลี่ยมด้านเท่า โดยมีอะตอมออกซิเจนอยู่ที่มุมของสามเหลี่ยม ส่วนบนยอดของโครงสร้างปิรามิดมีอะตอมของแคลเซียมอยู่



รูปที่ 3-3 แสดงโครงสร้างของผลึก calcite

ถ้าให้แสงที่ไม่เป็นโพลาไรซ์เข้าสู่ผลึกสองทาง โดยลำแสงแรกให้เข้ามาทางด้านล่างตามแนวการวางตัวของอะตอมคาร์บอนและแคลเซียม โดยลำแสงที่เข้ามาจะมีแนวการสั่นของสนามไฟฟ้าอยู่สองแนว (ดังรูป) เวกเตอร์ทั้งสองนี้มีทิศทางตั้งฉากกับทิศที่ลำแสงเคลื่อนที่ไป เนื่องจากผลึกและโมเลกุลในผลึกตามแนวการวางตัวของอะตอมคาร์บอนและแคลเซียมนี้สมมาตรเมื่อเทียบกับทิศทางที่แสงเข้ามา แนวดังกล่าวจึงเรียกว่าเป็น optic axis ของผลึก calcite ดังนั้นแสงที่เข้าสู่ผลึกจากทางด้านล่างจึงมีทิศของสนามไฟฟ้าทั้งสองตั้งฉากกับ optic axis

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่สำหรับแสงอีกลำหนึ่งที่ฉายเข้าสู่ผลึกทางด้านซ้าย (ตามรูป) จะมีแนวของสนามไฟฟ้าแนวหนึ่งซึ่งตั้งฉากกับ optic axis ในขณะที่สนามไฟฟ้าอีกแนวหนึ่งขนานกับ optic axis

เนื่องจากสนามไฟฟ้าที่มีทิศขนานกับ optic axis จะทำให้ระนาบของผลึกมีการสั่นในทิศทางที่ตั้งฉากกับระนาบ ในขณะที่สนามไฟฟ้าที่มีทิศตั้งฉากกับ optic axis ทำให้อิเล็กตรอนเหล่านี้สั่นภายในระนาบ เนื่องจากอิเล็กตรอนถูกยึดด้วยพันธะทางเคมีจึงทำให้การสั่นในระนาบเกิดขึ้นได้ง่ายกว่า ด้วยเหตุนี้สนามไฟฟ้าที่ตั้งฉากกับ optic axis จึงมีอันตรกิริยากับอิเล็กตรอนแรงกว่าสนามไฟฟ้าที่ขนานกับ optic axis จึงทำให้อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ไปของสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากมีค่าน้อยกว่า นั่นคือ $V_{\parallel} > V_{\perp}$

เนื่องจากความเร็วของคลื่นในตัวกลางหนึ่งสัมพันธ์กับค่าดัชนีหักเหตามสมการ $n = C/V$ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าผลึก calcite มีค่าดัชนีหักเห $n_{\perp} > n_{\parallel}$ (จากการทดลองพบว่า สำหรับผลึก calcite $n_{\perp} = 1.658$ และ $n_{\parallel} = 1.486$ ที่ $\lambda = 589.3 \text{ nm}$) เนื่องจาก calcite มี optic axis เพียงแกนเดียวจึงเรียกผลึกชนิดนี้ว่า uniaxial birefringence นอกจากนี้ uniaxial birefringence ยังสามารถแบ่งย่อยออกได้เป็นอีกสองพวกคือ

1. positive uniaxial crystal ; $n_{\parallel} > n_{\perp}$ เช่น ผลึก quartz
2. negative uniaxial crystal ; $n_{\parallel} < n_{\perp}$ เช่น ผลึก calcite

ตามตัวอย่างที่ยกมาข้างต้น ส่วนประกอบของลำแสงที่ฉายเข้ามาทางด้านข้างของผลึก calcite มีความเร็วแตกต่างกันเมื่อผ่านผลึก ขึ้นอยู่กับว่าส่วนประกอบนั้นมีแนวของสนามไฟฟ้าขนานหรือตั้งฉากกับ optic axis ของผลึก เมื่อแสงทั้งสองแนวผ่านผลึกออกมาแล้ว ความแตกต่างระหว่างแสงทั้งสองแนวสามารถแสดงได้ในรูปของความต่างเฟส

ถ้าให้ d คือความหนาของแท่งผลึก optical path difference (opd) ของแสงทั้งสองแนวคือ

$$\Delta = |n_{\perp} - n_{\parallel}|d$$

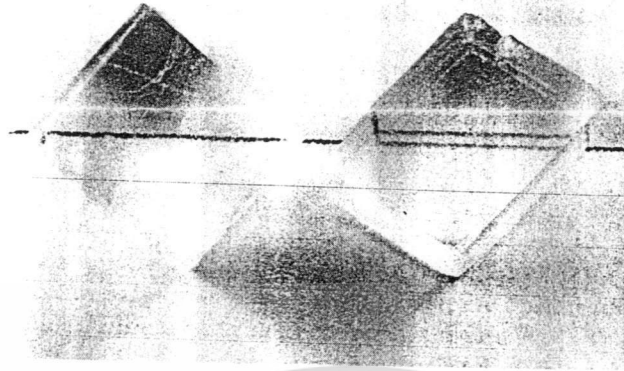
และความต่างเฟสสามารถเขียนได้เป็น

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} |n_{\perp} - n_{\parallel}|d$$

เมื่อ λ_0 เป็นความยาวคลื่นของแสงขณะเคลื่อนที่ผ่านสุญญากาศ

ถึงแม้ว่าสนามไฟฟ้าทั้งสองแนวของลำแสงจะเคลื่อนที่ผ่านผลึกออกมด้วยเฟสที่แตกต่างกัน แต่ลำแสงก็ยังคงเป็นลำแสงเดียว แต่ถ้าจัดให้ optic axis ของแท่งผลึกทำมุมใดๆกับแนวการเคลื่อนที่ของลำแสง ลำแสงจะมีการแยกออกเป็นสองแนวภายในผลึก มีผลทำให้ลำแสงที่ผ่านออกมามีสองลำ โดยลำหนึ่งเรียกว่า ordinary ray ซึ่งมีสมบัติการสะท้อนและการหักเหเป็นไปตามกฎของ Snell ในขณะที่อีกลำแสงหนึ่งเรียกว่า extraordinary ray ซึ่งมีสมบัติไม่เป็นไปตามกฎของ Snell ดังนั้นจึงเรียกลักษณะการหักเหของลำแสงที่ได้ว่าเป็นการหักเหสองแนว (double refraction)

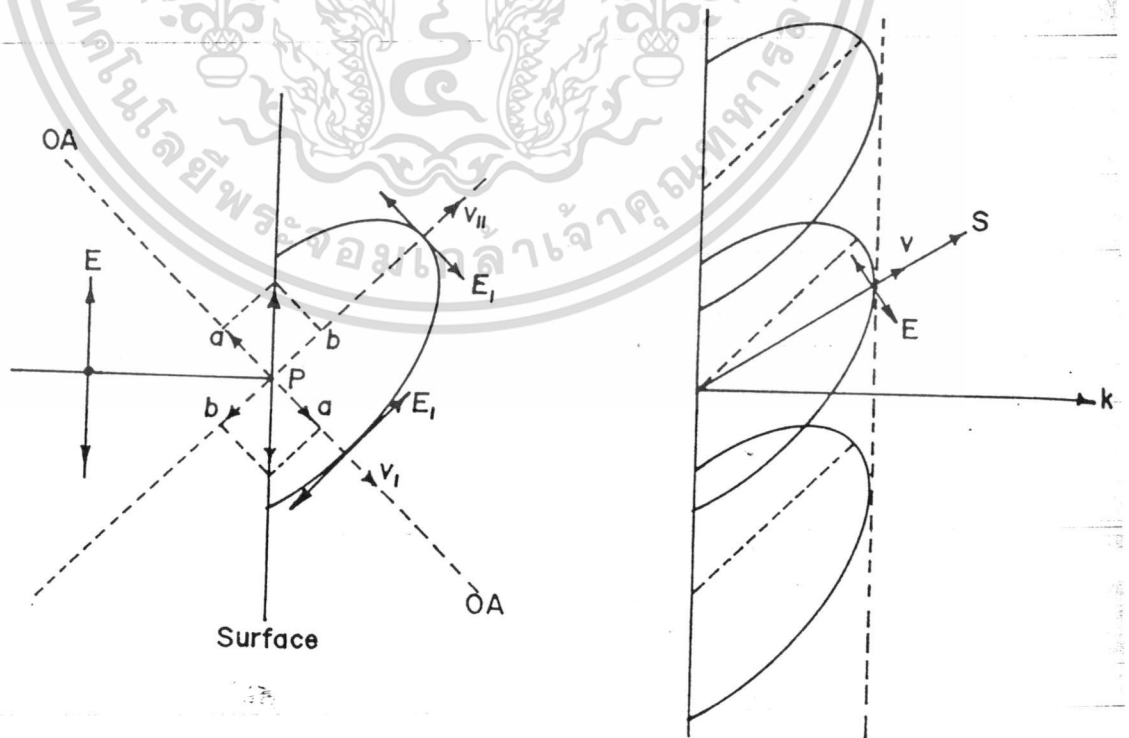
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3-4 แสดงการเกิด double refraction เมื่อลำแสงเคลื่อนที่ผ่านผลึก

ลำแสงทั้งสองลำที่ผ่านแท่งผลึกออกมาต่างก็เป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นในทิศที่ตั้งฉากกัน โดยลำแสง ordinary จะมีสนามไฟฟ้าในทิศที่ตั้งฉากกับ optic axis และเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V_{\perp} ทำให้มีค่าดัชนีหักเห n_{\perp} หรือ $n_o = C/V_{\perp}$ ส่วนลำแสง extraordinary มีสนามไฟฟ้าในทิศที่ตั้งฉากกับสนามไฟฟ้าของลำแสง ordinary ภายในผลึก ลำแสง extraordinary จะมีการแยกออกมาเป็น 2 ส่วน กล่าวคือ ส่วนที่หนึ่งจะตั้งฉากกับ optic axis และเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $V_{\perp} = C/n_{\perp}$ เช่นเดียวกันลำแสง ordinary ส่วนที่สองจะขนานกับ optic axis และเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V_{\parallel} และมีค่าดัชนีหักเห n_{\parallel} หรือ $n_e = C/V_{\parallel}$

จากรูป แสดงแสงซึ่งประกอบด้วยสนามไฟฟ้าสองแนว ตกกระทบบนผิวรอยต่อของผลึกและมี optic axis แสดงดังรูป



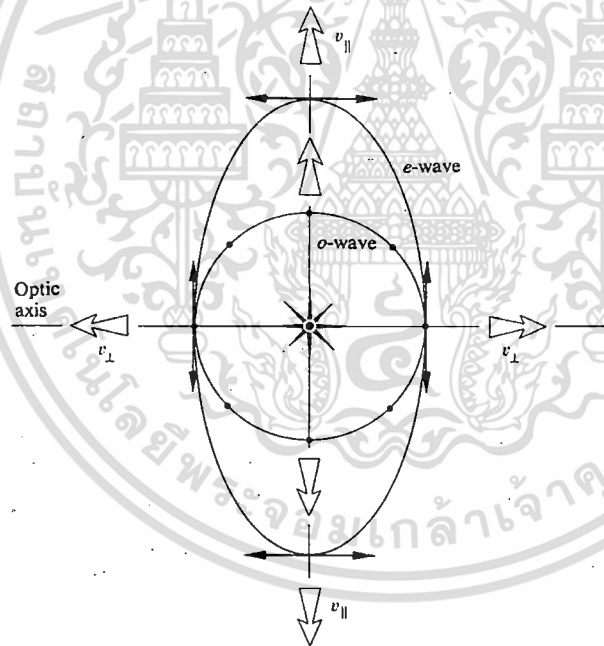
รูปที่ 3-5 แสดงแสงตกกระทบบนผลึกซึ่งมีค่าดัชนีหักเหสองแนว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ณ จุดที่แสงตกกระทบบริเวณผิวรอยต่อ ถ้าแสงที่อยู่ในแนวขนานกับ optic axis (ระนาบเดียวกัน) สามารถแยกออกได้เป็นสองแนวคือ แนว aa ขนานกับ optic axis และแนว bb ตั้งฉากกับ optic axis แสงในแนว aa จะเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของ V_{\parallel} และแสงในแนว bb จะเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของ V_{\perp} สำหรับในกรณีของ calcite จะพบว่า $V_{\perp} < V_{\parallel}$ ทำให้ได้คลื่นเป็นรูปวงรีที่มี major axis แปรตาม V_{\parallel} และ minor axis แปรตาม V_{\perp} สำหรับกรณีของ ordinary ray ที่มีสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับ optic axis หน้าคลื่นที่แผ่ออกไปจะมีความเร็วเท่ากันหมด (เท่ากับ V_{\perp}) ซึ่งจะทำให้ลักษณะการแผ่ของหน้าคลื่นเป็นแบบวงกลม

หรือถ้าลองจินตนาการว่ามีการบรรจุ light source ในผลึก negative uniaxial crystal ($n_e < n_o$ หรือ $V_{\parallel} > V_{\perp}$) และ positive uniaxial crystal ($n_e > n_o$ หรือ $V_{\parallel} < V_{\perp}$) จะพบกับสิ่งที่น่าสนใจดังต่อไปนี้

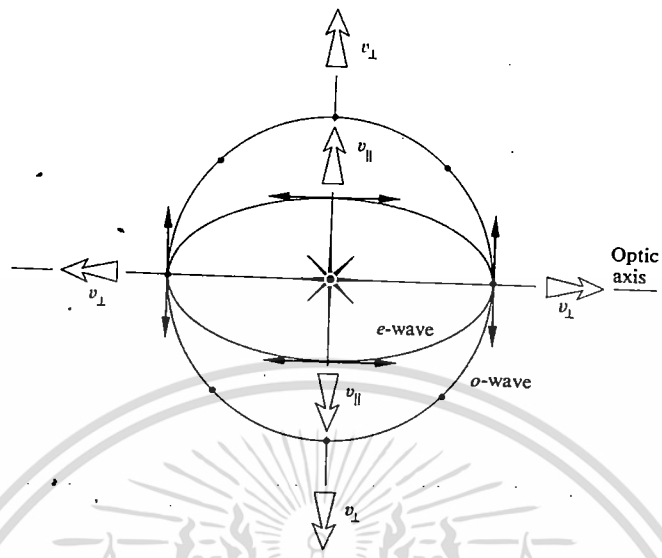
1) กรณีที่มีการบรรจุ light source ภายใน negative uniaxial crystal หน้าคลื่นแสงที่แผ่ออกมาจะมีลักษณะดังภาพ



รูปที่ 3-6 แสดงการแผ่ของหน้าคลื่นสำหรับ negative uniaxial crystal $V_{\perp} < V_{\parallel}$

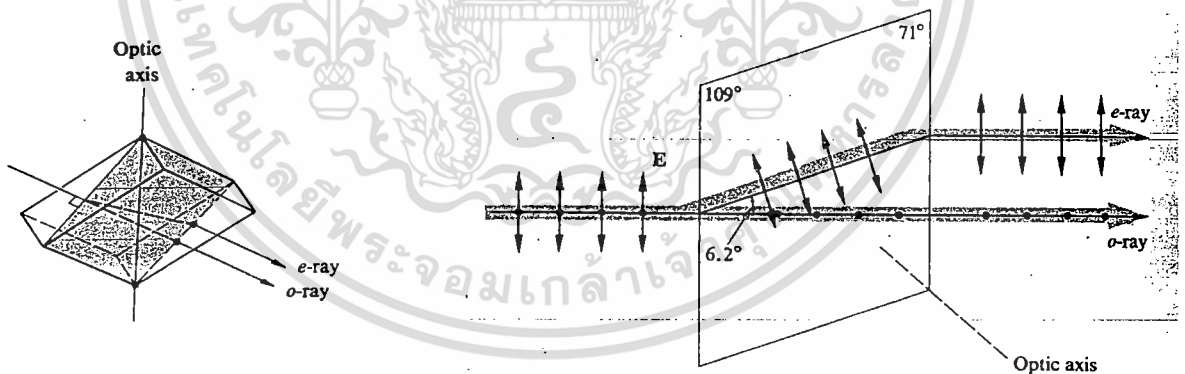
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) กรณีที่มีการบรรจุ light source ภายใน positive uniaxial crystal หน้าคลื่นแสงที่แผ่ออกมาจะมีลักษณะดังภาพ



รูปที่ 3-7 แสดงการแผ่ของหน้าคลื่นสำหรับ positive uniaxial crystal $V_{||} < V_{\perp}$

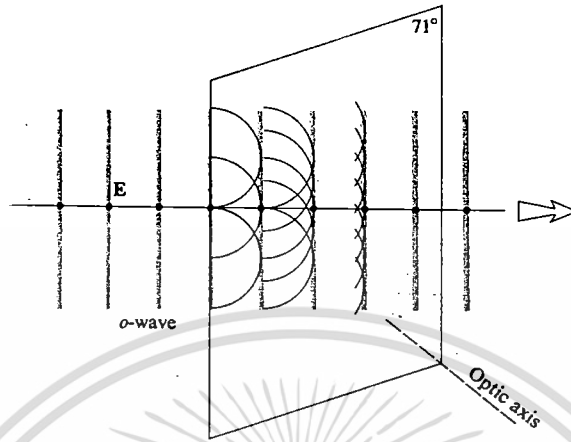
จากการสังเกตลักษณะการแผ่ของหน้าคลื่นที่กล่าวมาข้างต้นทำให้นำมาอธิบายถึงที่มาของการหักเหสองแนวในสาร birefringence ได้ รูปที่ตัวอย่างที่แสดงให้เห็นข้างต้นสามารถแยกพิจารณาแสงที่ตกกระทบรอยต่อได้เป็นสองกรณีคือ



รูปที่ 3-8 แสดง ผลึก calcite (negative uniaxial crystal)

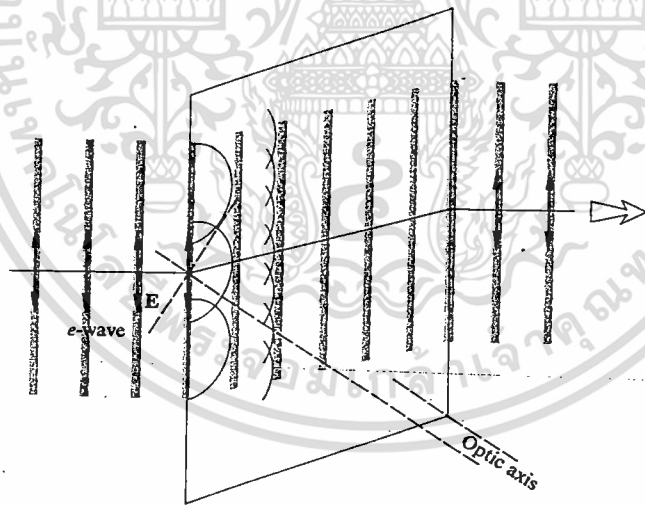
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1) กรณีที่เป็น o ray (แสงที่มีแนวตั้งฉากกับ optic axis)



รูปที่ 3-9 แสดง o ray ที่ตกกระทบผิวรอยต่อ

2) กรณีที่เป็น e ray (แสงที่อยู่ในระนาบเดียวกับ optic axis)



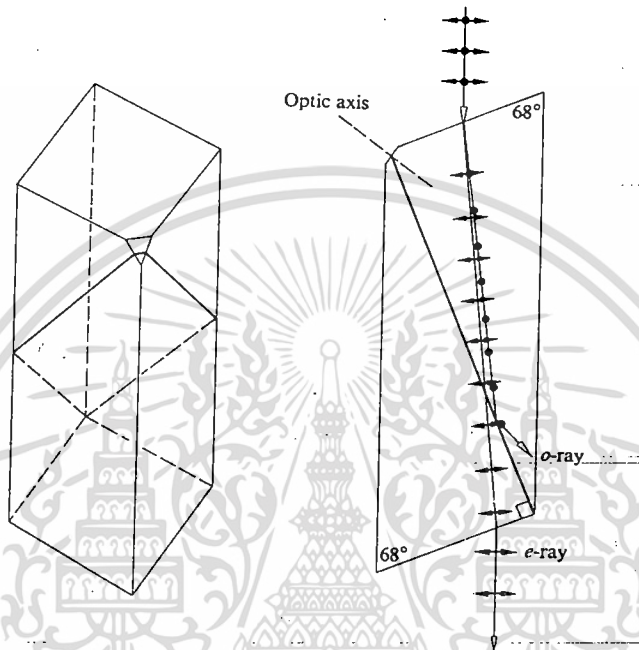
รูปที่ 3-10 แสดง e ray ที่ตกกระทบผิวรอยต่อ

ตัวอย่าง polarizer ที่นำหลักการของ birefringence มาใช้คือ Nicol prism, Glan-Foucault prism และ Wallaston prism โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Nicol prism

Nicol prism ประกอบด้วยแท่ง calcite 2 แท่งประกบกันดังภาพ วัสดุที่เลือกใช้ในการประสานแท่ง calcite ทั้งสองคือ balsam cement ที่มีค่าดัชนีหักเหประมาณ 1.55 สังเกตว่าที่ปลายของ Nicol prism ถูกตัดเป็นมุม 68° ด้วยเหตุผลที่ต้องการให้ o ray มีการสะท้อนกลับหมด ดังแสดงให้เห็นได้ต่อไป



รูปที่ 3-11 แสดง Nicol prism

เนื่องจากผลึกที่ใช้เป็น calcite ดังนั้น $n_o = 1.6584$ และ $n_e = 1.4864$

ณ จุดที่แสงตกกระทบผิวของ calcite ซึ่งเป็นรอยต่อระหว่างอากาศกับ Nicol prism จะพบว่า o ray และ e ray ต่างก็มีมุมตกกระทบเท่ากับ 22° ดังนั้น

$$\text{มุมหักเหสำหรับ o ray คือ} \quad \theta_o = \sin^{-1} \left[\frac{\sin 22^\circ}{1.6584} \right] = 13.05^\circ$$

$$\text{มุมหักเหสำหรับ e ray คือ} \quad \theta_e = \sin^{-1} \left[\frac{\sin 22^\circ}{1.4864} \right] = 14.59^\circ$$

เนื่องจากบริเวณรอยต่อด้านในมีการใช้ balsam cement ซึ่งมีค่าดัชนีหักเห 1.55 ดังนั้น มุมวิกฤตสำหรับ o ray มีค่าเท่ากับ

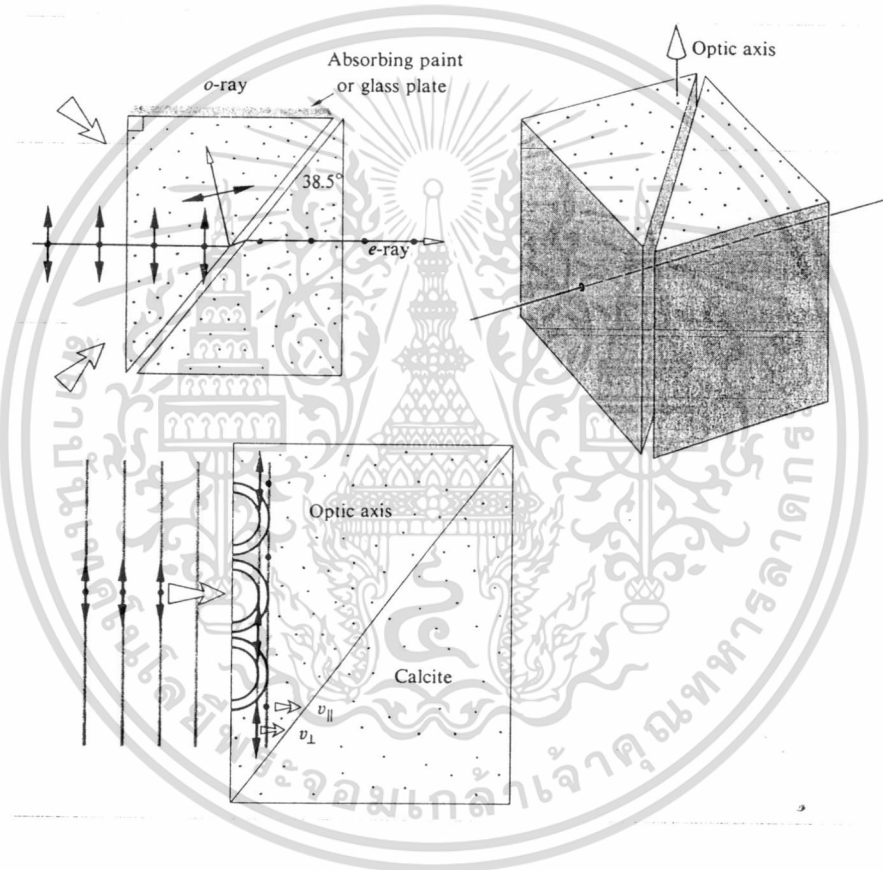
$$\theta_c = \sin^{-1} \left[\frac{1.55}{1.684} \right] = 69.16^\circ$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากมุมตกกระทบของ o ray ที่ผิวรอยต่อระหว่าง calcite กับ balsam cement มีค่าเท่ากับ 77° ซึ่งโตกว่ามุมวิกฤต ดังนั้นจึงมีผลทำให้แสง o ray เกิดการสะท้อนกลับหมดในขณะที่ e ray เกิดการหักเหและผ่านมาได้

Glan-Foucault Prism

Glan-Foucault Prism เป็น prism ที่ทำมาจาก calcite เช่นเดียวกับในกรณีของ Nicol prism แต่สิ่งที่แตกต่างกันระหว่าง Nicol prism และ prism ชนิดนี้คือที่บริเวณรอยต่อภายใน prism ชนิดนี้เป็นอากาศ



รูป 3-12 แสดง Glan-Foucault Prism

จากรูปสังเกตว่าแสงที่ตกกระทบทางด้านซ้ายของ prism จะไม่มีการแยกออกเป็นสองลำ เพียงแต่แสงในแต่ละแนว (o ray และ e ray) มีความเร็วต่างกันเนื่องจากค่าดัชนีหักเหที่แตกต่างกันเท่านั้น ดังนั้นหน้าคลื่นของแสงทั้งคู่จึงเป็นวงกลม โดยหน้าคลื่น e ray นำหน้าคลื่น o ray อยู่ เนื่องจาก $v_{||} > v_{\perp}$

นอกจากนี้ยังสังเกตได้ว่าหลักการทำงานของ Glan-Foucault prism ก็มีลักษณะเช่นเดียวกับ Nicol prism กล่าวคือ ในการแยกเอา o ray ออกจาก e ray ก็จะใช้หลักการสะท้อนกลับหมด โดยลำแสงที่เกิดการสะท้อนกลับหมดก็จะถูกดูดกลืนไว้โดย absorbing part

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

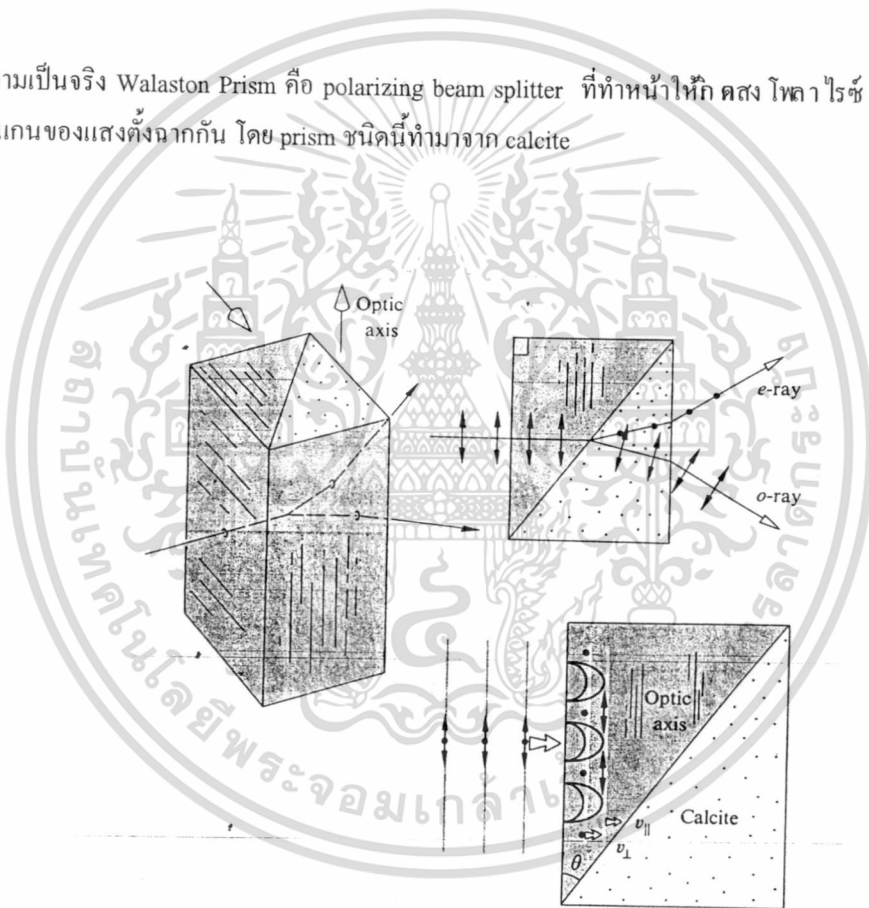
เนื่องจากมุมวิกฤตสำหรับ o ray คือ $\theta_0 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1.6584}\right) = 37.08^\circ$

ในขณะที่มุมวิกฤตสำหรับ e ray คือ $\theta_e = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1.4864}\right) = 42.28^\circ$

ณ บริเวณรอยต่อของ calcite กับอากาศ ทั้ง e ray และ o ray มีมุมตกกระทบเท่ากันคือ 38.5° ซึ่งค่ามุมตกกระทบขนาดนี้โตกว่ามุมวิกฤตของ o ray จึงทำให้ o ray เกิดการสะท้อนกลับหมด ในขณะที่ e ray เกิดการหักเหและผ่านออกมาจากผลึก

Walston Prism

ในความเป็นจริง Walston Prism คือ polarizing beam splitter ที่ทำหน้าที่หัก ดง โทลา ไรซ์ ซี สัน สองลำซึ่งมีแนวแกนของแสงตั้งฉากกัน โดย prism ชนิดนี้ทำมาจาก calcite



รูปที่ 3-13 แสดง Walston prism

สังเกตว่า พอแสงผ่านรอยต่อเข้าสู่ส่วนที่สองของ prism o ray จะกลายเป็น e ray และ e ray จะกลายเป็น o ray

พิจารณาในกรณีที่ o ray กลายมาเป็น e ray มุมหักเหของลำแสงดังกล่าวหาได้จาก Snell's law

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ θ_1, θ'_2 คือมุมตกกระทบและมุมหักเหของ o ray ตามลำดับ, n_1 คือค่าดัชนีหักเหของ calcite เมื่อลำแสงเป็น o ray และ n_2 คือค่าดัชนีหักเหของ calcite เมื่อลำแสงเป็น e ray

$$\therefore \sin \theta'_2 = \frac{1.6584}{1.4867} = 1.12 \sin \theta_1$$

พิจารณาในกรณีที่ e ray กลายมาเป็น o ray มุมหักเหของลำแสงดังกล่าวมีค่าเป็น

$$\sin \theta''_2 = \frac{n'_1}{n_2} \sin \theta_1$$

เมื่อ n'_1 คือ ค่าดัชนีหักเหของ calcite เมื่อลำแสงเป็น e ray และ n_2 คือค่าดัชนีหักเหของ calcite เมื่อลำแสงเป็น o ray

$$\therefore \sin \theta''_2 = \frac{1.4864}{1.6584} \sin \theta_1 = 0.89 \sin \theta_1$$

* สังเกตว่า o ray และ e ray ใน calcite ส่วนที่หนึ่งมีมุมตกกระทบเท่ากันคือ θ_1 ดังนั้น e ray (ใน ส่วนที่เกิดใน calcite ส่วนที่สอง) จึงเกิดการหักเหไปมากกว่าแสง o ray (ใน ส่วนที่เกิดใน calcite ส่วนที่สอง) เมื่อเปรียบเทียบกันระหว่าง θ'_2 และ θ''_2 จะพบว่า $\theta''_2 < \theta'_2$

3.2 Retarders

โดยทั่วไปแล้ว retarder เป็นอุปกรณ์ทางแสงที่ใช้ในการเปลี่ยนสถานะโพลาไรซ์ของแสง โดยการทำให้เกิดความต่างเฟสระหว่างส่วนประกอบย่อยของแสงโดยใช้ผลึกที่มีสมบัติ birefringence

retarder หรือ wave plate เป็นอุปกรณ์ทางแสงที่ทำมาจากผลึกที่มีสมบัติ birefringence เช่น ผลึก calcite ซึ่งเป็นผลึกชนิด negative uniaxial และ quartz ซึ่งเป็นผลึกชนิด positive uniaxial โดยขั้นตอนการตัดแต่งผลึกมีความสำคัญมากต่อการทำหน้าที่เป็น retarder ตัวอย่างเช่น ถ้ามีการตัดแต่งผลึกที่มี optic axis ของผลึก ตั้งฉากกับผิวหน้า-หลัง ของผลึก จะพบว่าผลึกจะไม่ทำหน้าที่ในการหน่วงเฟส เนื่องจากว่าระนาบของแสงที่ตกกระทบต่างก็มีทิศทางที่ตั้งฉากกับ optic axis ซึ่งทำให้แสงที่ตกกระทบเมื่อผ่านผลึกมีความเร็วเท่ากัน ดังนั้นแสงที่ผ่านออกมาจากผลึกดังกล่าวจึงมีเฟสที่ไม่แตกต่างกัน แต่ถ้ามีการตัดแต่งผลึกโดยให้ optic axis ขนานกับผิวหน้า-หลังของผลึก จะพบว่า o ray และ e ray จะมีความเร็วที่แตกต่างกัน ซึ่งถ้าผลึกที่ใช้เป็น calcite ($n_o > n_e$) จะเกิดความต่างเฟสระหว่าง e ray และ o ray ขึ้น โดยความต่างเฟสดังกล่าวสามารถแสดงได้ด้วยสมการดังนี้

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d(n_o - n_e)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ λ_0 คือความยาวคลื่นแสงในสุญญากาศ
 d คือความหนาของผลึก

หมายเหตุ ในกรณีของ calcite (negative uniaxial crystal) แสงในแนวขนานกับ optic axis (V_{\parallel}) มีความเร็วมากกว่า
 แสงในแนวตั้งฉาก (V_{\perp}) จึงอาจเรียก optic axis นี้ว่า fast axis และแกนที่ตั้งฉากกับ optic axis ว่าเป็น slow axis
 สำหรับในกรณีของ positive uniaxial crystal จะพบว่า optic axis เป็น slow axis

ดังนั้นค่า $\Delta\phi$ ที่ได้จากผลึกหน่วงเฟสจึงนำมาใช้แบ่งชนิดของ wave plate ได้ดังต่อไปนี้

Full Wave plate

Full-wave plate เป็นผลึกหน่วงเฟสที่ทำให้เกิดความต่างเฟส $\Delta\phi = 2\pi$ กล่าวคือ

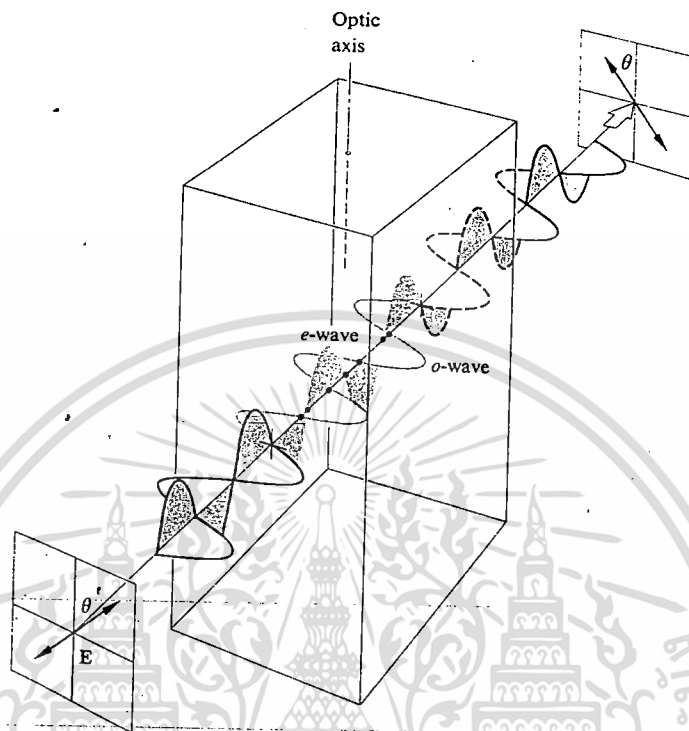
$$\frac{2\pi}{\lambda_0} d(n_o - n_e) = 2\pi$$

ซึ่งหมายถึงว่า wave plate ที่มีความหนา d และมี birefringence $|n_o - n_e|$ จะประพฤติตัวเป็น full wave plate สำหรับแสงที่มีความยาวคลื่น λ_0 เท่านั้น

Half wave plate

สำหรับ half wave plate จะทำให้เกิด phase shift ระหว่าง o ray และ e ray มีค่าเท่ากับ π ตัวอย่างเช่น ถ้า
 มีแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้นตกกระทบ half wave plate โดยมีมุมระหว่างแกนของแสงกับ fast axis ของ wave
 plate เท่ากับ θ โดยสมมติให้ wave plate ดังกล่าวทำมาจากผลึกชนิด negative uniaxial จะพบว่า e ray จะมีความ
 เร็วมากกว่า o ray ทำให้ได้ output ออกมาเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้นเช่นเดิมแต่จะเกิด phase shift ระหว่าง
 ส่วนประกอบย่อยเท่ากับ π มีผลทำให้แสงโพลาไรซ์ดังกล่าวมีแนวแกนของแสงต่างไปจากเดิม 2θ ดังนั้น half
 wave plate จึงสามารถนำไปใช้ในการหมุนแกนของแสงโพลาไรซ์ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3-14 แสดงการทำงานของ Half wave plate

Quarter wave plate

Quarter wave plate ทำให้เกิด phase shift ระหว่าง o ray และ e ray เท่ากับ $\pi/2$ ดังนั้น wave plate ชนิดนี้สามารถนำไปใช้ในการเปลี่ยนสถานะโพลาไรซ์ของแสงจากโพลาไรซ์เชิงเส้นไปเป็นโพลาไรซ์วงกลม และในทางกลับกันสามารถเปลี่ยนแสงโพลาไรซ์สถานะวงกลมให้เป็นแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้นได้

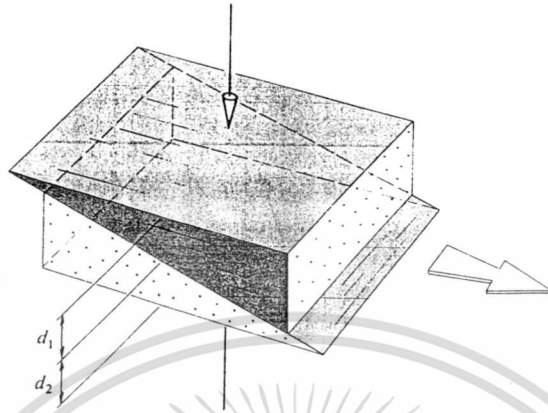
3-3 Compensator

Compensator เป็นอุปกรณ์ทางแสงอีกชนิดหนึ่งที่สามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสถานะโพลาไรซ์ของแสงได้ compensator อาจพิจารณาได้ว่าเป็นอุปกรณ์หนึ่งวงเฟสซึ่งสามารถปรับค่าความต่างเฟสได้ ในที่นี้จะพิจารณา compensator สองชนิดคือ Babinet และ Soleil compensators

ลักษณะของ Babinet compensator แสดงได้ดังรูป compensator ชนิดนี้ประกอบด้วยผลึก calcite หรือ quartz รูปสี่เหลี่ยม สองอันวางประกบกัน โดยมี optic axis ของแต่ละส่วนตามรูป เมื่อมีแสงฉายผ่านผิวด้านหนึ่งของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

compensator ในแนวตั้งฉาก แสงดังกล่าวจะเคลื่อนที่ผ่านผลึกรูปสี่เหลี่ยมที่มีความหนา d_1 จุดที่แสงตกกระทบเท่ากับ d_1 และทำให้เกิดความต่างเฟสระหว่าง o ray และ e ray เป็น



รูปที่ 3-15 แสดง Babinet compensator

$$\delta_1 = \frac{2\pi d_1}{\lambda_0} (n_o - n_e)$$

โดยที่ o ray คือแสงที่มีแนวแกนของแสงตั้งฉากกับ optic axis และ e ray คือแสงซึ่งมีแนวแกนของแสงขนานกับ optic axis เมื่อแสงคู่ดังกล่าวเคลื่อนที่มาถึงผลึกรูปสี่เหลี่ยมที่สอง (ด้านซ้ายมือ) ซึ่งมี optic axis ตั้งฉากกับผลึกรูปสี่เหลี่ยมบน o ray ที่ตกกระทบจึงเปลี่ยนเป็น e ray ในขณะที่ e ray ที่ตกกระทบเปลี่ยนเป็น o ray ทำให้เกิดการชดเชยเฟสที่เปลี่ยนไป โดยเฟสที่ได้รับการชดเชยดังกล่าวสัมพันธ์กับความหนาของ compensator ณ ตำแหน่งที่มีแสงตกกระทบและค่าของเฟสดังกล่าวเขียนได้เป็น

$$\delta_2 = \frac{2\pi d_2}{\lambda_0} (n_o - n_e)$$

เมื่อ d_2 คือความหนาของผลึกรูปสี่เหลี่ยมที่สอง ณ บริเวณที่มีแสงตกกระทบ ดังนั้นความต่างเฟสระหว่างส่วนประกอบย่อยคือ

$$\Delta = \delta_1 - \delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (d_1 - d_2) (n_o - n_e)$$

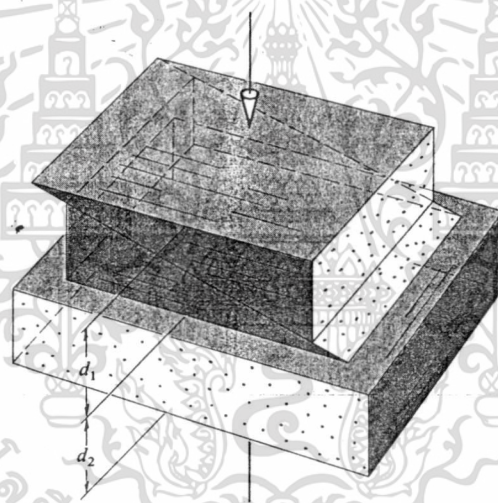
ในกรณีที่ compensator ทำจากผลึก calcite จะพบว่า e ray จะมีเฟสนำ o ray เมื่อลำแสงฉายผ่านลิ้มด้านขวา ถ้า $d_1 > d_2$ จะทำให้ได้ผลลัพธ์สุดท้ายเป็น e ray ที่มีเฟสนำ o ray อยู่ Δ ในทางกลับกันถ้าผลึกที่ใช้เป็น quartz ในส่วนของลิ้มอันขวามือ o ray จะเคลื่อนที่ได้เร็วกว่า e ray และถ้า $d_1 > d_2$ ผลสุดท้ายจะได้ o ray ที่มีเฟสนำ e ray อยู่ Δ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับในกรณีที่ $d_1 = d_2$ จะพบว่า $\Delta = 0$ กล่าวคือ compensator ไม่ทำให้เกิด phase shift ขึ้น ณ ทุกๆค่า ความยาวคลื่น

เนื่องจากความหนาของสิ่งที่ประกอบกันเป็น compensator มีผลต่อความต่างเฟสที่เกิดขึ้น สังเกตได้ว่า ณ ตำแหน่งที่ให้ $(d_1 - d_2)$ ค่าหนึ่ง ตามรูป จะทำให้เกิดความต่างเฟสออกมาค่าหนึ่ง แต่ถ้าเลื่อนลิ้มอันบนไปตามแนวแกน y จะพบว่าความต่างเฟสที่เกิดขึ้นจะมีค่าเปลี่ยนไป มีเพียงบนเส้นแคบๆที่ขนานกับความกว้างของแผ่น calcite เท่านั้นที่มีเฟสเท่ากัน ดังนั้นในการใช้งาน แสงที่ส่องเข้าไปจึงใช้ slit ช่วย และกำหนดตำแหน่งของเส้นแคบๆ จากนั้นจึงทำการเลื่อนลิ้มอันบนหรืออันล่างเพื่อให้มี phase shift เกิดขึ้น

เนื่องจากปัญหาที่กล่าวมาข้างต้นของ Babinet compensator ที่ต้องมีการจำกัดขนาดของลำแสงที่ตกกระทบ จึงทำให้มีการปรับปรุง compensator ใหม่ดังรูป เรียกว่า Soleil compensator ซึ่งจะให้ค่า phase shift เท่ากันทุกๆจุดบนผิว compensator โดยในกรณีนี้ d_1 คือความหนาของทั้งลิ้มอันบนและอันล่างรวมกัน (ซึ่งจะมีค่าหนึ่งสำหรับการ set ครั้งหนึ่ง) ในขณะที่ d_2 คือความหนาของแผ่นผลึกอันล่างซึ่งมีค่าคงที่ตลอดเวลา ดังนั้น phase shift จะเกิดขึ้นเนื่องจากการ set ความหนา d_1 ให้เปลี่ยนไป



รูปที่ 3-16 แสดง Soleil compensator

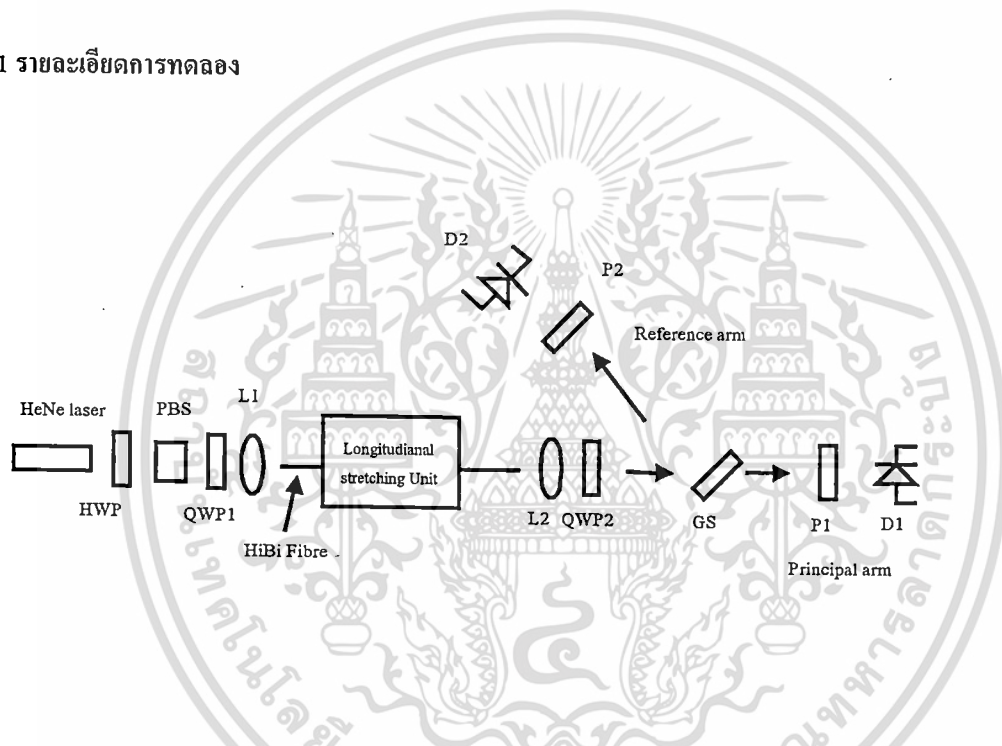
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4 การทดลอง

เมื่อพิจารณาทฤษฎีที่ได้กล่าวมาในบทที่ 2 พบว่าการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสงสามารถกระทำได้โดยการวัด Stokes parameters S_0 , S_1 , S_2 และ S_3 ซึ่งเป็นค่าความเข้มแสงที่สถานะต่างๆ ได้โดยตรง แล้วนำค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวมาทำการ normalized และนำไปเปรียบเทียบกับค่า standard normalized Stokes parameters เพื่อตัดสินว่าสถานะโพลาไรซ์ของแสงคืออะไร

สำหรับในงานวิจัยนี้ได้อาศัยชุดทดลองการมอดูเลตเฟสของแสงมาใช้ในการผลิตแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่สามารถควบคุมมุม azimuth ได้ โดยในการวัด Stokes parameters ได้ใช้การจัดวางอุปกรณ์ทางแสงซึ่งประกอบด้วย polarizer และ quarter wave plate ในตำแหน่งที่เหมาะสม ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

4-1 รายละเอียดการทดลอง



รูปที่ 4-1 แสดงการจัดชุดทดลองการมอดูเลตเฟสของแสงโดยใช้เส้นใยแก้วนำแสง

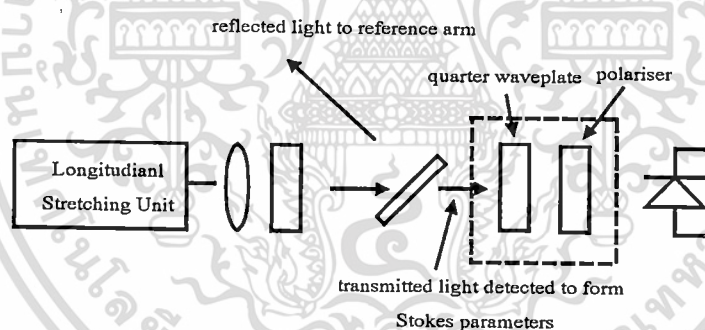
HWP : Half Wave plate, QWP1,2 : Quarter Wave plates, L1,2 : Lenses,

PBS : Polarizing Beam Splitter, GS : Glass Slide, P1,2 : Polarizers,

D1,2 : Detectors, HiBi Fibre : Polarization Preserving Fibre

จากรูปที่ 4-1 แสดงชุดทดลองการมอดูเลตเฟสของแสงโดยใช้เส้นใยนำแสง ชุดทดลองประกอบด้วยแหล่งกำเนิดแสงเลเซอร์ฮีเลียมนีออน (HeNe laser) ซึ่งให้แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่มีความยาวคลื่น 632.8 นาโนเมตร ออกมา แกนของแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่ถูกปล่อยออกมาจากเลเซอร์ถูกปรับให้อยู่ในระนาบที่เหมาะสมโดย Half Waveplate (HWP) คุณภาพของแสงโพลาไรซ์ (Degree of Polarisation) ได้รับการปรับปรุงให้ดีขึ้นโดยการส่องผ่านผลึกแยก/รวมลำแสงชนิดโพลาไรซ์ (PBS : Polarising Beam Splitter) ซึ่งทำมาจากแก้ว Borosilicate และมีค่า extinction ratio ประมาณ 10^{-2} แผ่นผลึกหน่วงเฟส Quarter Waveplate (QWP1) แผ่นแรก (ทำมาจากผลึก quartz และมี retardation tolerance เท่ากับ $\lambda/500$) ได้ถูกจัดให้แกนของผลึกอยู่ในทิศทางที่เหมาะสมเพื่อที่จะทำให้ลำแสงเอกสารเป็นเอกสารที่ส่งในเวลาสำหรับกรณีโพลาไรซ์เชิงเส้น เมื่อผู้ให้หนังสือเรียนฉบับนี้ดำเนินการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ก่อนที่จะผ่านเข้าสู่เส้นใยนำแสงมีสถานะของแสงเป็นโพลาไรซ์วงกลม โดยสถานะเช่นนี้จะทำให้ปริมาณของแสงที่ผ่านเข้าไปในแกนของเส้นใยนำแสง (eigen axes) มีค่าเท่ากันโดยอัตโนมัติ เส้นใยนำแสงที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นชนิดที่สามารถรักษาสถานะโพลาไรซ์ของแสงไว้ได้ (polarisation preserving fibre) โดยค่าไบริFRINGENของเส้นใยนำแสงมีค่าประมาณ 10^{-4} และความยาวของเส้นใยนำแสงที่ใช้มีค่าประมาณ 50 เซนติเมตร การมอดูเลตสามารถกระทำได้โดยทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความยาวของเส้นใยนำแสง ตามจังหวะของสัญญาณขับที่ป้อนให้กับตัวมอดูเลเตอร์ (modulator) สัญญาณที่ใช้ขับตัวมอดูเลเตอร์นี้เป็นสัญญาณไซน์ ความถี่ประมาณ 50 เฮิรตซ์ จุด output แสงที่อยู่ในแนวแกนของเส้นใยนำแสงที่ตั้งฉากกันจะเคลื่อนที่ผ่านแผ่นผลึกหน่วงเฟสแผ่นที่สอง (QWP2) ซึ่งถูกจัดวางให้แกนของแผ่นผลึกทำมุม 45° กับแกนของเส้นใยนำแสง มีผลทำให้แสงที่อยู่ในแต่ละแนวแกนของเส้นใยนำแสงถูกเปลี่ยนเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะวงกลมที่มีทิศทางการกวาดของเวกเตอร์ลิทซ์สวนทางกัน (โพลาไรซ์สถานะวงกลมที่เกิดขึ้นประกอบด้วยวงกลมที่หมุนทวนและตามเข็มนาฬิกา) ตรงจุดนี้เองแสงโพลาไรซ์สถานะวงกลมดังกล่าวก็จะรวมกันทำให้เกิดเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงเส้นซึ่งมีแนวแกนของแสงทำมุม azimuth ค่าหนึ่งกับแกนของเส้นใยนำแสง และจากการมอดูเลตเส้นใยนำแสงด้วยมอดูเลเตอร์ดังที่กล่าวมาทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงไบริFRINGENและความยาวของเส้นใยนำแสงเทียบกับเวลา ทำให้เกิดความต่างเฟสระหว่างแสงโพลาไรซ์วงกลมทั้งสอง และมีผลทำให้แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่ได้มีทิศทางการเปลี่ยนแปลงไปตามจังหวะการมอดูเลต เกิดเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งสามารถควบคุมทิศทางได้ในที่สุด



รูปที่ 4-2 แสดงการจัดอุปกรณ์ทางแสงซึ่งประกอบด้วยแผ่น polariser และผลึกหน่วงเฟสชนิด quarter waveplate เพื่อทำการวัด Stokes parameters

จากรูปจะสังเกตเห็นว่าสัญญาณแสงที่ผ่านจากแผ่นผลึกหน่วงเฟส QWP2 จะถูกทำการตรวจวัดหลังผ่านแผ่น polariser (P2) ด้วย detector (D1) และมีการใช้แผ่นสไลด์ (GS) ในชุดทดลองเพื่อทำการแยกลำแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นส่วนหนึ่งออกจากลำแสงหลัก (principal signal) เพื่อนำไปใช้เป็นลำแสงอ้างอิง (reference signal) ต่อไป

หลังจากได้สัญญาณ output เรียบร้อย การวิเคราะห์สัญญาณสามารถกระทำได้โดยอาศัย Stokes parameters โดยการเพิ่มเติมอุปกรณ์ทางแสงซึ่งประกอบด้วยแผ่น polariser และ quarter wave plate ลงไปด้าน principal arm ตามรูปที่ 4-2 ซึ่งการจัดวางอุปกรณ์ดังกล่าวจะได้กล่าวในรายละเอียดต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากในการวัดความเข้มแสงเพื่อนำมาเขียนเป็น parameter ต่างๆ ของ Stokes จำเป็นต้องวัดเทียบกับแกนอ้างอิงเสมอ ซึ่งในการจัดชุดทดลองตามรูปที่ 4-1 การอ้างอิงสามารถกระทำได้ผ่านสัญญาณอ้างอิงที่ได้มาจาก reference arm ทำให้การวัดผลเป็นไปได้อย่างสะดวกและรวดเร็วยิ่งขึ้น

4-2 การวัด Stokes parameters

โดยทั่วไป Stokes parameters สามารถเขียนอยู่ในรูปของ column matrix ได้ดังนี้

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

โดยแต่ละ parameter มีนิยามดังนี้

$$S_0 \equiv I_0 + I_{90} \quad (4-2)$$

สมการที่ (4-2) มีความหมายถึงความเข้มของแสงโพลาไรซ์ (total intensity) ที่ทำการวิเคราะห์

$$S_1 \equiv I_0 - I_{90} \quad (4-3)$$

สมการที่ (4-3) บอกถึงผลต่างระหว่างความเข้มของแสงโพลาไรซ์ที่ทำการวิเคราะห์เมื่อทำการวัดที่มุม 0° และ 90° เทียบกับแกนอ้างอิง ซึ่งในกรณีที่ผลต่างมีค่ามากกว่าศูนย์แสดงว่าแสงโพลาไรซ์ดังกล่าวมีแนวโน้มที่จะเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่มีแกนหลักขนานกับแกนอ้างอิง แต่ถ้าผลต่างมีค่าน้อยกว่าศูนย์ก็จะแสดงว่าแสงโพลาไรซ์มีแนวโน้มที่จะเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่มีแกนหลักตั้งฉากกับแกนอ้างอิง และถ้าผลต่างเป็นศูนย์แสดงว่าโอกาสที่แกนหลักของแสงโพลาไรซ์จะมีอยู่ในแนวใดแนวหนึ่งเป็นไปได้เท่าๆกัน ซึ่งการวัดที่มีผลเช่นนี้ อาจสรุปได้ว่าแสงโพลาไรซ์ที่กำลังตรวจสอบเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งแกนหลักทำมุม 45° หรือ 135° กับแกนอ้างอิง หรืออาจเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะวงกลมก็ได้

$$S_2 \equiv I_{45} - I_{135} \quad (4-4)$$

สมการที่ (4-4) บอกถึงผลต่างระหว่างความเข้มของแสงโพลาไรซ์ที่ทำการวิเคราะห์เมื่อทำการวัดที่มุม 45° และ 135° เทียบกับแกนอ้างอิง ซึ่งในกรณีที่ผลต่างมีค่ามากกว่าศูนย์แสดงว่าแสงโพลาไรซ์ดังกล่าวมีแนวโน้มที่จะเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่มีแกนหลักทำมุม 45° กับแกนอ้างอิง แต่ถ้าผลต่างมีค่าน้อยกว่าศูนย์ก็จะแสดงว่าแสงโพลาไรซ์มีแนวโน้มที่จะเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นที่มีแกนหลักทำมุม 135° กับแกนอ้างอิง และถ้าผลต่างเป็นศูนย์แสดงว่าโอกาสที่แกนหลักของแสงโพลาไรซ์จะมีอยู่ในแนวใดแนวหนึ่งเป็นไปได้เท่าๆกัน ซึ่งการวัดที่มีผลเช่นนี้ อาจสรุปได้ว่าแสงโพลาไรซ์ที่กำลังตรวจสอบเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้นซึ่งแกนหลักทำมุม 0° หรือ 90° กับแกนอ้างอิง หรืออาจเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะวงกลมก็ได้

$$S_3 \equiv I_R - I_L \quad (4-5)$$

สมการที่ (4-5) บอกถึงผลต่างระหว่างความเข้มของแสงโพลาไรซ์ที่ทำการวิเคราะห์ เมื่อทำการวัดความเข้มแสงโพลาไรซ์วงกลมหมุนตาม (I_R) และทวนเข็มนาฬิกา (I_L) ซึ่งในกรณีที่ผลต่างมีค่ามากกว่าศูนย์แสดงว่าแสงโพลาไรซ์ดังกล่าวมีแนวโน้มที่จะเป็นแสงโพลาไรซ์วงกลมหมุนตามเข็มนาฬิกา แต่ถ้าผลต่างมีค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

น้อยกว่าศูนย์ก็แสดงว่าแสงโพลาไรซ์มีแนวโน้มที่จะเป็นแสงโพลาไรซ์วงกลมหมุนทวนเข็มนาฬิกา และถ้าผลต่างเป็นศูนย์แสดงว่าแสงโพลาไรซ์จะมีแนวโน้มที่จะเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น

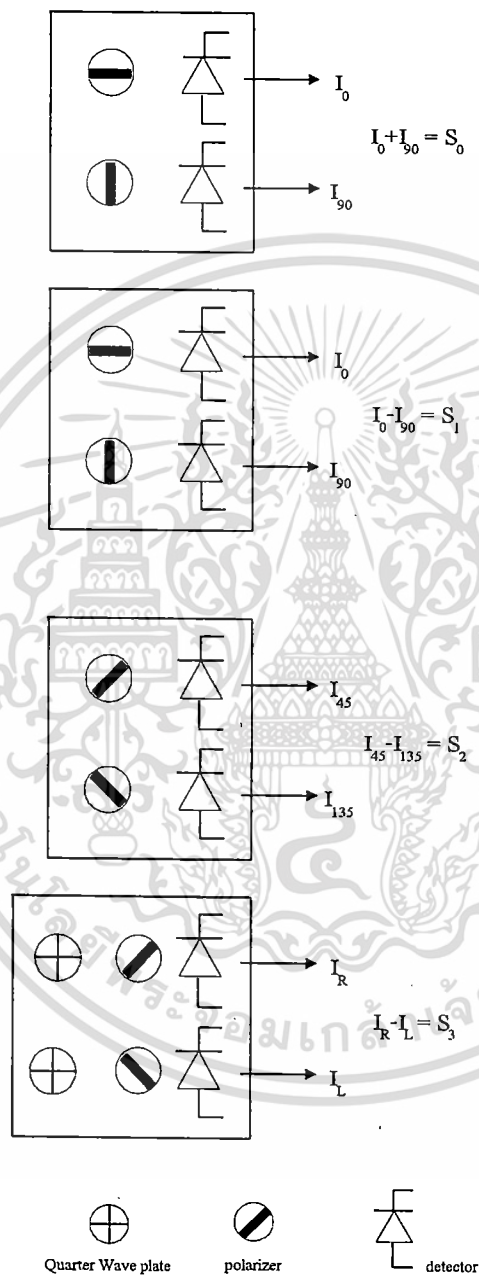
ในตารางที่ 4-1 แสดงตัวอย่าง normalized Stokes parameters สำหรับแสงโพลาไรซ์สถานะต่างๆ

ตารางที่ 4-1 แสดง normalized Stokes parameters สำหรับแสงโพลาไรซ์หลายๆสถานะ

สถานะของแสงโพลาไรซ์	normalised Stokes parameters
horizontally linear polarization	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
vertically linear polarization	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
45° linear polarization	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
135° linear polarization	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$
right circular polarization	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
left circular polarization	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นในการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสง output ที่ได้จากชุดมอดูเลตเฟสของแสงโดยมีเส้นใยนำแสงเป็นตัวกลางสามารถทำได้โดยการวัดความเข้มแสงต่างๆตามที่ปรากฏในสมการที่ (4-3), (4-4) และ (4-5) ซึ่งวิธีการในทางปฏิบัติที่นิยมใช้ในการวัดค่าความเข้มแสงที่ต้องการเหล่านี้ก็คือ การใช้อุปกรณ์ทางแสงสองชนิด ประกอบด้วย แผ่น polarizer และ quarter wave plate มาจัดเรียงในตำแหน่งที่เหมาะสม ณ บริเวณ output ของชุดทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 4-3



รูปที่ 4-3 แสดงการจัดอุปกรณ์ทางแสงเพื่อทำการวัดความเข้มแสงที่มุมต่างๆ สำหรับ Stokes Parameters แต่ละตัว

นอกจากการนำ Stokes parameters มาเขียนให้อยู่ในลักษณะ column matrix เพื่อเปรียบเทียบกับ normalised Stokes parameters มาตรฐานและตัดสินใจว่าแสงที่กำลังตรวจสอบเป็นแสงโพลาไรซ์หรือไม่และมีการคำนวณหาการกระจายของแสงที่ผ่านโพลาไรเซอร์หรือไม่ การวัดค่าเหล่านี้สามารถทำได้โดยใช้วิธีการวัดค่าความเข้มแสงที่มุมต่างๆตามที่ปรากฏในสมการที่ (4-3), (4-4) และ (4-5) ซึ่งวิธีการในทางปฏิบัติที่นิยมใช้ในการวัดค่าความเข้มแสงที่ต้องการเหล่านี้ก็คือ การใช้อุปกรณ์ทางแสงสองชนิด ประกอบด้วย แผ่น polarizer และ quarter wave plate มาจัดเรียงในตำแหน่งที่เหมาะสม ณ บริเวณ output ของชุดทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 4-3

สถานะเป็นเช่นไร Stokes parameters ยังสามารถนำไปคำนวณหาปริมาณที่สำคัญสองปริมาณที่สามารถใช้บ่งชี้ถึงคุณภาพและลักษณะของแสงโพลาไรซ์ที่กำลังถูกตรวจสอบ โดยปริมาณทั้งสอง (เขียนอยู่ในเทอมของ Stokes parameters) ประกอบด้วย

1) Degree Of Polarization (DOP)

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \times 100\% \quad (4-6)$$

โดยปริมาณนี้บ่งชี้ถึงความเป็นโพลาไรซ์ของแสง กล่าวคือ ถ้าคำนวณได้ว่า DOP ของแสงที่กำลังถูกตรวจสอบมีค่า 100% แสดงว่าแสงดังกล่าวเป็นแสงโพลาไรซ์อย่างสมบูรณ์ และยังถ้าจำนวนเปอร์เซ็นต์น้อยลงเท่าใด ความเป็นโพลาไรซ์ของแสงก็ยิ่งมีน้อยลงเท่านั้น อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ การสร้างแสงโพลาไรซ์ที่มี DOP เท่ากับ 100% เป็นไปได้ยากมาก เนื่องจากความไม่สมบูรณ์ของอุปกรณ์ทางแสงที่เกี่ยวข้อง ดังนั้นค่า DOP ที่คาดหวังจึงเป็นค่าที่ใกล้เคียงกับ 100% มากที่สุด

2) Ellipticity (e)

$$e = \tan \left(\frac{1}{2} \left\{ \sin^{-1} \left[\frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} \right] \right\} \right) \quad (4-7)$$

โดยทั่วไป ellipticity คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวของ minor axis กับ major axis ของวงรี ซึ่งในที่นี้สามารถนำมาใช้เป็นอีกปริมาณหนึ่งเพื่อบ่งบอกลักษณะความเป็นโพลาไรซ์ของแสงให้ชัดเจนยิ่งขึ้น กล่าวคือ โดยทั่วไปสถานะโพลาไรซ์ของแสงสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 แบบคือ โพลาไรซ์เชิงเส้น (linear polarization) โพลาไรซ์วงกลม (circular polarization) และโพลาไรซ์วงรี (elliptical polarization) ในกรณีที่แสงที่กำลังถูกตรวจวัดเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะใดก็ตามดังที่กล่าวข้างต้น ค่า DOP ที่คำนวณได้ก็จะมีค่าเข้าใกล้ 100% ซึ่งสำหรับในงานวิจัยนี้ การได้ค่านีมาเพียงค่าเดียวยังไม่เพียงพอที่จะตัดสินลักษณะโพลาไรซ์ของแสงเพราะแสงโพลาไรซ์ทั้งสามชนิดต่างก็มีโอกาสให้ DOP เท่ากันออกมา ดังนั้นเพื่อที่จะให้เห็นถึงความแตกต่างของสถานะโพลาไรซ์ของแสงที่ได้รับจึงจำเป็นต้องใช้ค่า ellipticity เนื่องจากแสงโพลาไรซ์แต่ละแบบจะมีค่า ellipticity ที่แตกต่างกัน เช่น แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นจะมี ellipticity เป็นศูนย์ ในขณะที่แสงโพลาไรซ์วงกลมจะมี ellipticity เป็นหนึ่ง และแสงโพลาไรซ์วงรีจะมี ellipticity อยู่ระหว่างค่าศูนย์กับหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5 ผลการทดลอง

5-1 รายละเอียดของผลการทดลอง

การวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสงที่ได้จากชุดทดลองการมอดูเลตเฟสโดยมีเส้นใยแก้วนำแสงเป็นตัวกลางด้วยการวัด Stokes parameters สามารถดำเนินการตามรายละเอียดที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 4

เนื่องจาก Stokes parameters ได้จากผลรวมและผลต่างของค่าความเข้มแสงที่เหมาะสมซึ่งประกอบด้วย I_0 , I_{90} , I_{45} , I_{135} , I_R และ I_L ตามสมการที่ (4-2) (4-3) (4-4) และ (4-5) ดังนั้นในขั้นตอนแรกคือทำการวัดค่าความเข้มแสงดังกล่าวโดยอาศัยสัญญาณอ้างอิงทำให้กำหนดได้ว่าสัญญาณ output ที่กำลังตรวจวัดมีแนวแกนขนานกับแนวแกนอ้างอิง และค่าความเข้มของแสงเป็นดังตาราง 5-1

ตารางที่ 5-1 แสดงค่าความเข้มแสงต่างๆที่ใช้สำหรับคำนวณค่า Stokes parameters

ความเข้มแสง	มิลลิโวลต์ (ค่าเฉลี่ย)
I_0	55.00
I_{90}	0.68
I_{45}	29.57
I_{135}	24.79
I_R	29.75
I_L	23.69

จากนั้นจึงนำค่าความเข้มแสงที่ได้มาคำนวณหา Stokes parameters ตามสมการที่ (4-2) ถึง (4-5) ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 S_0 &= I_0 + I_{90} = 55.68 \text{ มิลลิโวลต์} \\
 S_1 &= I_0 - I_{90} = 54.32 \text{ มิลลิโวลต์} \\
 S_3 &= I_{45} - I_{135} = 4.78 \text{ มิลลิโวลต์} \\
 \text{และ} \quad S_4 &= I_R - I_L = 5.06 \text{ มิลลิโวลต์}
 \end{aligned}$$

ซึ่งเมื่อนำมาเขียนในรูปของ normalized Stokes parameters จะเขียนได้ดังนี้

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.98 \\ 0.09 \\ 0.09 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำ normalized Stokes parameters ที่ได้จาก output ไปเปรียบเทียบกับ standard normalized Stokes parameters ตามตารางที่ 4-1 จะพบว่าสถานะโพลาไรซ์ของ output มีความใกล้เคียงสถานะเชิงเส้นซึ่งมีแนวแกนของแสงขนานกับแกนอ้างอิงเป็นอย่างมาก โดยค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นอาจเนื่องมาจากแสงที่ได้ไม่มีความเป็นโพลาไรซ์เชิงเส้นอย่างสมบูรณ์ ซึ่งสาเหตุเบื้องต้นอาจเนื่องมาจากอุปกรณ์ทางแสงที่ใช้ในงานวิจัยเป็นอุปกรณ์ที่มีคุณภาพปานกลาง และเพื่อจะให้ผลการวิเคราะห์ชัดเจนยิ่งขึ้นจึงได้ทำการคำนวณหา degree of polarization (DOP) และ ellipticity เพื่อสนับสนุนผลของการทดลอง

จากการคำนวณพบว่า

1) Degree Of Polarization มีค่าประมาณ

$$\begin{aligned} DOP &= \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \times 100\% \\ &= \frac{\sqrt{(54.32)^2 + (4.78)^2 + (5.06)^2}}{55.68} \times 100\% \\ &= 98.35\% \end{aligned}$$

2) ellipticity มีค่าประมาณ

$$\begin{aligned} e &= \tan \left(\frac{1}{2} \left\{ \sin^{-1} \left[\frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} \right] \right\} \right) \\ &= \tan \left(\frac{1}{2} \left\{ \sin^{-1} \left[\frac{5.06}{\sqrt{(54.32)^2 + (4.78)^2 + (5.06)^2}} \right] \right\} \right) \\ &= 0.05 \end{aligned}$$

จากผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า สัญญาณ output ที่ได้มีความเป็นโพลาไรซ์ที่ค่อนข้างสูง (เมื่อเทียบกับ DOP ของแสงโพลาไรซ์ที่สมบูรณ์ซึ่งมีค่าเท่ากับ 100%) และมีลักษณะของแสงใกล้เคียงกับความเป็นเชิงเส้นมาก (เมื่อเทียบกับ ellipticity ของเส้นตรงซึ่งมีค่าทำศูนย์)

จากการวิเคราะห์ข้างต้น ได้มีการใช้ประโยชน์จากสัญญาณอ้างอิงที่ถูกจัดเตรียมไว้ ซึ่งสัญญาณอ้างอิงดังกล่าวมีความสำคัญมากเมื่อนำชุดมอดูเลตเฟสของแสงผ่านเส้นใยนำแสงไปใช้ในงานทางด้านการวัดด้วยแสงต่อไป

บทที่ 6 สรุปผลการทดลอง

จากผลการทดลองที่ได้ในบทที่ 5 แสดงให้เห็นว่าการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสง (ซึ่งในที่นี้ทราบสถานะโพลาไรซ์ของแสงก่อนแล้ว) สามารถกระทำได้อย่างสะดวกด้วยการวัด Stokes parameters โดยผลที่ได้ออกมาจากการทดลองแสดงให้เห็นว่า output จากชุดทดลองการมอดูเลตเฟสของแสงเป็นแสงโพลาไรซ์สถานะเชิงซึ่งมี ellipticity 0.05 และมี degree of polarization ประมาณ 98% วิธีการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสงที่ได้ทำการทดลองไปนั้นเป็นวิธีการที่ไม่ยากและอุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องก็เป็นอุปกรณ์พื้นฐานทางแสงซึ่งประกอบด้วย polarizer และ quarter wave plate

ถึงแม้ว่าในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอแนวทางในการวิเคราะห์สถานะโพลาไรซ์ของแสงทั้งในแง่ทฤษฎีและปฏิบัติ ตลอดจนรายงานผลการทดลองอย่างชัดเจน ทางผู้ดำเนินงานวิจัยมีความคิดเห็นว่าเทคนิคที่ได้นำเสนอนี้ยังไม่เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในทางปฏิบัติระดับงานวิจัย เนื่องจากว่ายังมีหลายส่วนที่ต้องแก้ไขปรับปรุงดังต่อไปนี้

(1) สำหรับชุดทดลองนี้ ในส่วนของการปรับมุมอุปกรณ์ทางแสงที่เกี่ยวข้องยังใช้การปรับโดยผู้ดำเนินการวัด แต่ถ้าจะต้องใช้ในงานวิจัย การปรับเปลี่ยนมุมต่างๆควรจะต้องควบคุมด้วย stepping motor เพื่อความสะดวกและความรวดเร็วในการดำเนินงาน

(2) ในส่วนของการวิเคราะห์ผล จำเป็นต้องมีการเขียน โปรแกรมโดยเฉพาะเพื่อทำหน้าที่วิเคราะห์ความเข้มแสงที่เก็บมาได้และแปลผลที่ได้ออกมาในรูปของ Stokes parameters และแสดงผลสุดท้ายออกมาในเทอมของสถานะโพลาไรซ์ของแสงทั้งในลักษณะรูปภาพและคำบรรยาย พร้อมทั้งแสดงถึงค่าพารามิเตอร์อื่นๆที่สนใจ เช่น degree of polarization และ ellipticity เป็นต้น

และ (3) ในกรณีที่ต้องการวัดสถานะโพลาไรซ์ของแสงที่ความยาวอื่นนอกเหนือจากที่ความยาวคลื่นที่ใช้อยู่ในชุดทดลองนี้ก็สามารถกระทำได้โดยการเลือกอุปกรณ์ทางแสงให้เหมาะสมกับความยาวคลื่นนั้น เพื่อผลของการทดลองที่ถูกต้อง

เอกสารอ้างอิง

- [1] D S Kliger, J W Lewis and C E Randall (1994), *Polarized Light in Optics and Spectroscopy*, Academic Press, London.
- [2] E Hecht (1987), *Optics*, Addison-Wesley Publishing Company, Singapore.
- [3] M Born and E Wolf (1964), *Principles of Optics*, Macmillian, New York.
- [4] R Chitaree and S Suchart (1998), *The Study of Optical Modulation Using Polarization Preserving Fiber*, Engineering Transaction, Vol 1, No 36, p: 219-229.
- [5] R C Jones (1942), *A New Calculus for the Treatment of Optical System*, Journal of the Optical Society of America (31), p: 488-493.
- [6] R M A Azzam (1982), *Division-of-amplitude Photopolarimeter (DOAP) for the Simultaneous Measurement of All Four Stokes Parameters of Light*, Optica Acta, Vol 29, No 5, p: 685-689.
- [7] R M A Azzam and N M Bashara (1977), *Ellipsometry and Polarized Light*, North Holland, Amsterdam.
- [8] T Todorov and L Nikolova (1992), *Spectrophotopolarimeter : Fast Simultaneous Real-Time Measurement of Light Parameters*, Optics Letters, Vol 17, No 5, p: 358-359.
- [9] W A Schurcliff (1962), *Polarized Light : Production and Use*, Havard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- [10] สุวรรณ คูสำราญ (2537), *ทัศนศาสตร์กายภาพ*, คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ นาย รัชภาคย์ จิตต์อารี
Mr RATCHAPAK CHITAREE

เกิดวันที่ 14 มีนาคม พ.ศ. 2511

สถานที่ติดต่อ

ที่ทำงาน ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ถนน ฉลองกรุง เขตลาดกระบัง
กรุงเทพ 10520
โทรศัพท์ 737-3000 ต่อ 6272
โทรสาร 326-9981
E-mail kcratcha@kmitl.ac.th

ที่บ้าน บ้านเลขที่ 100 ซอยลาดพร้าว 83
เขตวังทองหลาง
กรุงเทพ 10310
โทรศัพท์ 538-1277

การศึกษาระดับอุดมศึกษา

คุณวุฒิ	ปีที่จบ	ชื่อสถานศึกษาและประเทศ
ปริญญาตรี (วท.บ. ฟิสิกส์)	2533	มหาวิทยาลัยมหิดล, ประเทศไทย
ปริญญาเอก (Measurement and Instrumentation)	2537	City University, UK

ผลงานวิจัย

1. Chitaree, R., Weir, K., Palmer, A. W. and Grattan, K. T. V. (1992) in Polarisation Modulation in Free Space and Fibre Optics, Conference on Applied Optics and Optoelectronics, 14-17 September 1992, Leeds, UK, Proceeding published by Institute of Physics : p 220-222.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. Weir, K., Chitaree, R., Palmer, A. W. and Grattan, K. T. V. (1993) in High Speed Sensing Using an Ellipsometer for Investigating of Thin Films and Surfaces, 16-23 May 1993, Honolulu, Hawaii, USA, Proceeding published by The Electrochemical Society, Inc., USA : p 236-243.
3. Chitaree, R., Weir, K., Palmer, A. W. and Grattan, K. T. V. (1993) in An HiBi Fibre Polarisation Modulation Scheme for Ellipsometric Measurements, Conference on Sensor VI Technology, Systems and Applications, 12-15 September 1993, Manchester, UK, Sensor VI : Technology, Systems & Applications, Ed : K T V Grattan and A T Augousti, Published by Institute of Physics Bristol : p 275-280.
4. Chitaree, R., Weir, K., Palmer, A. W. and Grattan, K. T. V. (1994) A Highly Birefringent Fibre Polarisation Modulation Scheme for Ellipsometry : System and Performance, Measurement Science and Technology (5) : p 1226-1232.
5. Chitaree, R., Murphy, V., Weir, K., Palmer, A. W., Grattan, K. T. V. and Maccraith, B. D. (1995) An optical-fibre ellipsometer for Applications in Thin-Film Sensor Systems, Sensors and Actuators A (50) : p 45-530
6. Chitaree, R., Murphy, V., Weir, K., Palmer, A. W., Grattan, K. T. V. and Maccraith, B. D. (1995) Ellipsometric Measurements for Thin-Film Based Sensor Systems in Proceeding of the European Conference on Smart Structures : Optical Instrumentation and Sensing Systems, Munich SPIE, vol 2509.
7. Chitaree, R., Murphy, V., Weir, K., Palmer, A. W., Grattan, K. T. V. and Maccraith, B. D. (1995) A Fibre Optic Based Ellipsometer for Thin-Film Sensor Systems in Sensor VII Technology, Systems and Applications, Ed : K T V Grattan and A T Augousti, Published by Institute of Physics Bristol : p 212-217.
8. Yupapin, P. V. P., Chitaree, R., Palmer, A. W., Grattan, K. T. V. and Weir, K. (1998) Dynamic measurement of thin liquid film parameters using high-speed ellipsometry, Sensors and Actuators A (65) : p 19-22.
9. รัชภักย์ จิตต์อารี และ สืบตระกูล สุชาติ (1998) การศึกษาการมอดดูเลตเฟสของแสงโดยมีเส้นใยแก้วนำแสงเป็นตัวกลาง, Engineering Transaction Vol. 1, No. 3, July-October, p 219-229.
10. . สืบตระกูล สุชาติ และ รัชภักย์ จิตต์อารี (1997) การวัดค่าอิมพีโดเมตริกพารามิเตอร์ของพื้นผิวที่แตกต่างกันโดยใช้เทคนิคการมอดดูเลตเฟสของแสงซึ่งมีเส้นใยแก้วนำแสงชนิดไฮบริดพริ้นเจนซ์เป็นตัวกลาง, วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ปีที่ 5 เล่มที่ 2 เดือน พฤษภาคม 2539-เมษายน 2540, p 47-58

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

11. Suchart S and Chitree R (1998) A Novel Optical Fiber Ellipsometer for The 1998 IEEE Asia-Pacific Conference on Circuits and Systems, 24-27 November 1998, Chiangmai Thailand, Published by IEEE, p 205-208.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้