

รายงานผลการวิจัย

การกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลด้วยค่าราก
ที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย : กรณีศึกษา
การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน

โดยนางสาวกนกวรรณ ลีโรจนประภา
ภาควิชาสถิติประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

RCH

QA

279

711947

เลขหมู่.....84053

เลขทะเบียน.....

วัน,เดือน,ปี...25 ก.ย. 2551

รายงานการวิจัยในครั้งนี้ได้รับการสนับสนุนโดย
โครงการทุนวิจัยคณะวิทยาศาสตร์ ปี 2549

11 ๑๙๗๘๘๖

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ตามการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

บทที่ 1 บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์	2
1.3 สมมติฐาน	2
1.4 ขอบเขตของเบื้องต้น	3
1.5 ขอบเขตของการวิจัย	5
1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในงานวิจัย	6
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	6

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่นำมาประยุกต์เพื่อกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล	7
2.2 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน	8
2.3 การกำหนดจำนวนรอบการทำซ้ำ	9

บทที่ 3 การดำเนินการวิจัย

3.1 การพิจารณาจากค่า $\sqrt{MSE}$	14
3.2 การพิจารณาจากค่า MSE	16

บทที่ 4 ผลการวิจัย

4.1 ความแตกต่างระหว่างค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณด้วยวิธี $\sqrt{MSE}$ และ MSE	19
4.2 ลักษณะการกระจายของค่าความน่าจะเป็นของทั้ง 2 วิธี	19
4.3 กำหนดจำนวนรอบที่เหมาะสมสำหรับการจำลองข้อมูล	44

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย	57
5.2 ข้อเสนอแนะ	58

ภาคผนวก

บรรณานุกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

งานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวกับทฤษฎีทางสถิติมักมีการจำลองข้อมูล (Simulation) ตามรูปแบบการแจกแจงที่เป็นไปตามทฤษฎีทางสถิติ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีที่ต้องการศึกษา ซึ่งมักเกี่ยวกับสถิติในเชิงอนุมาน (Inference) ซึ่งโดยส่วนใหญ่จะทำการศึกษาเกี่ยวกับการประมาณค่าและทดสอบสมมติฐาน

การเปรียบเทียบทฤษฎี ตัวประมาณหรือวิธีการต่างๆ ที่ต้องการศึกษา ถ้าใช้ข้อมูลเพียงชุดเดียวนำมาคำนวณค่าเพื่อสรุปผลว่าทฤษฎี ตัวประมาณ หรือวิธีการใดดีกว่ากันนั้นย่อมไม่น่าเชื่อถือเพราะเนื่องจากข้อมูลที่นำมาศึกษาเกิดขึ้นมาอย่างสุ่ม และถูกจำลองจากโปรแกรมต่างๆ โดยกำหนดรูปแบบการแจกแจงไว้ล่วงหน้า หลักการดังกล่าวสอดคล้องกับหลักการควบคุมคุณภาพในการผลิตสินค้าจำนวนมากเป็นไปไม่ได้ที่ผู้ผลิตจะตรวจสอบสินค้าทุกชิ้นก่อนนำออกจำหน่ายแต่ถ้าทำการสุ่มสินค้าเพียงชิ้นเดียวจากสินค้าที่ผลิต ล็อตใหญ่ เพื่อนำมาสรุปว่าสินค้าในล็อตนั้นมีคุณภาพหรือไม่ย่อมลดความน่าเชื่อถือในคุณภาพของสินค้าดังกล่าว

บ่อยครั้งที่มักมีคำถามในขั้นตอนการจำลองข้อมูลเพื่อสรุปทฤษฎีทางสถิติ ว่าจะต้องใช้การจำลองข้อมูลจำนวนกี่รอบจึงจะเพียงพอที่จะสามารถนำมาคำนวณค่าสถิติเอนำไปสู่การสรุปทฤษฎี ตัวประมาณ หรือวิธีการที่ต้องการศึกษาดังกล่าวได้อย่างถูกต้อง การกำหนดจำนวนรอบของการจำลองเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญมากเพราะถ้ากำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลน้อยเกินไปก็อาจนำไปสู่การสรุปผลที่ผิดพลาดไม่เป็นไปตามทฤษฎีที่ต้องการ โดยความผิดพลาดดังกล่าวเกิดจากค่าความคลาดเคลื่อนจากการสุ่มตัวอย่าง (Sampling Error) ดังนั้นการลดค่าความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มสามารถทำได้ด้วยการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลมากๆ แต่การกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลที่มากเกินไปโดยไม่จำเป็นอาจเป็นสาเหตุทำให้เสียเวลาและต้องสิ้นเปลืองพื้นที่หน่วยความจำคอมพิวเตอร์อย่างมาก ทำให้ต้องเสียค่าใช้จ่ายเพื่อจัดเตรียมคอมพิวเตอร์ที่มีคุณสมบัติสูงไว้รองรับการทำงานซึ่งมีราคาค่อนข้างสูง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การศึกษาต้องกำหนดขอบเขตของงานวิจัยซึ่งก็คือการกำหนดกรณีศึกษาไว้ล่วงหน้า โดยมากก็คือการกำหนดค่าพารามิเตอร์เพื่อนำมาใช้เป็นตัวกำหนดค่าสำหรับการจำลองข้อมูลนั่นเอง ในบางครั้งจะต้องทำการเปรียบเทียบระหว่างกรณีเพื่อหาข้อสรุปและทิศทางความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นดังนั้นจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลจะต้องถูกกำหนดไว้เป็นค่าคงที่ล่วงหน้าก่อนทำการเขียนโปรแกรมเพื่อทำการจำลองข้อมูล ดังนั้นขอบเขตของงานวิจัยทางสถิติแต่ละเรื่องนอกจากต้องกำหนดค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษาแล้วยังต้องกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลเป็นค่าคงที่ไว้ล่วงหน้า จากการศึกษางานวิจัยอื่นๆ พบว่ามีการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลแตกต่างกัน บางงานวิจัยอาจกำหนดเป็น 500 1,000 หรือ 10,000 รอบ หรือค่าอื่นๆ ทำไมงานวิจัยแต่ละเรื่องจึงกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลไว้แตกต่างกัน และการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลนั้นเหมาะสมหรือไม่อย่างไร ด้วยเหตุนี้งานวิจัยชิ้นนี้จึงให้ความสำคัญกับการกำหนดหลักการโดยอาศัยทฤษฎีสถิติที่จะได้กล่าวถึงในบทถัดไปเพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจว่าควรกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลอย่างไรเพื่อนำไปสู่การสรุปผลในงานวิจัยต่างๆ ได้อย่างถูกต้องและสามารถขจัดปัญหาความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการสุ่มตัวอย่าง (Sampling Error)

1.2 วัตถุประสงค์

เพื่อกำหนดหลักเกณฑ์เพื่อใช้เป็นแนวทางในการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล

1.3 สมมติฐานการวิจัย

การกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลสามารถกำหนดได้ด้วยพัฒนาวิธีการจากทฤษฎีทางสถิติ

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาเฉพาะแผนการทดลองสุ่มสมบูรณ์ (CRD) ซึ่งได้รับอิทธิพลเชิงสุ่ม (Random-effect) เฉพาะกรณีที่จำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัยเท่ากัน โดยมีตัวแบบดังนี้

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$
 (1.1)

เมื่อ μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมของประชากร
 τ_i คือ ผลกระทบของปัจจัยทดลองที่ i
 ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนของค่าสังเกตที่ j ปัจจัยทดลองที่ i

เมื่อ $i = 1, 2, \dots, a$ $j = 1, 2, \dots, n$

$$Cov(y_{ij}, y_{i'j'}) = \begin{cases} \sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2 & i = i' \text{ และ } j = j' \\ \sigma_\tau^2 & i = i' \text{ และ } j \neq j' \\ 0 & i \neq i' \end{cases}$$

โดย $\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau^2)$

และ $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

σ_τ^2 และ σ_ε^2 คือ พารามิเตอร์องค์ประกอบของความแปรปรวน (Variance Component Parameter) ซึ่งต้องทำการประมาณต่อไป

จากตัวแบบดังสมการ (1.1) สามารถนำมาสร้างตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA Table) ได้ดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 แสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองสุ่มสมบูรณ์เชิงสุ่ม เมื่อจำนวนค่าสังเกตที่ใช้ในแต่ละระดับของปัจจัยมีจำนวนเท่ากัน

สาเหตุของความแปรปรวน	ระดับชั้นของความอิสระ	ผลรวมกำลังสอง	ผลรวมกำลังสองเฉลี่ย	ค่าคาดหวังของผลรวมกำลังสองเฉลี่ย
ปัจจัยทดลอง	a-1	$SSTr = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$	$\frac{SSTr}{a - 1}$	$n \sigma_{\tau}^2 + \sigma_{\epsilon}^2$
ความคลาดเคลื่อน	a(n-1)	$SSE = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$	$\frac{SSE}{a(n-1)}$	σ_{ϵ}^2
รวม	an-1	$SST = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$		

โดยที่

y_{ij}
คือค่าสังเกตที่ j ที่ได้รับปัจจัยในระดับที่ i

$\bar{y}_{i.}$
คือค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตที่ได้รับปัจจัยระดับที่ i

โดยที่

$$\bar{y}_{i.} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij}$$

$\bar{y}_{..}$
คือค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทุกตัวในทุกะดับของปัจจัย

โดยที่

$$\bar{y}_{..} = \frac{1}{an} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}$$

a

จำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง

n

จำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 การกำหนดกรณีศึกษา

เนื่องจากการวิจัยทางสถิติมีเนื้อหาค่อนข้างกว้างขวาง ดังนั้นในการศึกษาเรื่องการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลนี้จะยกเป็นกรณี ศึกษาในเรื่องการประมาณพารามิเตอร์ของแผนการทดลองสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design : CRD) ดังนั้นจึงต้องมีการกำหนดขอบเขตของการศึกษาไว้ด้วยโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

- จำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง (a) 2, 4, 6
- จำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย (n) 2, 4, 6, 8

1.5.2 การกำหนดค่าพารามิเตอร์

- ค่าเฉลี่ยรวม (μ) 40
- ค่าองค์ประกอบความแปรปรวน ซึ่งในที่นี้กำหนดให้ มีความสัมพันธ์ในรูป

$$\frac{\sigma_r^2}{\sigma_e^2} = k$$

โดย กำหนดให้ k เป็น 0.1, 0.5, 0.7, 0.9, 1, 3, 5, 7, 9

และ กำหนด σ_e^2 เป็น 8

นั่นคือ $\sigma_r^2 = k \times \sigma_e^2$

1.5.3 การกำหนดจำนวนกรณีศึกษา

การวิจัยในครั้งนี้สร้างแบบจำลองข้อมูลกรณีต่างๆ ตามที่ระบุไว้ในข้อ 1.5.1 และ 1.5.2 รวมทั้งสิ้น $3 \times 4 \times 10 = 120$ กรณี โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) เขียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้าน 5 รค่า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้วยโปรแกรมภาษา S-PLUS 2000 ซึ่งแต่ละกรณีศึกษา มีการจำลองข้อมูลซ้ำ 20,000 รอบ เพื่อหาว่าควรทำการจำลองข้อมูลจำนวนกี่รอบจึงจะเหมาะสม

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในงานวิจัย

ข้อมูลสมดุล (Balanced Data) หมายถึง ข้อมูลที่มีจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัยเท่ากัน

แผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design: CRD) หมายถึง แผนการทดลองที่หน่วยทดลองเป็นหน่วยที่ได้มาจากการสุ่ม

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1 สามารถนำหลักเกณฑ์ที่พัฒนาจากทฤษฎีทางสถิติเพื่อนำไปกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลได้อย่างเหมาะสม
- 2 เป็นแนวทางในการสร้างหลักเกณฑ์สำหรับการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลแบบใหม่

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่นำมาประยุกต์เพื่อกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล

ทฤษฎีที่นำมาเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลได้ทำการรวบรวมไว้ดังต่อไปนี้

ทฤษฎี 1¹ Law of Large Number

Let $X_1, X_2, X_3, \dots$ be a sequence of independent identically distributed random variables with finite mean μ , There partial sums $S_n = X_1 + X_2 + X_3 \dots + X_n$ satisfy

$$\frac{1}{n} S_n \xrightarrow{D} \mu \quad \text{as } n \rightarrow \infty$$

ทฤษฎี 2² Chebyshev II's W.L.L.N (The Weak Law of Large Number)

ให้ $X_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$ ไม่สัมพันธ์กัน โดยที่ $E(X_i) = \mu_i$ และ $Var(X_i) = \sigma_i^2 < \infty$ และ $\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n^2} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty$ กำหนด $\bar{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_i$ จะได้ว่า $\bar{X}_n \xrightarrow{D} \bar{\mu}_n$ กล่าวคือ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{X}_n - \bar{\mu}_n| \geq \varepsilon) = 0 \quad \forall \varepsilon > 0$$

ทฤษฎี 3³ ทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลาง (Central Limit Theorem ; CLT)

ให้ X_i มีการแจกแจงเหมือนกัน และเป็นอิสระซึ่งกัน ที่มีค่าเฉลี่ย μ ความแปรปรวน σ^2

$i = 1, 2, 3, \dots, n \quad \sigma^2 < \infty$ และกำหนดให้ $\bar{X}_r = \frac{S_r}{r}$ เมื่อ $S_r = \sum_{i=1}^n X_i$ จะได้ว่า

จะได้ว่า

$$Z^* = \frac{S_r - n\mu}{\sqrt{r}\sigma^2} = \frac{\bar{X}_r - \mu}{\sigma/\sqrt{r}} \xrightarrow{D} Z \sim N(0,1) \quad \text{เมื่อ } n \rightarrow \infty$$

¹ Geoffrey Grimmett and David Stirzaker, Probability and Random Process : 194

² วีระพร วีระถาวร, ตัวแบบเชิงเส้นทฤษฎีและการประยุกต์ : 331

³ วีระพร วีระถาวร, การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย : 14

2.2 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน

การศึกษาค้างนี้ กำหนดกรณีศึกษาในเรื่องการเปรียบเทียบวิธีการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomize Design : CRD) เมื่อข้อมูลเป็นแบบสมดุลย์ (Balanced Data) ทำให้ทราบว่า พารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่าคือ σ^2_r และ σ^2_e โดยมีตัวแบบดังนี้

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij} \tag{2.1}$$

โดยที่

$$\tau_i \sim N(0, \sigma^2_r)$$

$$e_{ij} \sim N(0, \sigma^2_e)$$

โดยพบว่าตัวประมาณด้วยวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) เป็นตัวประมาณที่อยู่ในรูปกำลังสองโดยมีคุณสมบัติความไม่เอนเอียง และมีความแปรปรวนต่ำสุดในบรรดาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (Minimum Variance Quadratic Unbiased) ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า

เงื่อนไข

$\frac{a-1}{a} MStr \geq MSE$	$\hat{\sigma}^2_r = \left(\frac{a-1}{a} MStr - MSE \right) / n$	$\hat{\sigma}^2_e = MSE$
$\frac{a-1}{a} MStr < MSE$	$\hat{\sigma}^2_r = 0$	$\hat{\sigma}^2_e = \frac{SST}{an}$

2.3 การกำหนดจำนวนรอบการทำซ้ำ

การกำหนดจำนวนรอบการทำซ้ำที่เหมาะสมโดยเลียนแบบความสัมพันธ์ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรกับ (σ) กับค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวอย่าง ($\bar{S}$) ซึ่งเป็นหลักหนึ่งในการวางแผนภูมิความคุมคุณภาพเพื่อควบคุมการกระจาย ซึ่งได้แสดงวิธีดังกล่าวไว้โดย อติศักดิ์ พงษ์กุลผลศักดิ์ ดังนั้นในที่นี้จึงเป็นการหาความสัมพันธ์ของค่าพารามิเตอร์ (σ_e) กับค่าเฉลี่ยของค่ารากที่สองความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ($\sqrt{MSE}$) นอกจากนี้ยังทราบอีกว่าพารามิเตอร์ σ_e^2 สามารถประมาณได้ด้วยค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) เป็นค่าที่สามารถหาได้จากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA Table) การหาความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถหาได้ ดังนั้นค่าสถิติที่สนใจนำมาเป็นตัวพิจารณาการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลในกรณีศึกษานี้คือ

ค่ารากที่สองความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ($\sqrt{MSE}$)

ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)

ดังนั้นการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลจะพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นของค่าสมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าสถิติ ($\sqrt{MSE}, MSE$) ที่ได้จากการคำนวณจากข้อมูลที่ถูกล้อมรอบขึ้นและ ค่าพารามิเตอร์ ที่สนใจซึ่งในที่นี้คือค่าคาดหวังของค่าสถิตินั่นเอง ($E(\sqrt{MSE}), E(MSE)$) จากทฤษฎีในหัวข้อ 2.3 ทำให้ทราบว่ากรหาค่าความน่าจะเป็นของผลต่างดังกล่าวจำเป็นต้องทราบค่าคาดหวังและความแปรปรวนของค่าสถิตินั้นๆ เพื่อให้ทฤษฎีทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลาง นำมาหาค่าความน่าจะเป็นจากการแจกแจงปกติมาตรฐาน

2.3.1 ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของค่ารากที่สองความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ($E(MSE), V(MSE)$)

สำหรับแผนการสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design : CRD) พบว่าค่าคาดหวังของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ($E(MSE)$) เป็นดังนี้

$$E(MSE) = \sigma_e^2 \quad (2.2)$$

นอกจากนี้ยังทำให้ทราบอีกว่า

$$\frac{f * MSE}{E(MSE)} \sim \chi_f^2 \quad (2.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ f คือ ค่าชั้นแห่งความเป็นอิสระ

จาก สมการ (2.3) และความรู้เรื่องการแจกแจงแบบ ไคส์กำลังสอง (χ_f^2) ทำให้ทราบว่า

$$\begin{aligned} V\left(\frac{f * MSE}{E(MSE)}\right) &= 2f \\ f^2 \times V\left(\frac{MSE}{\sigma_e^2}\right) &= 2f \\ \frac{f^2}{\sigma_e^4} \times V(MSE) &= 2f \\ \therefore V(MSE) &= \frac{2 \times \sigma_e^4}{f} \end{aligned} \quad (2.4)$$

f คือ ค่าชั้นแห่งความเป็นอิสระของผลรวมกำลังสองความความเบี่ยงเบนคือ $a(n-1)$

2.3.2 ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของค่ารากที่สองความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ($E(\sqrt{MSE})$, $V(\sqrt{MSE})$)

จึง โดยเริ่มต้นจากการทราบว่าค่า หวังของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E(MSE) &= \sigma_e^2 && \text{นอกจากนี้ยังทำให้ทราบอีกว่า} \\ \frac{f * MSE}{E(MSE)} &\sim \chi_f^2 && \text{เมื่อ } f \text{ คือ ค่าชั้นแห่งความเป็นอิสระ} \end{aligned}$$

สำหรับการสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design : CRD) มีค่าชั้นแห่งความเป็นอิสระของผลรวมกำลังสองความความเบี่ยงเบนคือ $a(n-1)$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} X &= \frac{a(n-1) * MSE}{\sigma_e^2} \sim \chi_{a(n-1)}^2 \\ \therefore f(x) &= \frac{2^{\frac{-a(n-1)}{2}}}{\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)} * x^{\frac{a(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} \quad x > 0 \end{aligned}$$

ให้ $y = MSE$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาฟังก์ชันความหนาแน่นของ y โดยที่

$$y = \frac{\sigma_e^2}{a(n-1)} x$$

จะได้ว่า

$$x = V(y) = \frac{a(n-1)}{\sigma_e^2} y$$

ดังนั้น

$$V'(y) = \frac{a(n-1)}{\sigma_e^2}$$

$$g(y) = f(v(y))|v'(y)|$$

$$= \frac{2^{\frac{-a(n-1)}{2}}}{\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)} * \left[\frac{a(n-1)}{\sigma_e^2} y \right]^{\frac{a(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{a(n-1)}{2\sigma_e^2} y} \left| \frac{a(n-1)}{\sigma_e^2} \right|$$

$$= \frac{2^{\frac{-a(n-1)}{2}}}{\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)} * \left[\frac{a(n-1)}{\sigma_e^2} \right]^{\frac{a(n-1)}{2}-1} y^{\frac{a(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{a(n-1)}{2\sigma_e^2} y} \left| \frac{a(n-1)}{\sigma_e^2} \right|$$

$$\therefore g(y) = \frac{\left(\frac{1}{2} \left[\frac{a(n-1)}{\sigma_e^2} \right] \right)^{\frac{a(n-1)}{2}}}{\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)} y^{\frac{a(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{a(n-1)}{2\sigma_e^2} y}$$

จากฟังก์ชันความหนาแน่นของ y ทำให้ทราบว่า y มีการแจกแจงแบบแกมมา

โดยที่

$$\alpha = \frac{a(n-1)}{2} \quad \text{และ} \quad \beta = \frac{a(n-1)}{2\sigma_e^2}$$

กรณีต้องการหาค่าคาดหวังของ $\sqrt{MSE}$ โดยการใช้การแปลง (Transformation) ดังนี้

$$\begin{aligned} E(\sqrt{MSE}) &= E(\sqrt{y}) = E(y^{1/2}) = \int_0^{\infty} y^{1/2} g(y) dy \\ &= \int_0^{\infty} y^{1/2} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-\beta y} dy \\ &= \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} y^{\alpha+1/2-1} e^{-\beta y} dy \end{aligned} \quad (2.5)$$

จัดรูปแบบ

โดยให้

$$z = \beta y$$

$$\text{ดังนั้น} \quad y = \frac{z}{\beta}$$

$$dz = \beta dy$$

$$\text{และ} \quad dy = \frac{1}{\beta} dz$$

จาก สมการ (2.5) จะได้ว่า

$$E(y^{1/2}) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} \frac{z}{\beta} \beta^{\alpha+1/2-1} e^{-z} \left(\frac{1}{\beta} \right) dz$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{\beta} \right)^{\alpha+1/2} \int_0^\infty z^{(\alpha+1/2)-1} e^{-z} dz \quad (2.6)$$

จากฟังก์ชันแกมมา (Gamma Function) ทำให้ทราบว่า

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad \text{โดยที่ } \alpha > 0$$

จัดรูปแบบฟังก์ชันแกมมาในสมการ (2.6) จะได้ว่า

$$E(y^{1/2}) = \frac{\beta^{-1/2}}{\Gamma(\alpha)} \left[\Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \right]$$

แทนค่า β และ α

$$\begin{aligned} \therefore E(\sqrt{MSE}) &= E(y^{1/2}) = \frac{\left[\frac{a(n-1)}{2} \right]^{-1/2}}{\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)} \left[\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2} + \frac{1}{2}\right) \right] \\ &= \frac{\left[\frac{a(n-1)}{2} \right]^{-1/2}}{\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)} \left[\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2} + \frac{1}{2}\right) \right] \cdot \sigma_e \end{aligned} \quad (2.7)$$

การหาค่าความแปรปรวน $\sqrt{MSE}$ สามารถทำได้ดังนี้

$$V(\sqrt{MSE}) = E((\sqrt{MSE})^2) - (E(\sqrt{MSE}))^2 \quad (2.8)$$

เนื่องจาก

$$E((\sqrt{MSE})^2) = E(MSE) = \sigma_e^2$$

และ

$$\begin{aligned} (E(\sqrt{MSE}))^2 &= \left[\frac{\left[\frac{a(n-1)}{2} \right]^{-1/2}}{\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)} \left[\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2} + \frac{1}{2}\right) \right] \cdot \sigma_e \right]^2 \\ &= \frac{\left[\frac{a(n-1)}{2} \right]^{-1}}{\left(\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right) \right)^2} \left[\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2} + \frac{1}{2}\right) \right]^2 \cdot \sigma_e^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่า $E((\sqrt{MSE})^2), (E(\sqrt{MSE}))^2$ ใน สมการที่ (2.8)

$$\begin{aligned} \therefore V(\sqrt{MSE}) &= \sigma_e^2 - \frac{\left[\frac{a(n-1)}{2}\right]^{-1}}{\left(\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)\right)^2} \left[\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2} + \frac{1}{2}\right)\right]^2 \cdot \sigma_e^2 \\ &= \left[1 - \frac{\left[\frac{a(n-1)}{2}\right]^{-1}}{\left(\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)\right)^2} \left[\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2} + \frac{1}{2}\right)\right]^2\right] \cdot \sigma_e^2 \end{aligned} \quad (2.10)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

3.1 การพิจารณาจากค่า $\sqrt{MSE}$

ในการหาจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลที่เหมาะสมจะพิจารณาจากความน่าจะเป็นของค่าสมมุติของผลต่างระหว่าง $E(\sqrt{MSE})$ ที่เป็นไปตามทฤษฎีที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.3.2 และค่าเฉลี่ยของ $\sqrt{MSE}$ ที่นำค่า $\sqrt{MSE}$ ในแต่ละรอบของการจำลองข้อมูลซ้ำ เพื่อพิจารณาว่าที่จำนวนรอบที่เท่าไรที่ทำให้ค่าความน่าจะเป็นของผลต่างดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นลงน้อยมากและมีค่าลู่เข้าสู่ ศูนย์ สามารถเขียนได้ในรูป

$$P(|\sqrt{MSE} - E(\sqrt{MSE})| < \varepsilon) \rightarrow 0 \text{ เมื่อ } n \rightarrow \infty$$

นั่นคือ คำนวณค่า

$$P(|Z| < \frac{\sqrt{MSE} - E(\sqrt{MSE})}{\sqrt{V(\sqrt{MSE})}}) = P\left[|Z| < \frac{\sqrt{MSE} - \frac{\left[\frac{a(n-1)}{2}\right]^{-1/2}}{\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)} \left[\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2} + \frac{1}{2}\right)\right] \cdot \sigma_e}{\sqrt{1 - \frac{\left[\frac{a(n-1)}{2}\right]^{-1}}{\left(\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2}\right)\right)^2} \left[\Gamma\left(\frac{a(n-1)}{2} + \frac{1}{2}\right)\right]^2} \cdot \sigma_e^2}}\right]$$

(3.1)

โดยที่

$$\sqrt{MSE} = \frac{\sum_{s=1}^S \sqrt{MSE}}{S}$$

เมื่อ

S คือจำนวนรอบของการทำซ้ำที่ต้องการหา

เนื่องจากในแต่ละกรณีศึกษาจะทราบค่า a, n และ σ_e เพราะเป็นค่าที่ถูกกำหนดในเขตเขตของการวิจัยอยู่แล้ว ทำให้ทราบค่า $E(\sqrt{MSE})$ และ $V(\sqrt{MSE})$ ในกรณีศึกษาดังตารางที่ 3.1 ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จำนวนรอบการทำซ้ำที่เหมาะสม (S) คือจำนวนรอบที่ให้ค่าความน่าจะเป็นในสมการ ที่ (3.1) มีค่าลู่เข้าใกล้ 0 แต่เนื่องจากการศึกษาในครั้งนี้จะแสดงค่าความน่าจะเป็นทางเดียวของ

$$P(|Z| > \frac{\sqrt{MSE} - E(\sqrt{MSE})}{\sqrt{V(\sqrt{MSE})}})$$

ซึ่งมีทิศเครื่องหมายเป็นด้านตรงข้าม ดังนั้นถ้าจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลมากพอและเป็นไปตามทฤษฎีค่าผลการคำนวณค่าความน่าจะเป็นที่แสดงในบทที่ 4 จะต้องมีค่าลู่เข้า 0.5

ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษา ทั้งสิ้น 120 กรณีดังที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ1.5 ขอบเขตของการวิจัยในบทที่ 1 แต่เนื่องจากค่า $E(\sqrt{MSE})$ และ $V(\sqrt{MSE})$ ไม่ขึ้นอยู่กับค่า k ดังนั้นค่า $E(\sqrt{MSE})$ และ $V(\sqrt{MSE})$ ที่ถูกนำมาศึกษาในที่นี้ จึงถูกคำนวณเป็นค่าแตกต่างกัน 12 ค่าดังต่อไปนี้

ตารางที่ 3.1 ค่า $E(\sqrt{MSE})$ และ $V(\sqrt{MSE})$ จำแนกตาม ค่า a และ n

a	n	$E(\sqrt{MSE})$	$V(\sqrt{MSE})$
2	2	2.506628	1.716815
2	4	2.713505	0.636892
2	6	2.758707	0.389538
2	8	2.778410	0.280439
4	2	2.658681	0.931417
4	4	2.770177	0.326117
4	6	2.793306	0.197440
4	8	2.803291	0.141559
6	2	2.713505	0.636892
6	4	2.789435	0.219053
6	6	2.804959	0.132204
6	8	2.811643	0.094665

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การพิจารณาจากค่า MSE

ในการหาจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลที่เหมาะสมจะพิจารณาจากความน่าจะเป็นของ ค่า สมบูรณ์ของผลต่างระหว่าง $E(MSE)$ ที่เป็นไปตามทฤษฎีที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.3.1 และค่าเฉลี่ยของ MSE ที่นำค่า MSE ในแต่ละรอบของการจำลองข้อมูลซ้ำ เพื่อพิจารณาว่าที่จำนวนรอบที่เท่าไรที่ทำให้ ค่าความน่าจะเป็นของผลต่างดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นลงน้อยมากและมีค่าลู่เข้าสู่ ศูนย์ สามารถ เขียนได้ในรูป

$$P(|\overline{MSE} - E(MSE)| < \varepsilon) \rightarrow 0 \text{ เมื่อ } n \rightarrow \infty$$

นั่นคือ คำนวนค่า

$$P(|Z| < \frac{\overline{MSE} - E(MSE)}{\sqrt{V(MSE)}}) = P\left[|Z| < \frac{\overline{MSE} - \sigma_e^2}{\sqrt{\frac{2 \times \sigma_e^4}{a(n-1)}}}\right] \tag{3.2}$$

โดยที่

$$\overline{MSE} = \frac{\sum_{s=1}^S MSE}{S}$$

เมื่อ

S คือจำนวนรอบของการทำซ้ำที่ต้องการหา

ในการทำงานเกี่ยวกับการจำลองข้อมูลจะต้องทราบค่า a, n และ σ_e เพราะเป็นค่าที่ถูกกำหนดในเขต เขตของก๊วยช้อยอยู่แล้ว ทำให้ทราบค่า $E(\sqrt{MSE})$ และ $V(\sqrt{MSE})$ ในกรณีศึกษาดังตารางที่ 3.2 ดังนั้นจำนวนรอบการทำซ้ำที่เหมาะสม (S) คือจำนวนรอบที่ให้ค่าความน่าจะเป็นในสมการ ที่ (3.2) มีค่าลู่ เข้าใกล้ 0 แต่เนื่องจากการศึกษาในครั้งนี้จะแสดงค่าความน่าจะเป็นทางเดียวของ

$$P(|Z| > \frac{\overline{MSE} - E(MSE)}{\sqrt{V(MSE)}}) \text{ ซึ่งมีทิศเครื่องหมายเป็นด้านตรงข้ามดังนั้นถ้าจำนวนรอบของการ$$

จำลองข้อมูลมากพอและเป็นไปตามทฤษฎีค่าผลการคำนวณค่าความน่าจะเป็นที่แสดงในบทที่ 4 จะต้อง มี ค่าลู่เข้า 0.5

โดยมีค่า $E(MSE)$ และ $V(MSE)$ ดังตารางที่ 3.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.2 ค่า $E(\sqrt{MSE})$ และ $V(\sqrt{MSE})$ จำแนกตาม ค่า a และ n

a	n	$E(\sqrt{MSE})$	$V(\sqrt{MSE})$
2	2	8	64.000000
2	4	8	21.333333
2	6	8	12.800000
2	8	8	9.142857
4	2	8	32.000000
4	4	8	10.666667
4	6	8	6.400000
4	8	8	4.571429
6	2	8	21.333333
6	4	8	7.111111
6	6	8	4.266667
6	8	8	3.047619

84053

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในบทนี้จะทำการสรุปเปรียบเทียบการหาค่าความน่าจะเป็น ประกอบด้วย 2 วิธีดังนี้

1. การหาค่าความน่าจะเป็นของค่าสมมุติของผลต่างระหว่าง $E(\sqrt{MSE})$ และค่าเฉลี่ยของ $\sqrt{MSE}$ ที่คำนวณในแต่ละรอบของการจำลองข้อมูลซ้ำ

$$P(|Z| > \frac{\sqrt{MSE} - E(\sqrt{MSE})}{V(\sqrt{MSE})})$$

โดยที่

$$\sqrt{MSE} = \frac{\sum_{s=1}^S \sqrt{MSE}}{S}$$

2. การหาค่าความน่าจะเป็นของค่าสมมุติของผลต่างระหว่าง $E(MSE)$ และค่าเฉลี่ยของ MSE ที่คำนวณในแต่ละรอบของการจำลองข้อมูลซ้ำ

$$P(|Z| > \frac{\overline{MSE} - E(MSE)}{V(MSE)})$$

โดยที่

$$\overline{MSE} = \frac{\sum_{s=1}^S MSE}{S}$$

ทำการจำลองข้อมูลทั้งสิ้น 20,000 รอบ ในแต่ละรอบของการจำลองข้อมูลจะต้องนำข้อมูลชุดดังกล่าวมาคำนวณค่าทั้ง 2 วิธีข้างต้น จากนั้นนำค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณที่ได้มาสร้างกราฟโดยแบ่งเป็นกรณีย่อย 120 กรณี แสดงการกระจายของค่าความน่าจะเป็นดังกล่าวในรูปที่ 4.1 – 4.12 ซึ่งในที่นี้จะทำการสรุปผลโดยพิจารณาจากลักษณะของกราฟดังกล่าวได้ผลดังนี้

4.1 ความแตกต่างระหว่างค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณด้วยวิธี $\sqrt{MSE}$ และ MSE

ในกรณี $n=2$ ไม่ว่า $a=2, 4$, หรือ 6 สำหรับทุกค่า k พบว่าค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณด้วยวิธี $\sqrt{MSE}$ และ MSE ให้ค่าแตกต่างกันมากกว่าในกรณีอื่น โดยจะสังเกตได้จากรูปที่ 4.1, 4.5 และ 4.9 พบว่าเส้นกราฟของทั้ง 2 เส้นไม่ทับกันพอดีโดยเฉพาะอย่างยิ่งระหว่าง 5,000 รอบแรก แต่เมื่อจำนวนรอบเพิ่มขึ้นพบว่าเส้นกราฟทั้ง 2 ไม่แตกต่างกัน (โดยเฉพาะอย่างยิ่งตั้งแต่ 10,000 รอบสุดท้าย)

4.2 ลักษณะการกระจายของค่าความน่าจะเป็นของทั้ง 2 วิธี

จากการพิจารณารูปแบบการกระจายของค่าความน่าจะเป็นของทั้ง 2 วิธี ในทุกกรณีศึกษา มีลักษณะรูปแบบการกระจายแบบเดียวกัน พบว่า

- ค่าความน่าจะเป็นลู่เข้าสู่ 0.5 เมื่อจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล (S) เพิ่มขึ้น แสดงว่า

$$\text{ความแตกต่างระหว่าง } \sqrt{MSE} = \frac{\sum_{s=1}^S \sqrt{MSE}}{S} \quad \text{และ} \quad E(\sqrt{MSE}) \text{ ลู่เข้าสู่ } 0$$

$$\text{และ ความแตกต่างระหว่าง } MSE = \frac{\sum_{s=1}^S MSE}{S} \quad \text{และ} \quad E(MSE) \text{ ลู่เข้าสู่ } 0 \text{ ด้วย}$$

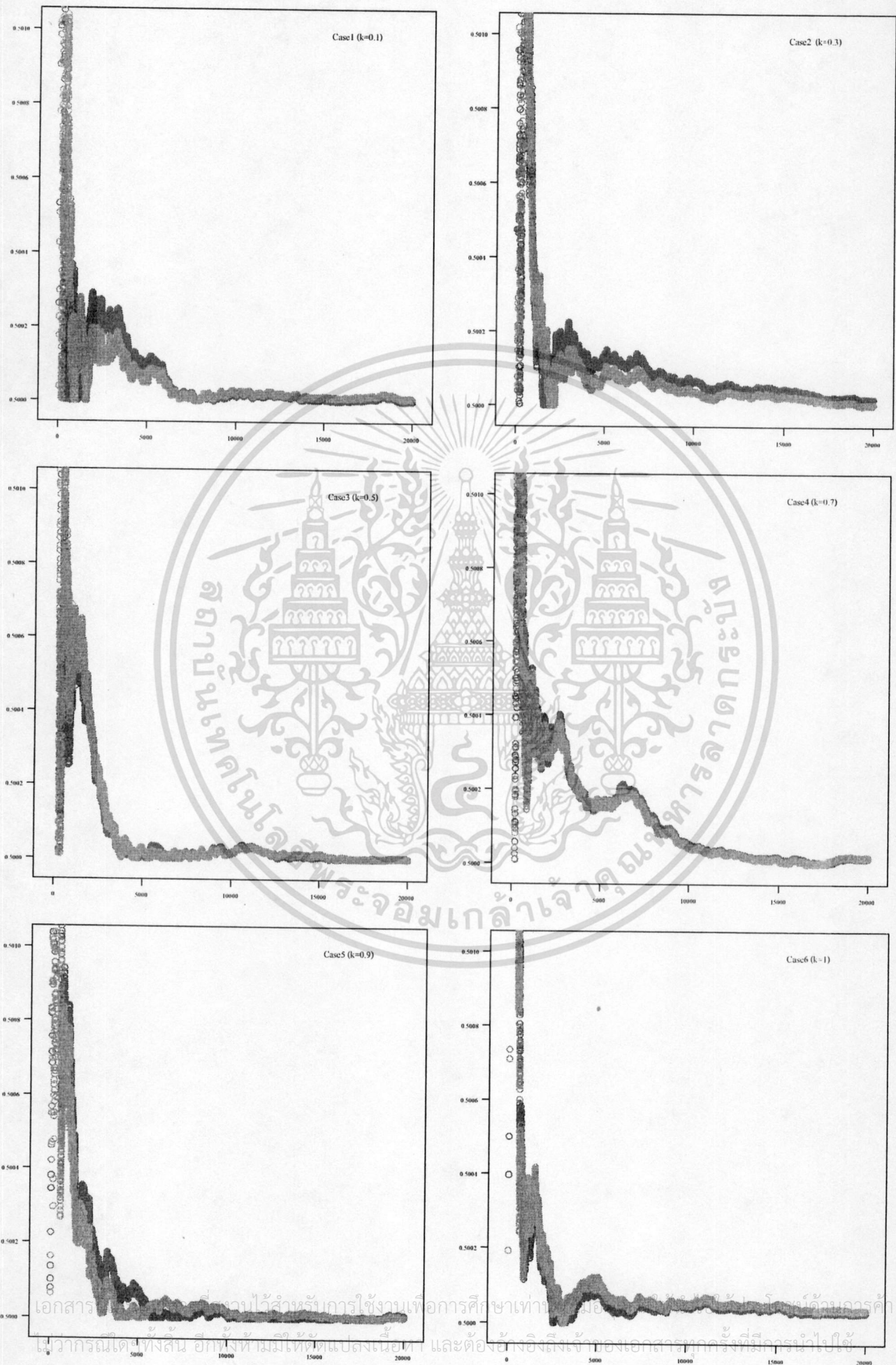
เช่นกัน

- ในช่วง 5,000 รอบแรก พบว่า ค่าความน่าจะเป็นของทั้ง 2 วิธีมีค่าแกว่งมาก และมีพิสัยมากด้วยเช่นกัน
- ในช่วง 5,001 – 10,000 รอบ พบว่า ค่าความน่าจะเป็นลู่สู่ 0.5 แต่ยังมีค่าแกว่งอยู่ โดยจะสังเกตได้ว่าเส้นกราฟ มีลักษณะขึ้นๆ ลงๆ ในพิสัยที่น้อยลงเพื่อเทียบกับช่วงแรก
- ในช่วง 10,001 – 15,000 รอบ พบว่า ค่าความน่าจะเป็นยังคงลู่เข้าสู่ 0.5 โดยมีการแกว่งที่น้อยลงอีก โดยสังเกตได้จากกราฟที่มีลักษณะขึ้นๆ ลงๆ ในช่วงแคบๆ คล้ายการลากเส้นที่เส้นที่เกือบจะเป็นเส้นตรง
- ในช่วง 15,001 – 20,000 รอบ พบว่าเป็นช่วงที่แทบไม่สามารถสังเกตการแกว่งของค่าความน่าจะเป็นได้เลย โดยสังเกตได้จากเส้นกราฟเป็นเส้นที่เรียบมากเกือบเป็นเส้นตรง

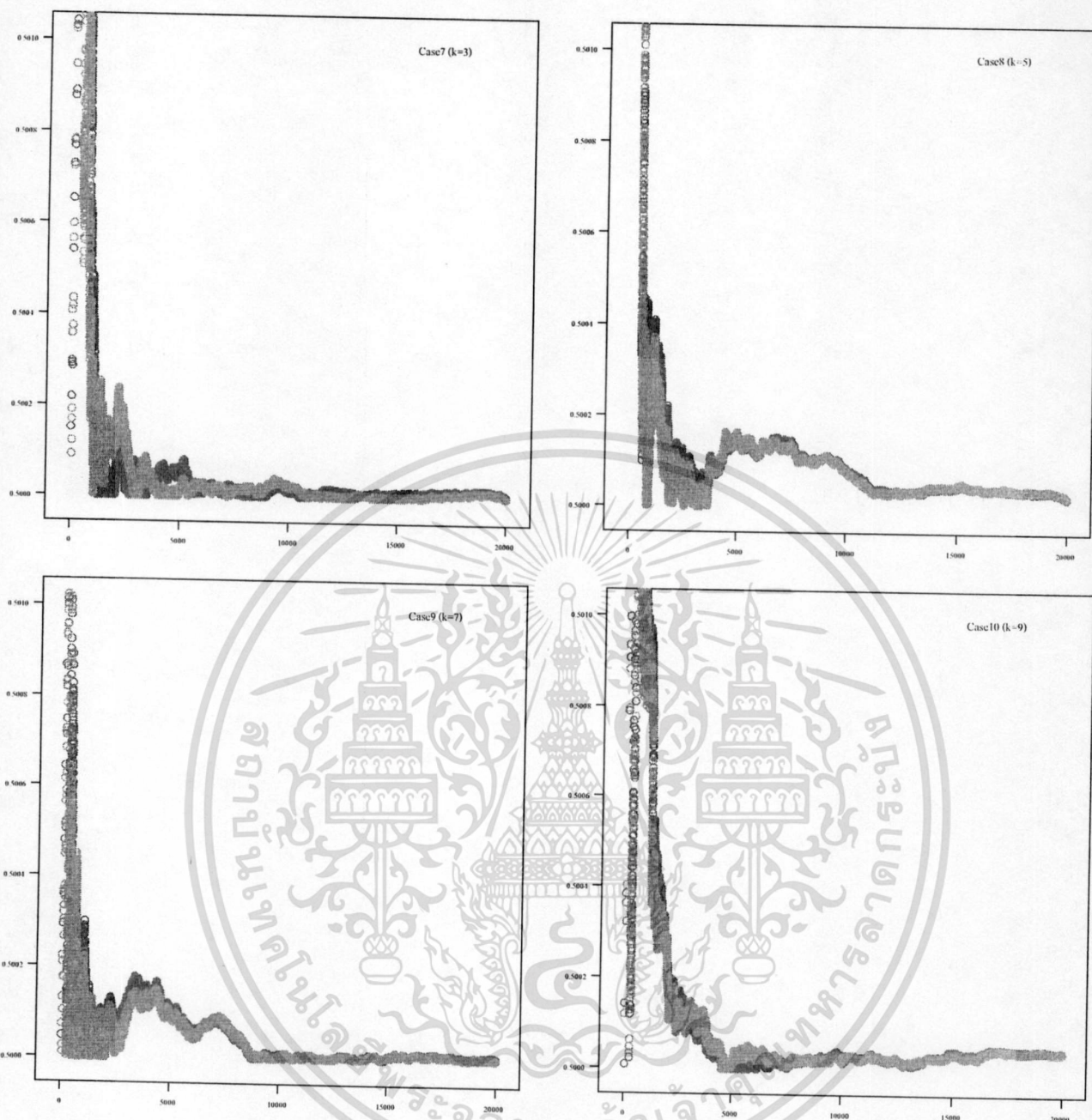
บริเวณใกล้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารทบทวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.1 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=2$ $n=2$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารตัวอย่างสำหรับการใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำไปใช้เพื่อการค้าหรือการเผยแพร่ในที่สาธารณะได้ หากมีข้อผิดพลาดประการใดขออภัยเป็นอย่างสูงและต้องขออภัยเป็นอย่างสูงจากใจจริง



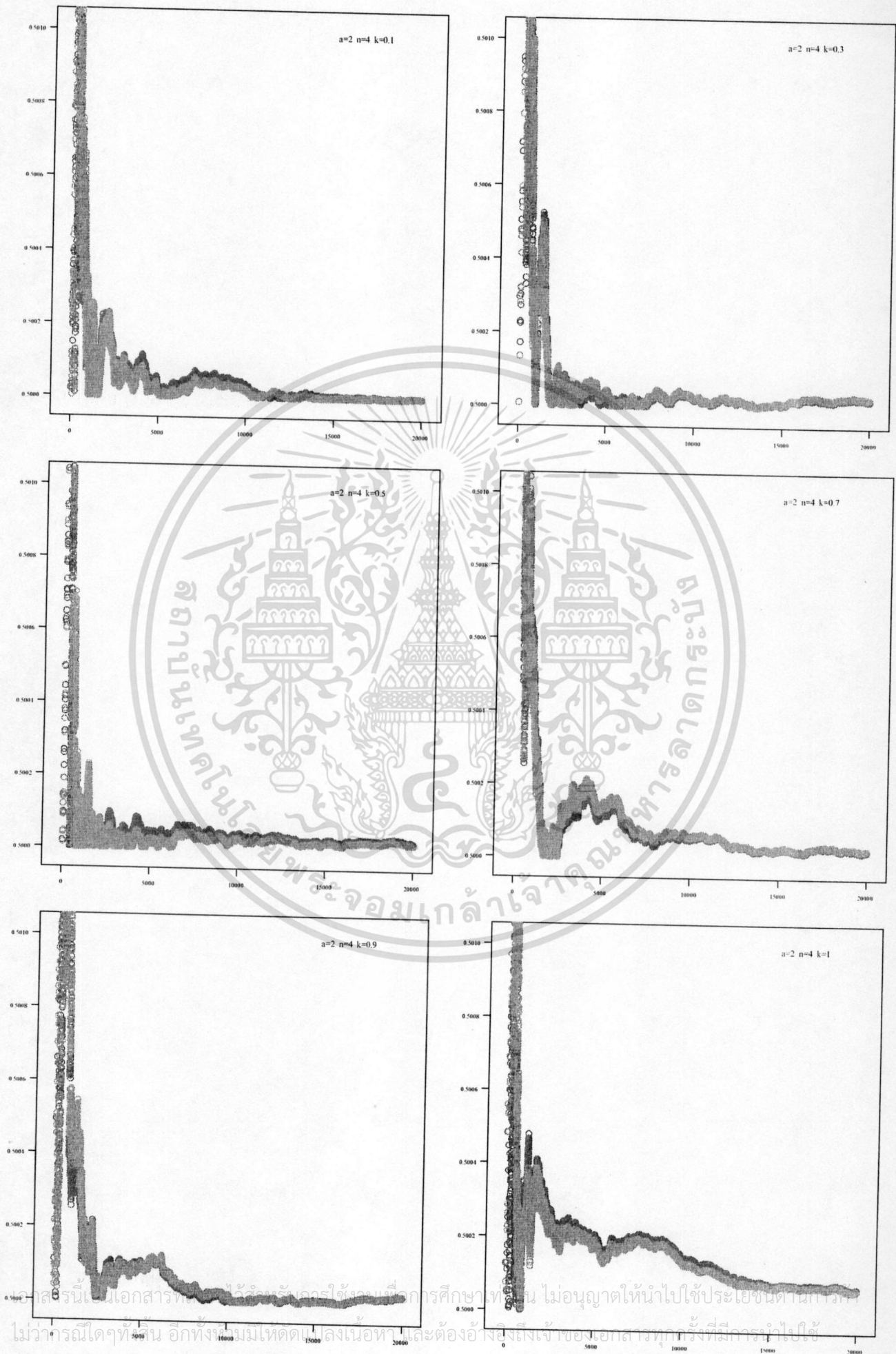
หมายเหตุ

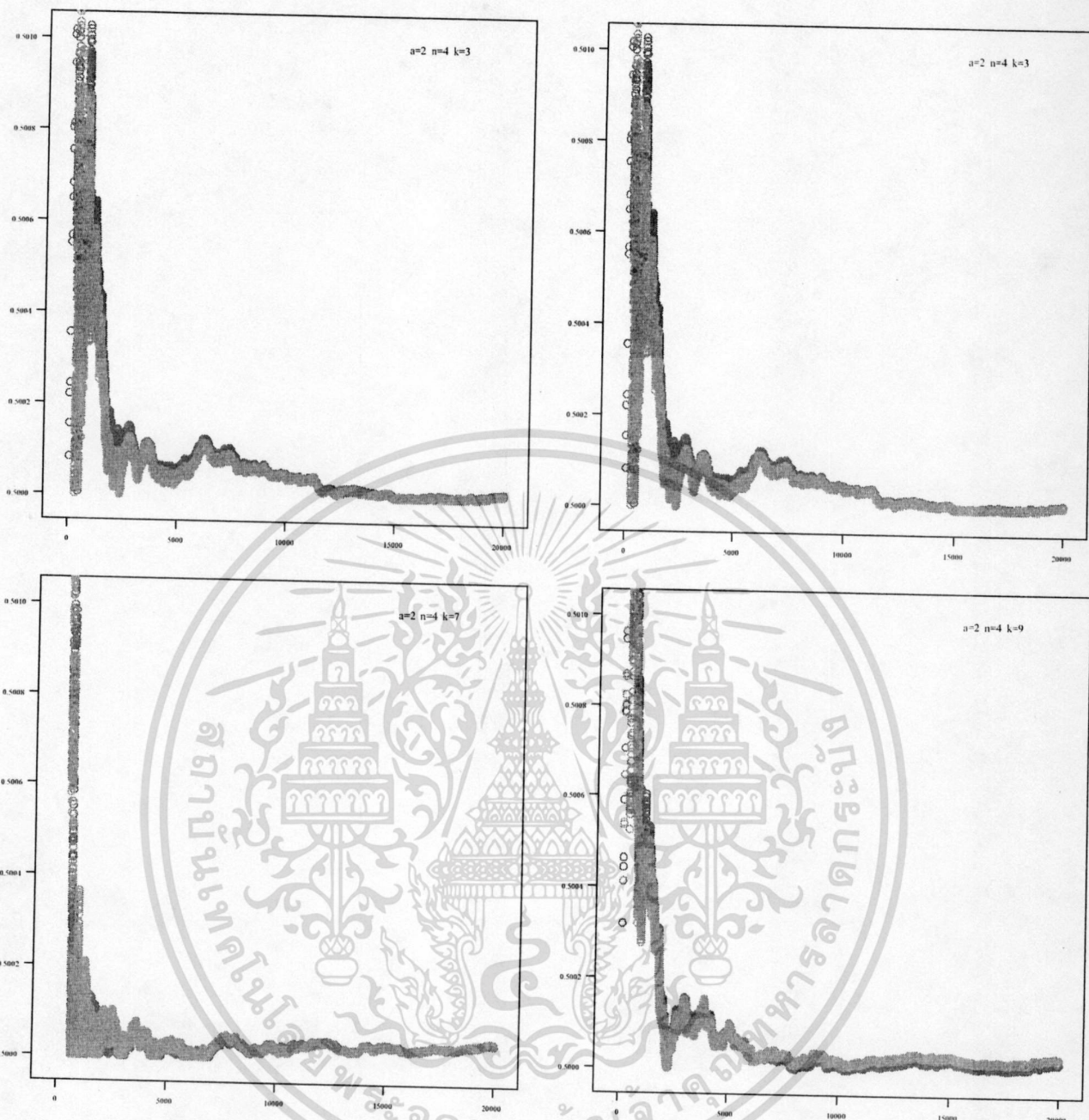
○ RMSE

● MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.2 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=2$ $n=4$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k





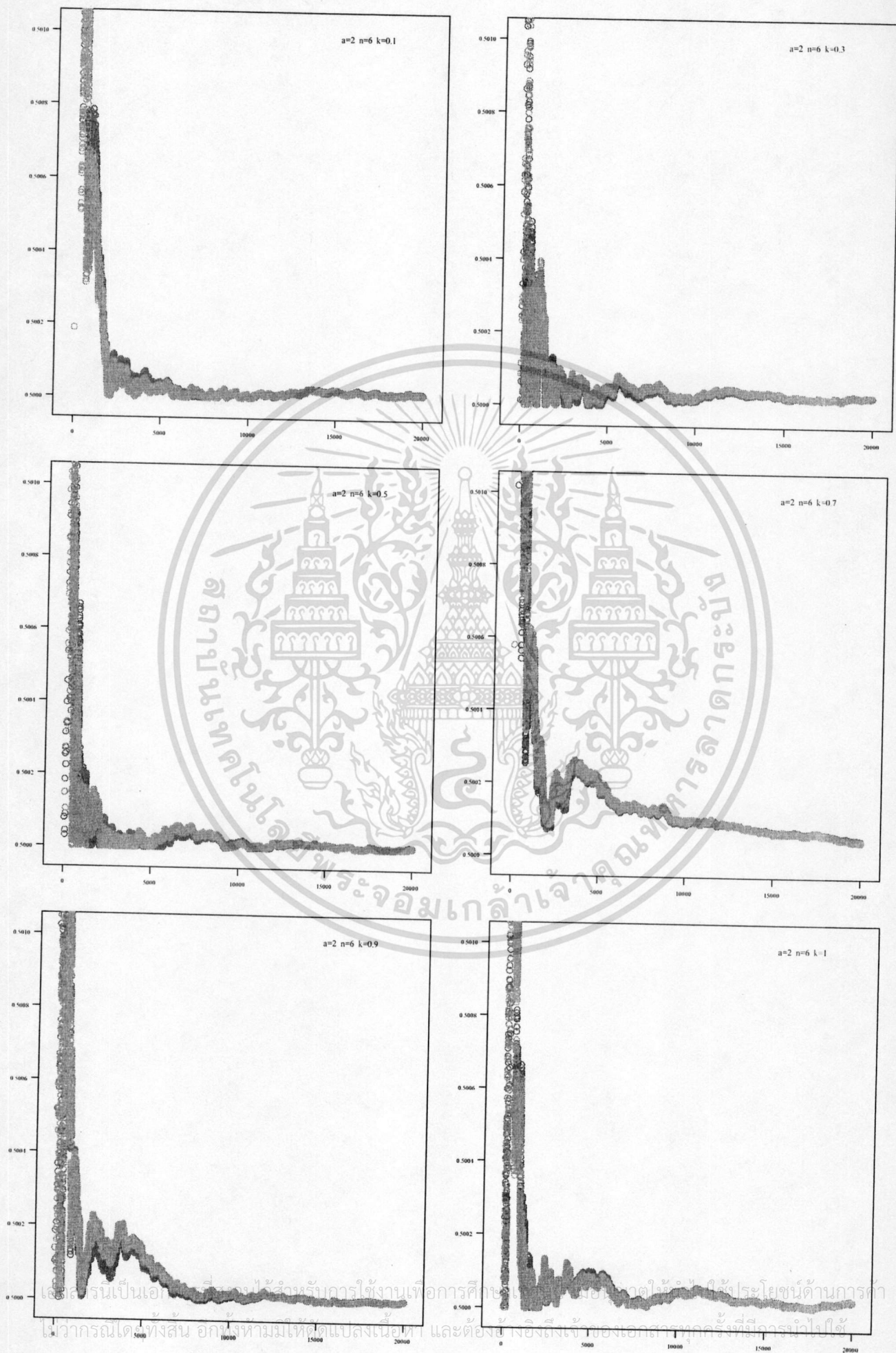
หมายเหตุ

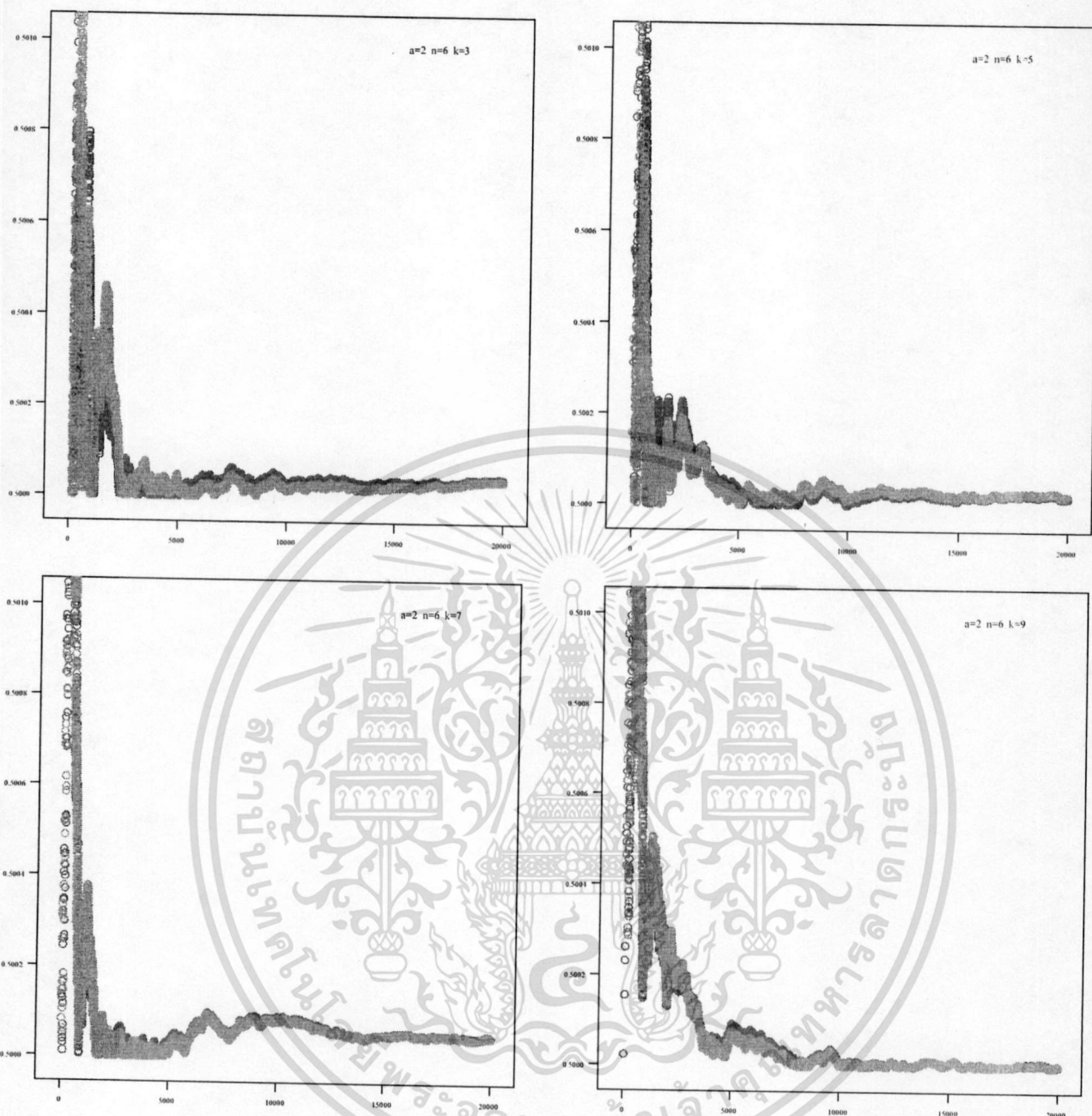
● RMSE

○ MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.3 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=2$ $n=6$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k





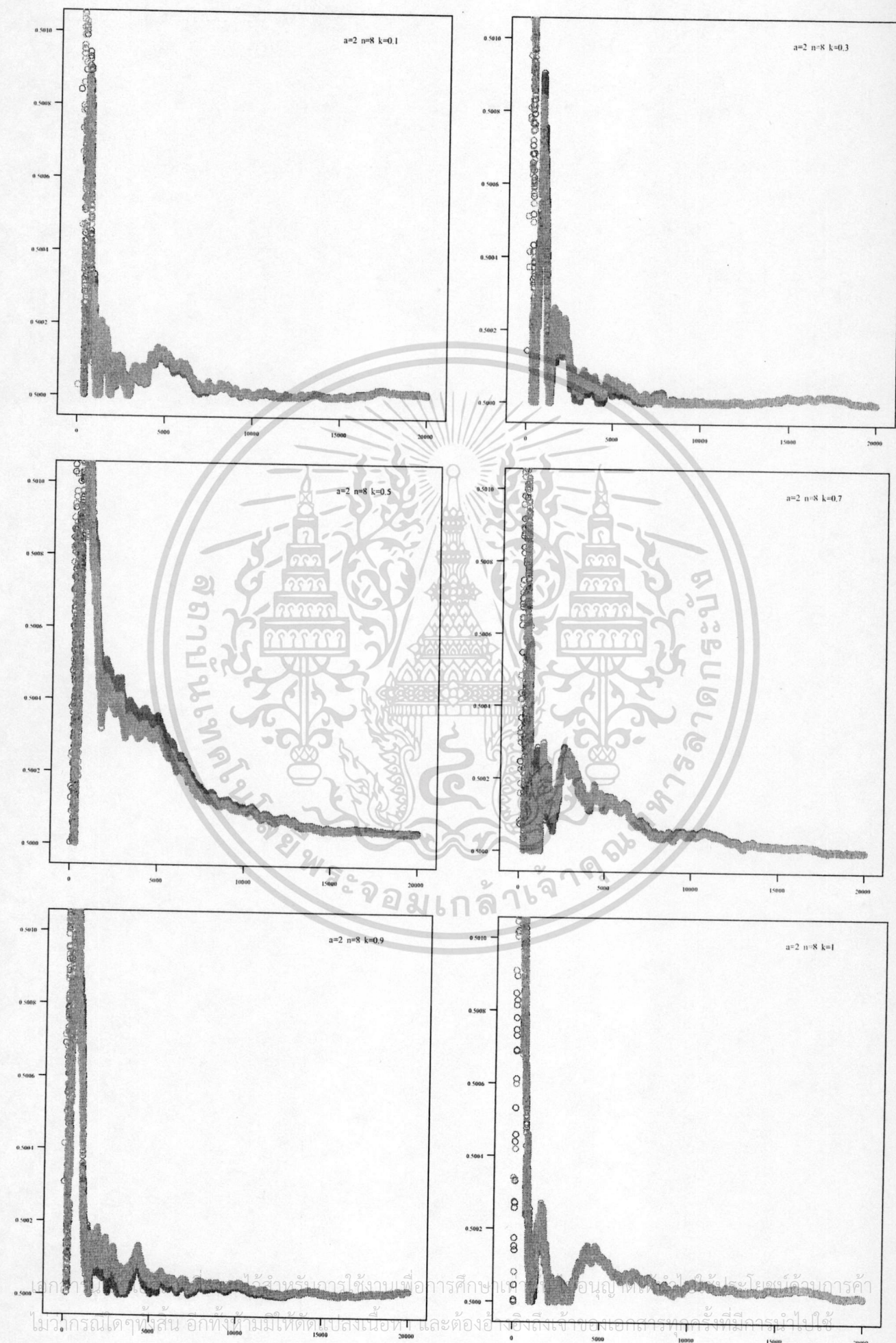
หมายเหตุ

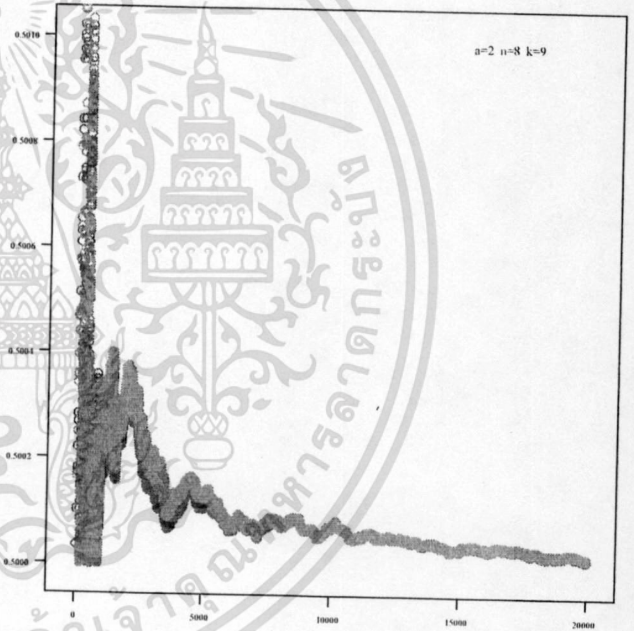
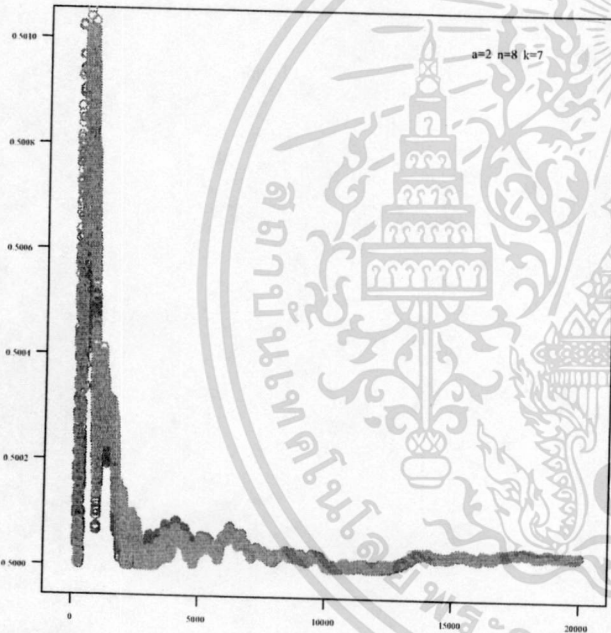
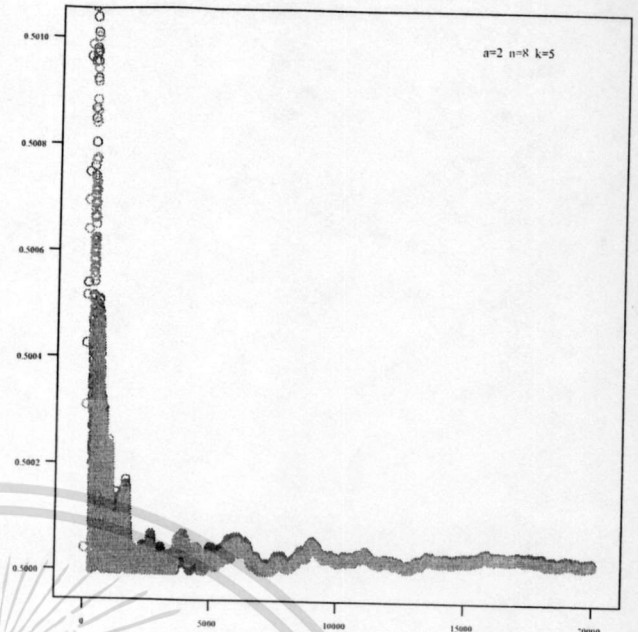
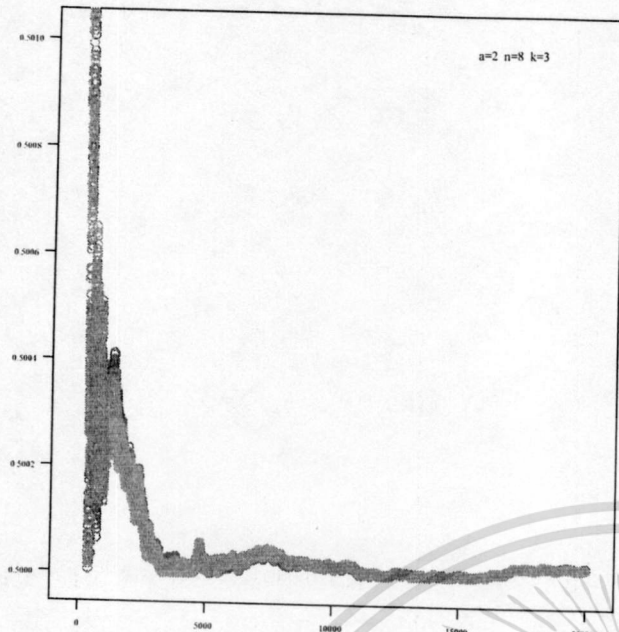
○ RMSE

○ MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.4 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=2$ $n=8$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k





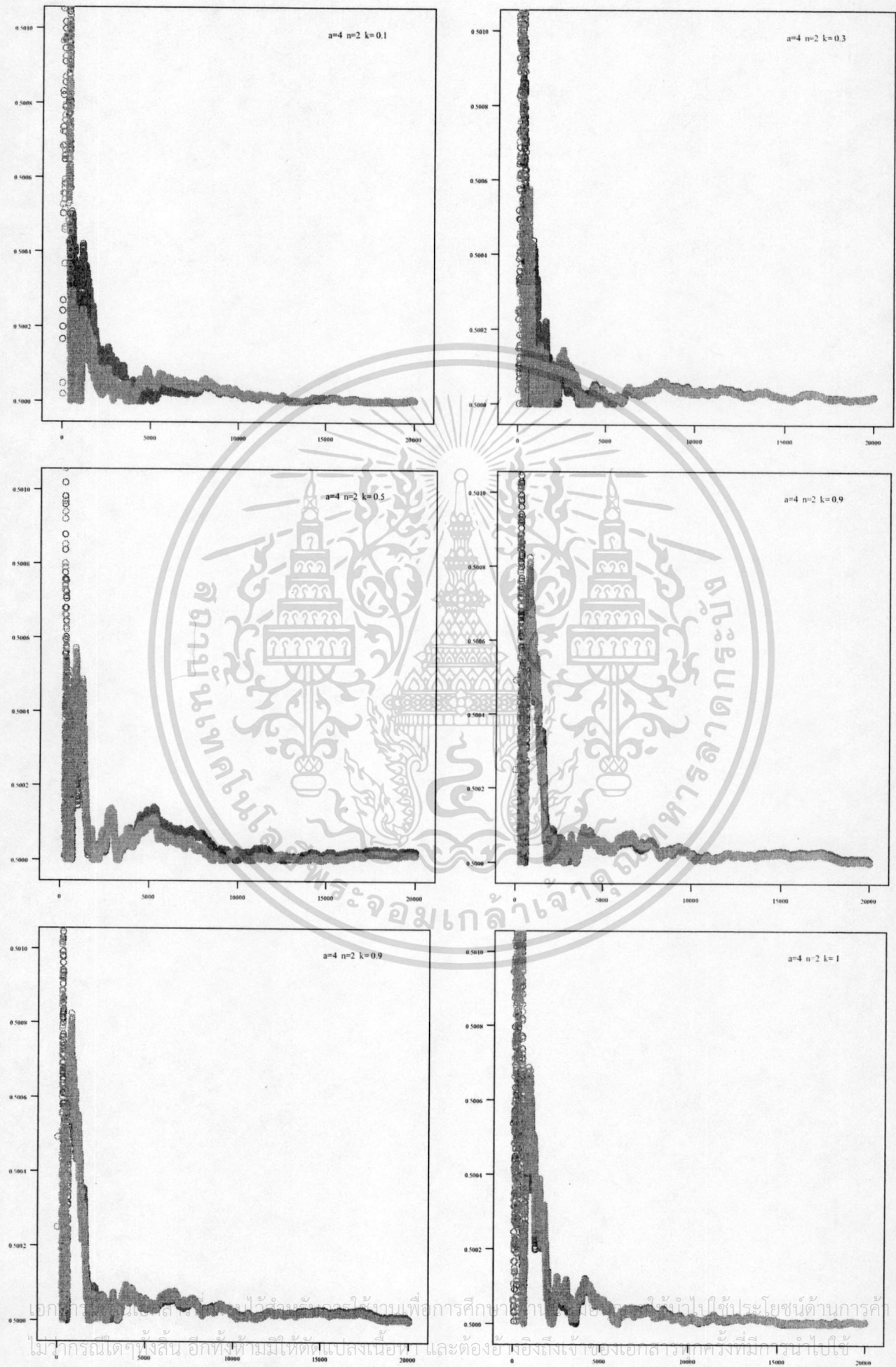
หมายเหตุ

● RMSE

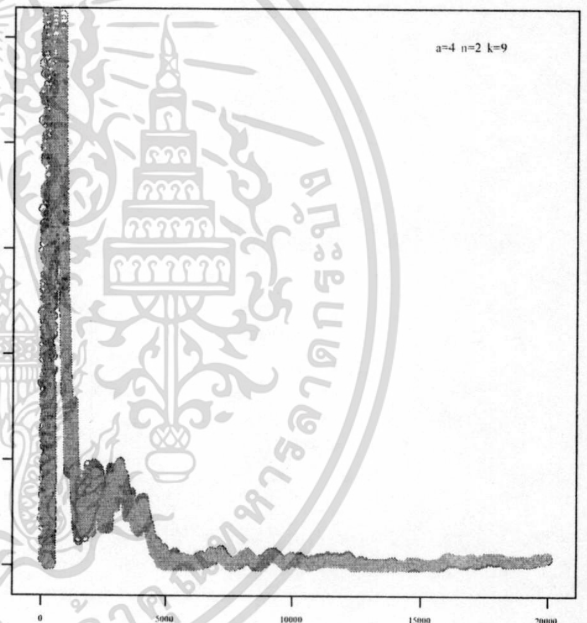
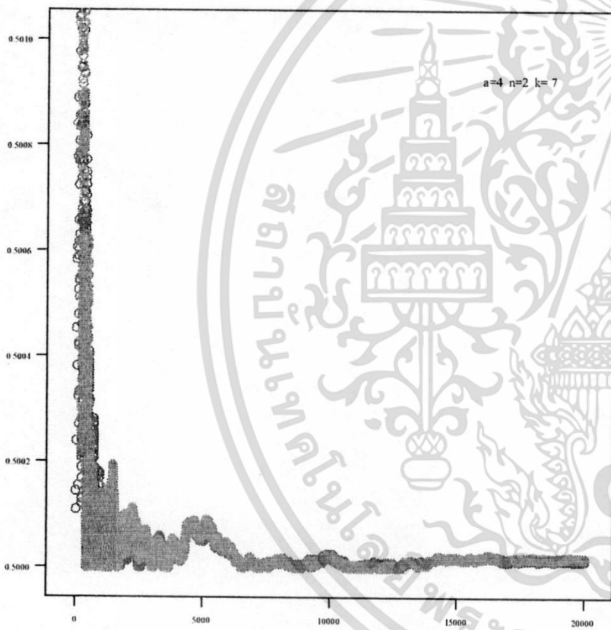
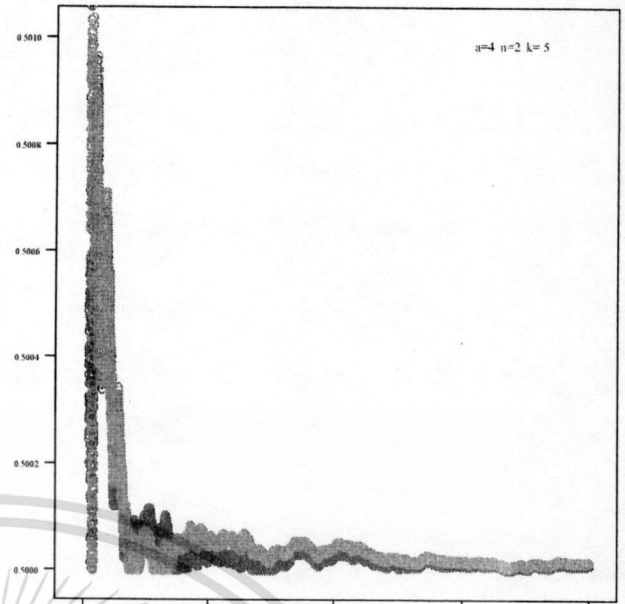
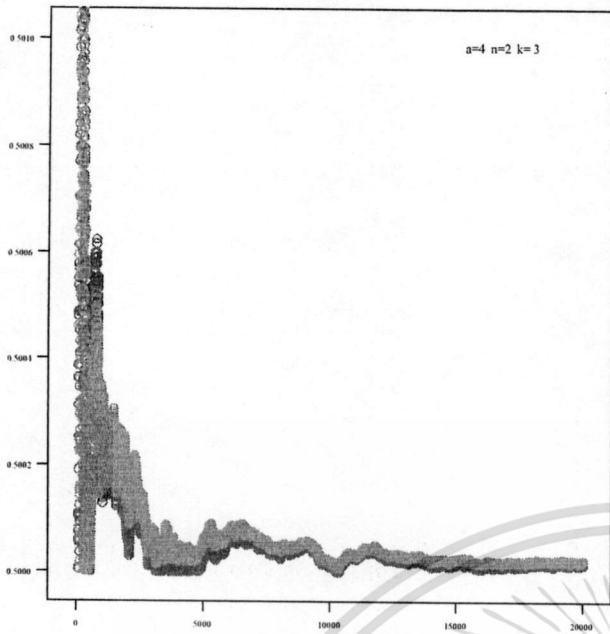
○ MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.5 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=4$ $n=2$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ควรเผยแพร่ในที่สาธารณะ หากมีเหตุให้ต้องเปลี่ยนแปลงเนื้อหา กรุณาแจ้งเจ้าของเอกสารที่จัดทำขึ้น



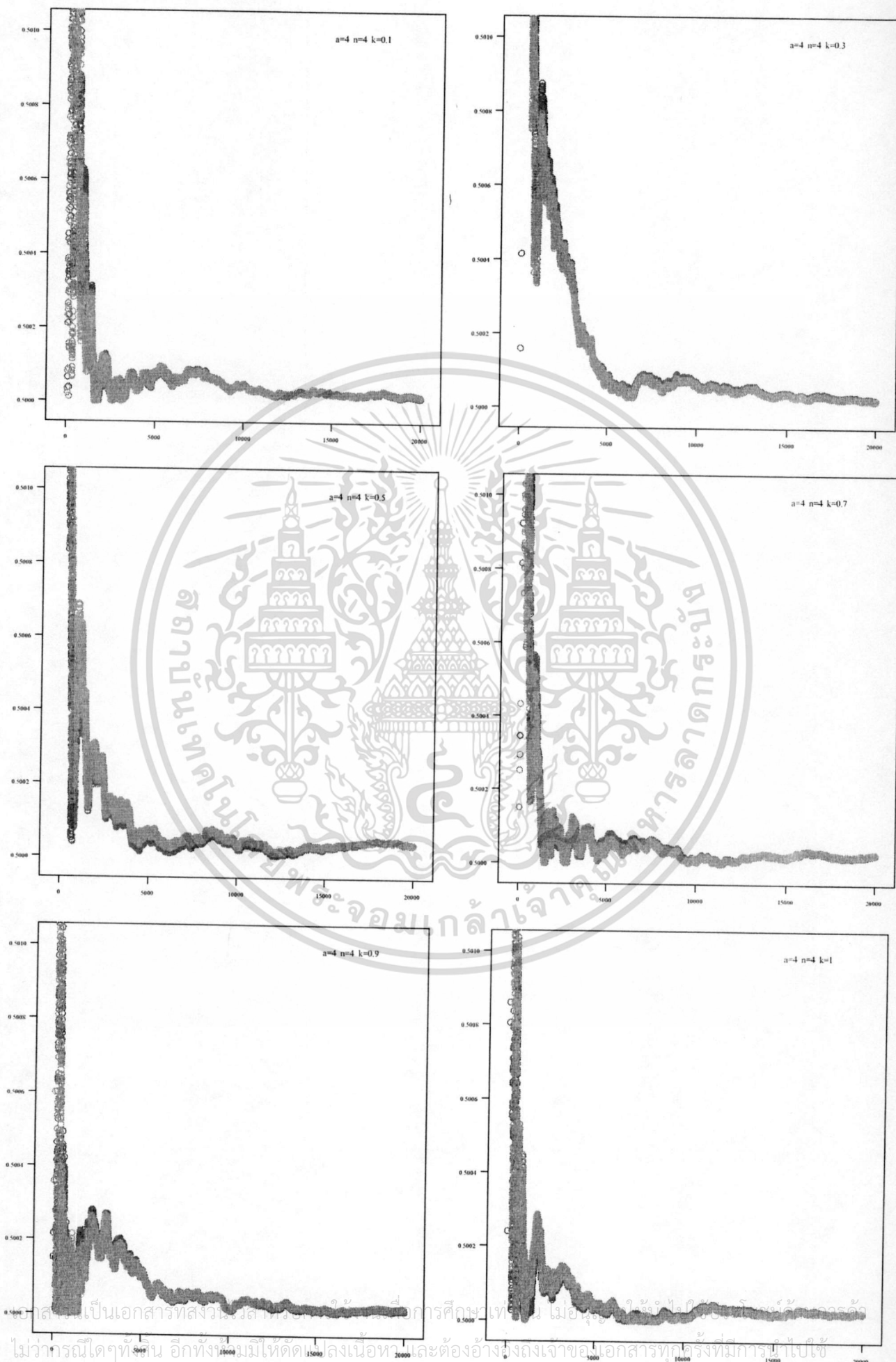
หมายเหตุ

● RMSE

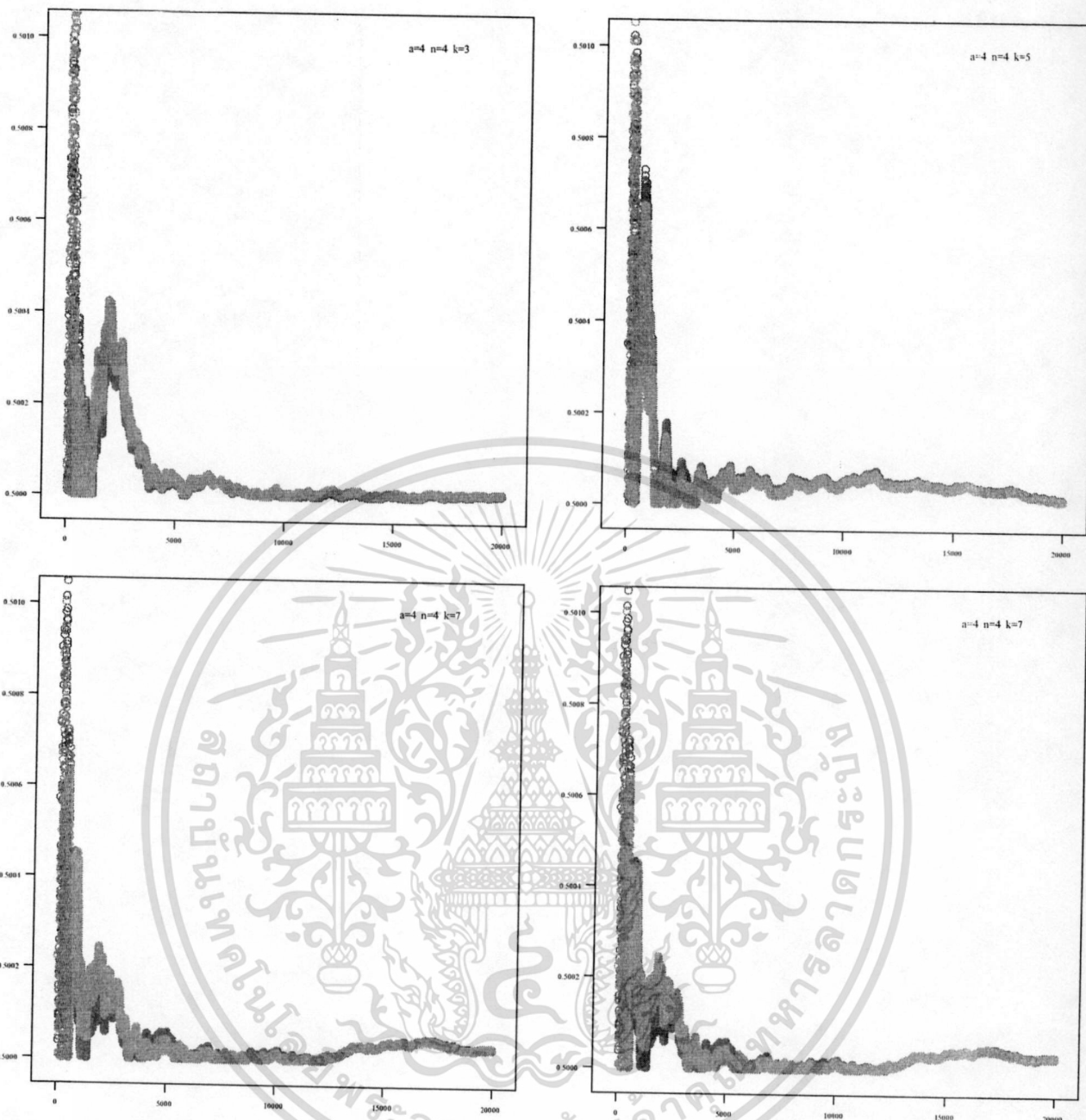
○ MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.6 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=4$ $n=4$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่ควรเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทางมหาวิทยาลัย

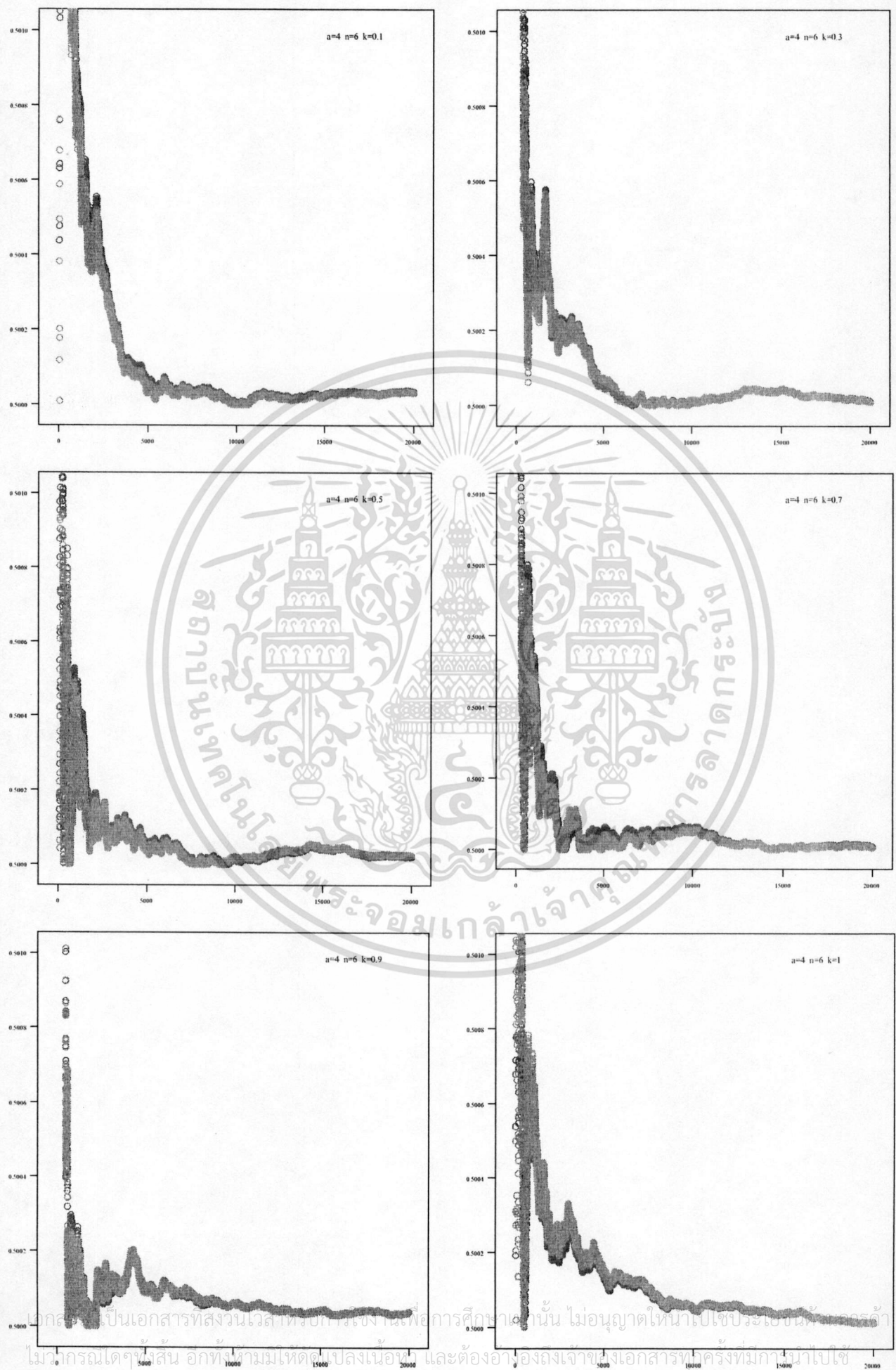


หมายเหตุ

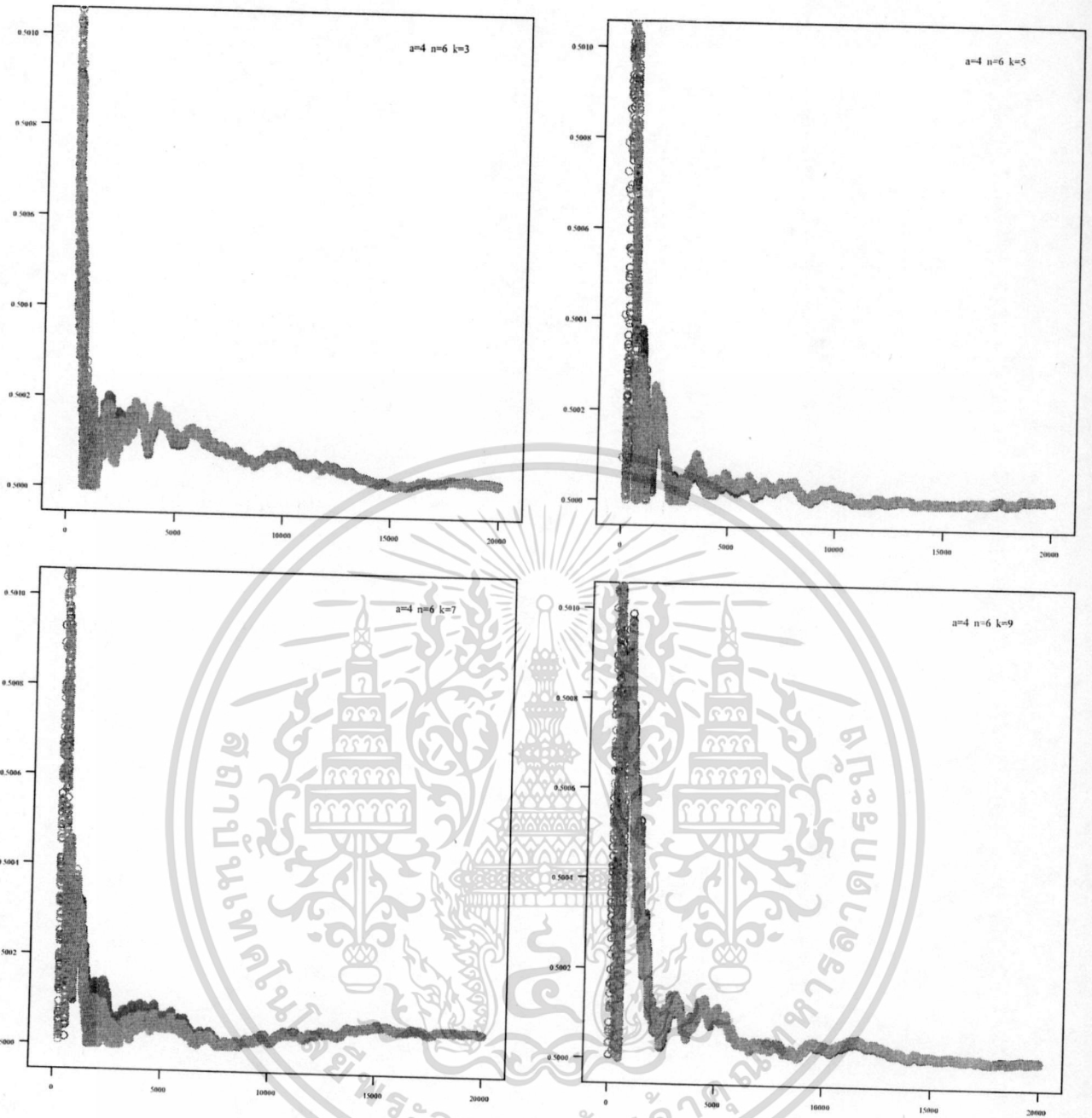
- RMSE
- MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.7 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=4$ $n=6$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารทบทวนเวลาสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางธุรกิจ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ลงบนสื่อออนไลน์ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งหากนำไปใช้

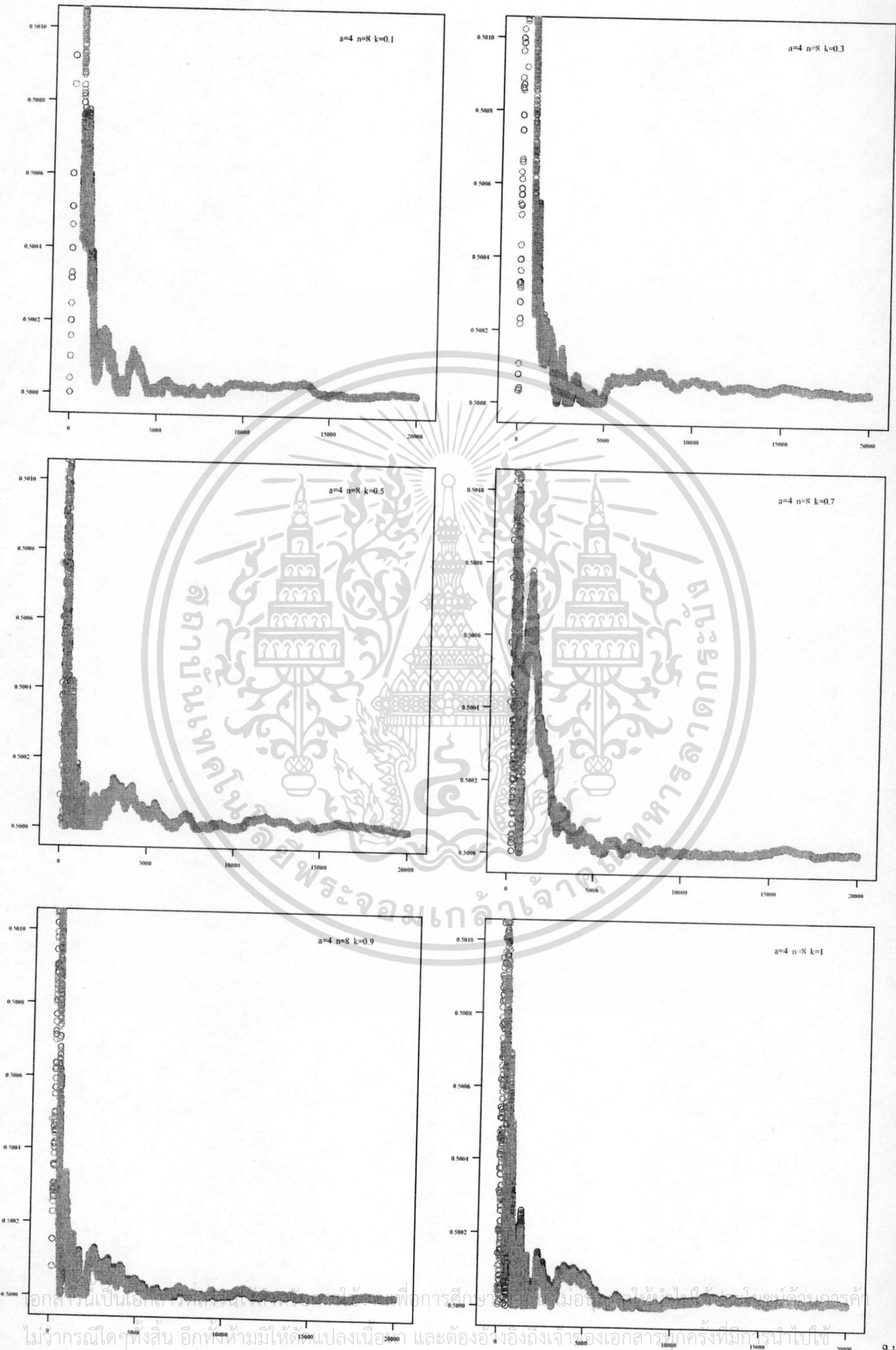


หมายเหตุ

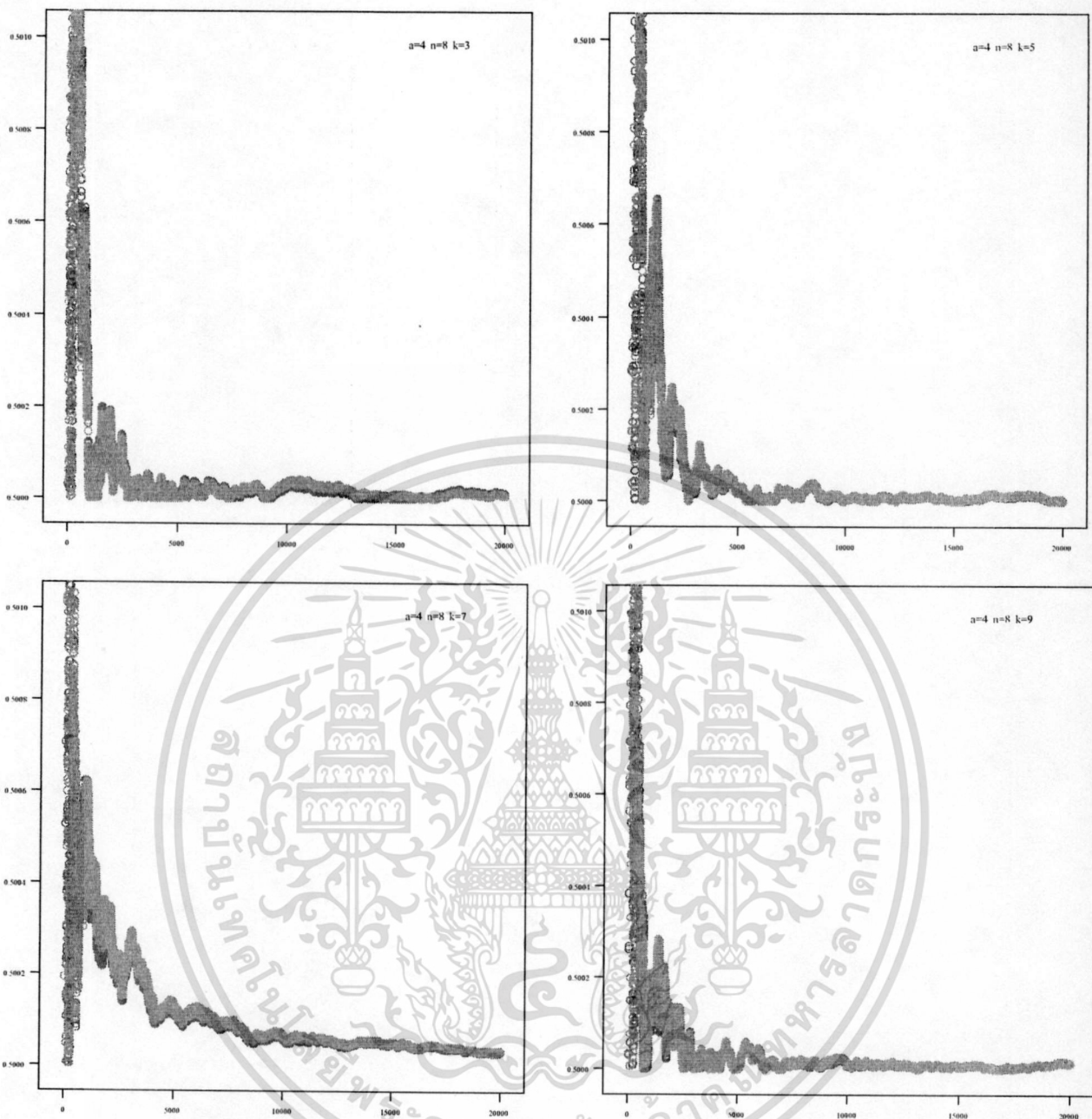
- RMSE
- MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.8 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=4$ $n=8$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารของศูนย์ส่งเสริมการเรียนรู้เพื่อการศึกษาและพัฒนาระบบงานของสำนักงานส่งเสริมการศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย (กศน.) ไม่สามารถนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากศูนย์ส่งเสริมการเรียนรู้เพื่อการศึกษาและพัฒนาระบบงานของสำนักงานส่งเสริมการศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย (กศน.)



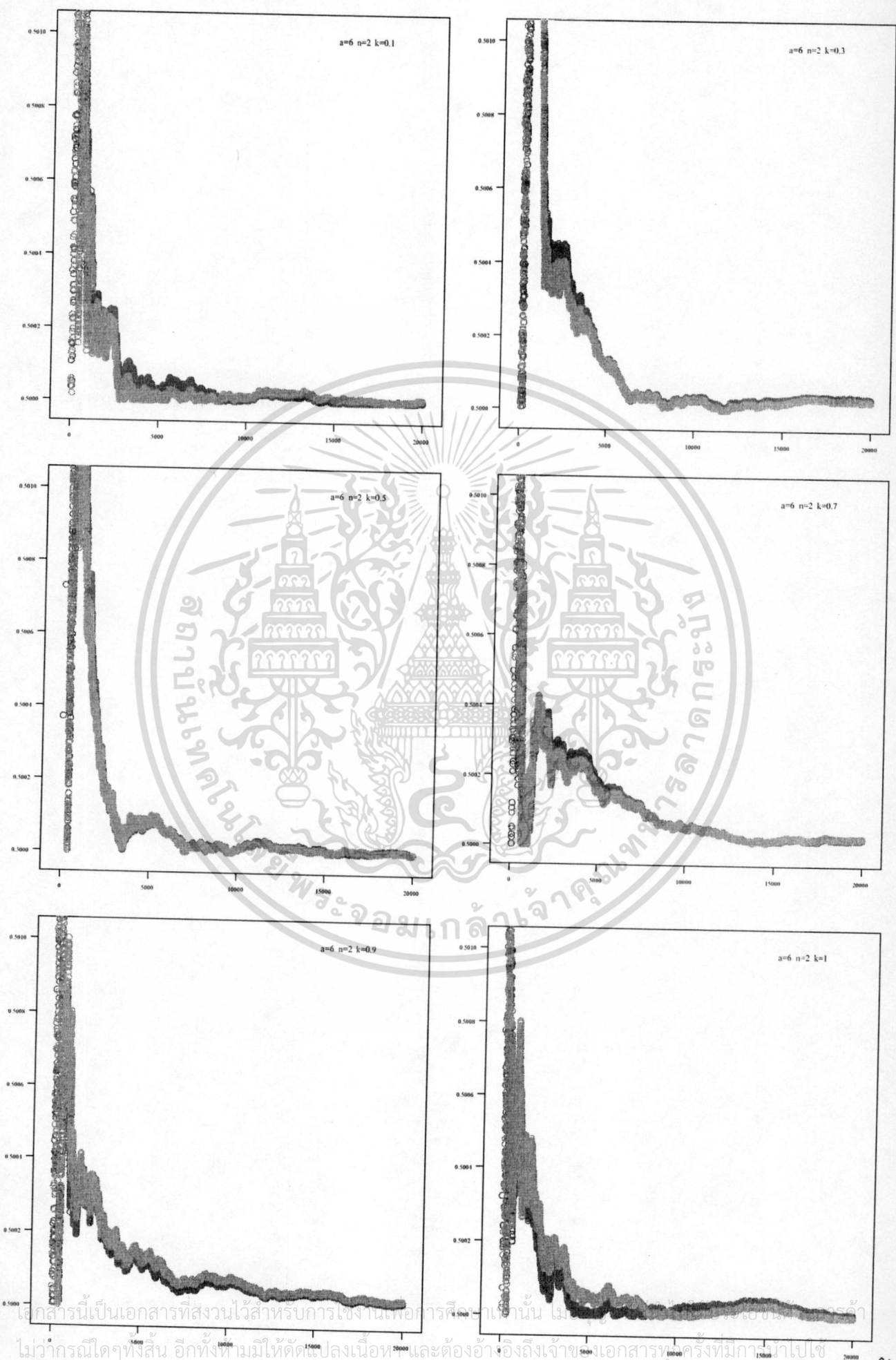
หมายเหตุ

● RMSE

○ MSE

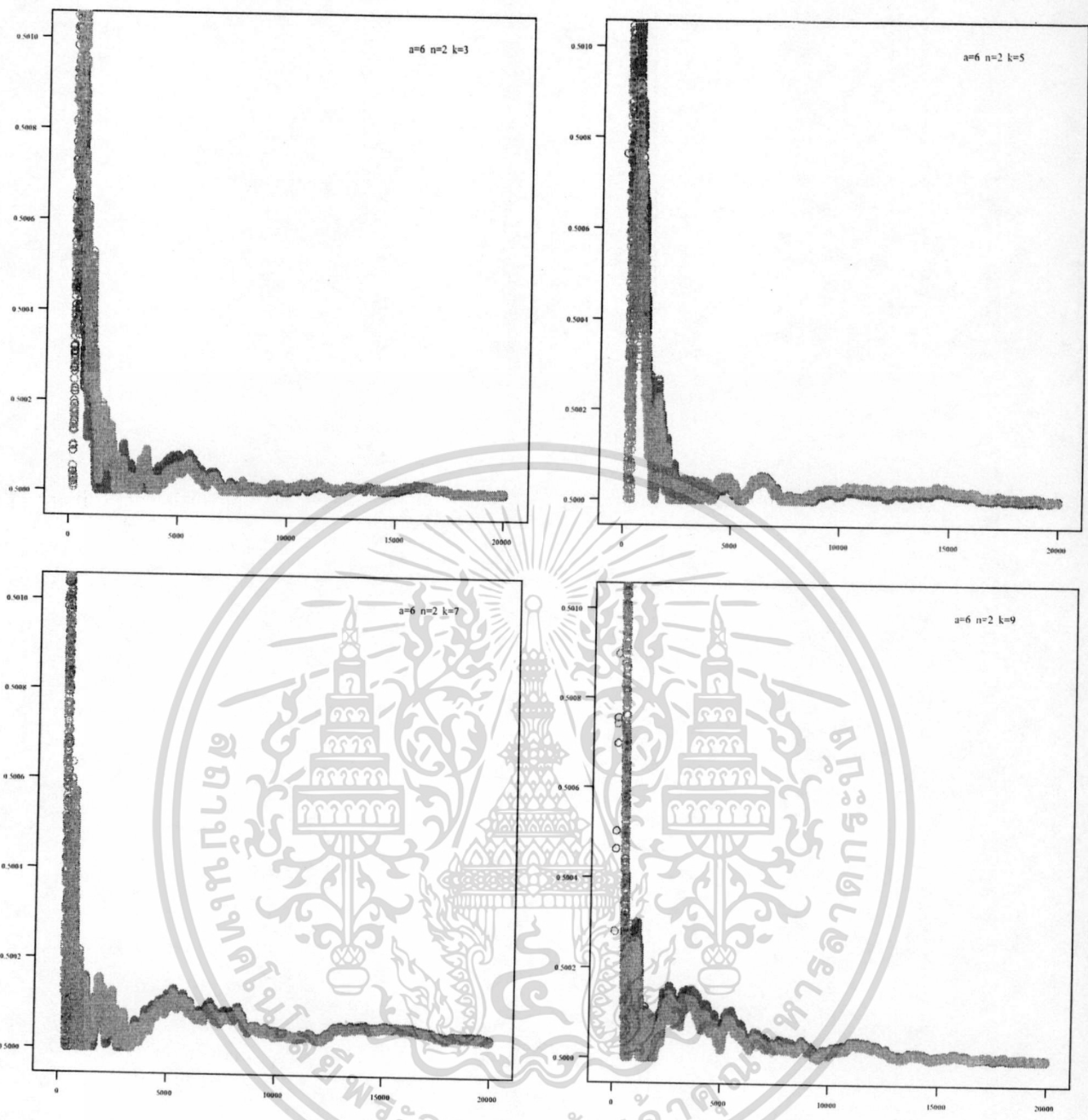
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.9 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=6$ $n=2$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่หรือใช้เพื่อวัตถุประสงค์อื่นได้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสาร

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

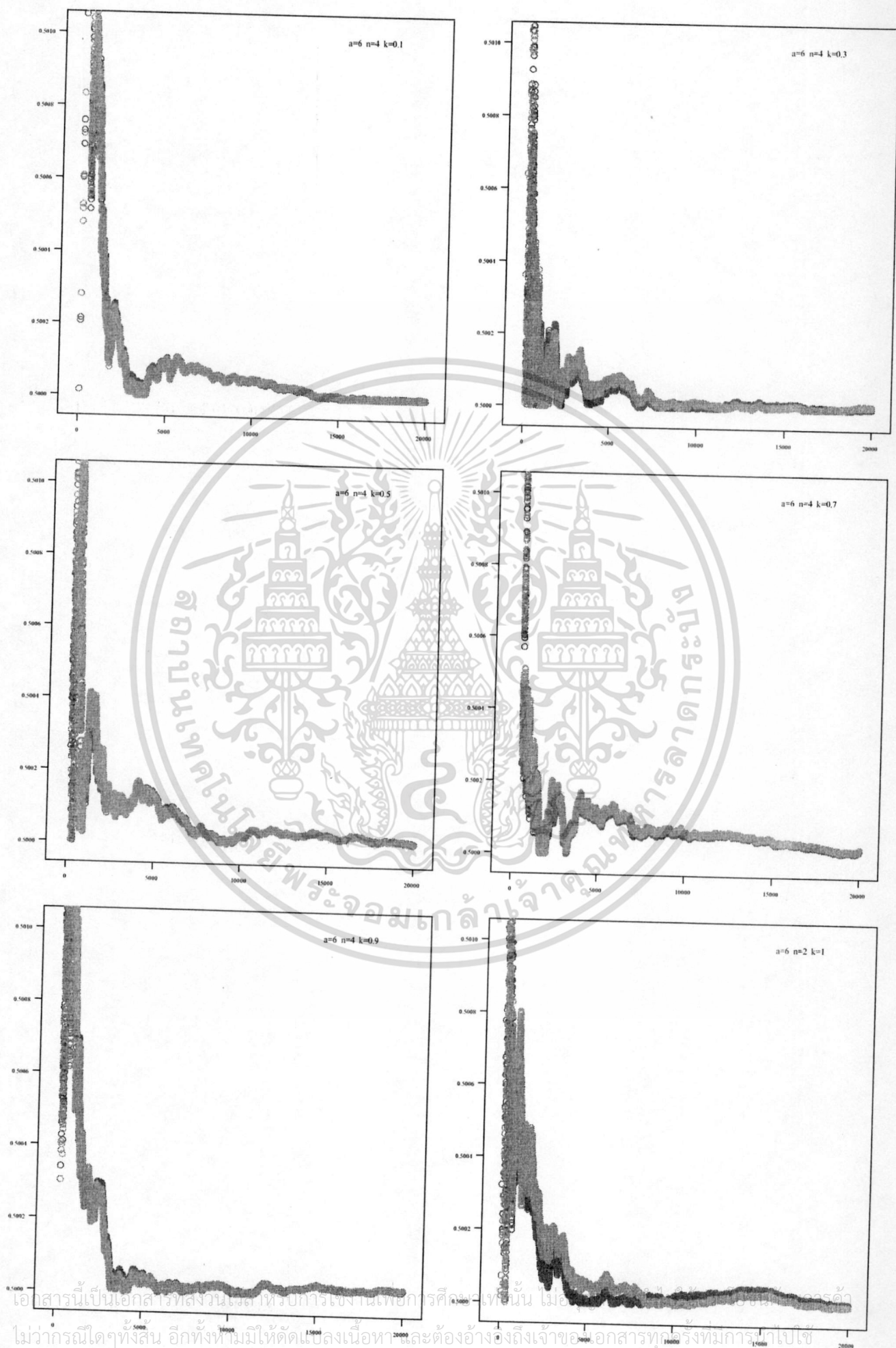


หมายเหตุ

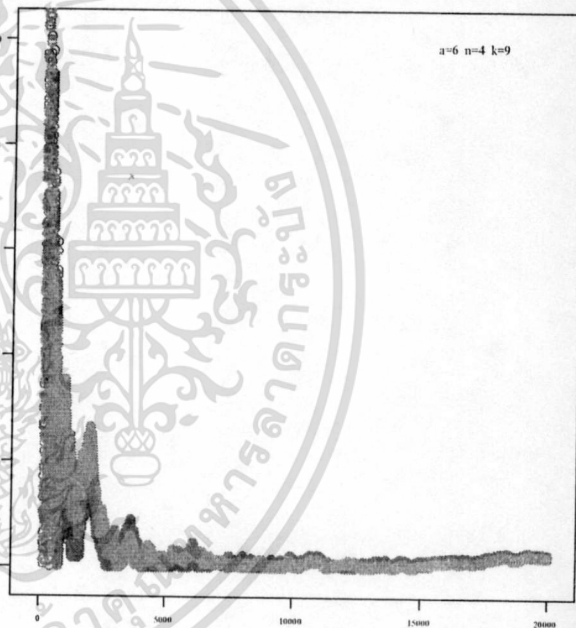
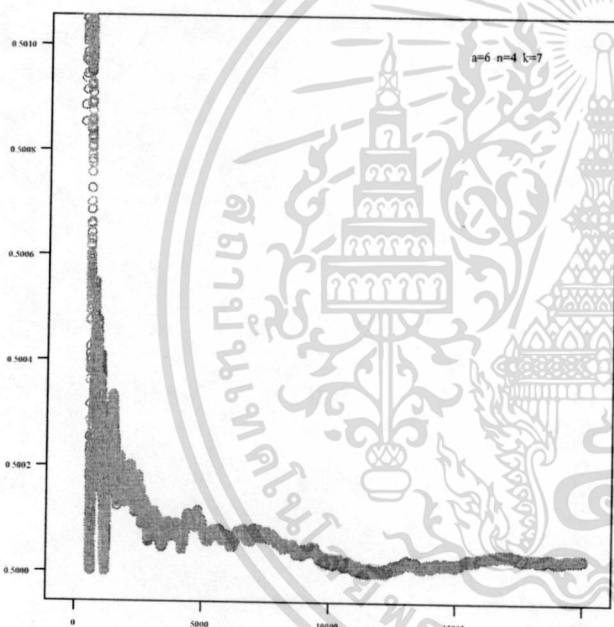
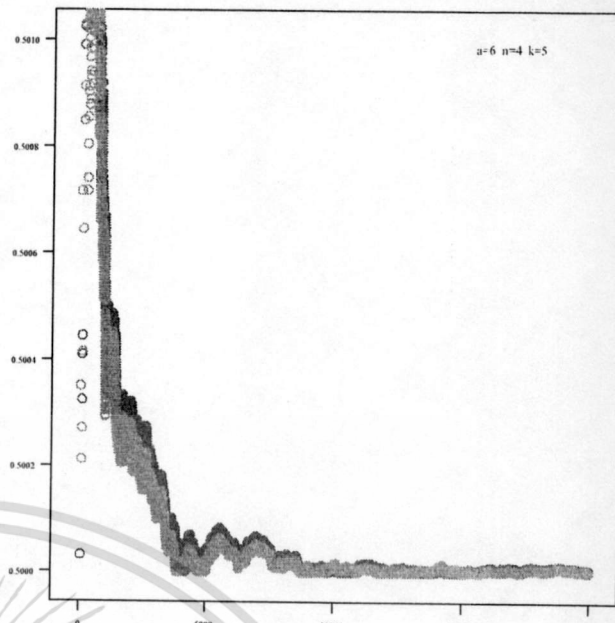
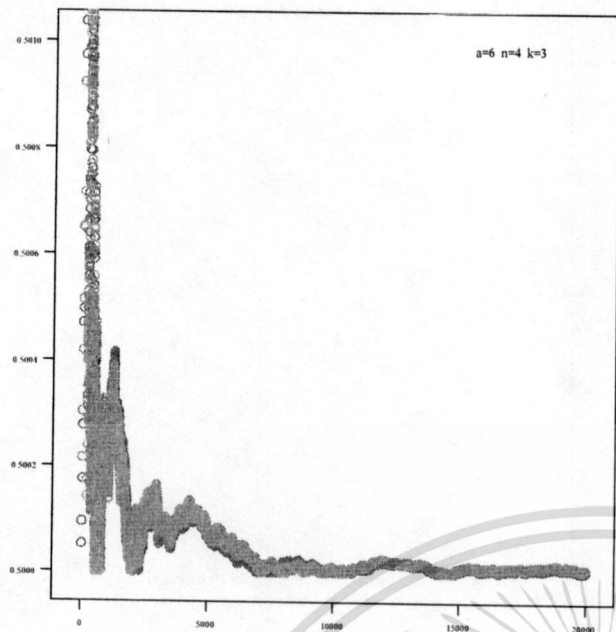
- RMSE
- MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.10 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=6$ $n=4$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถเผยแพร่หรือจำหน่ายโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

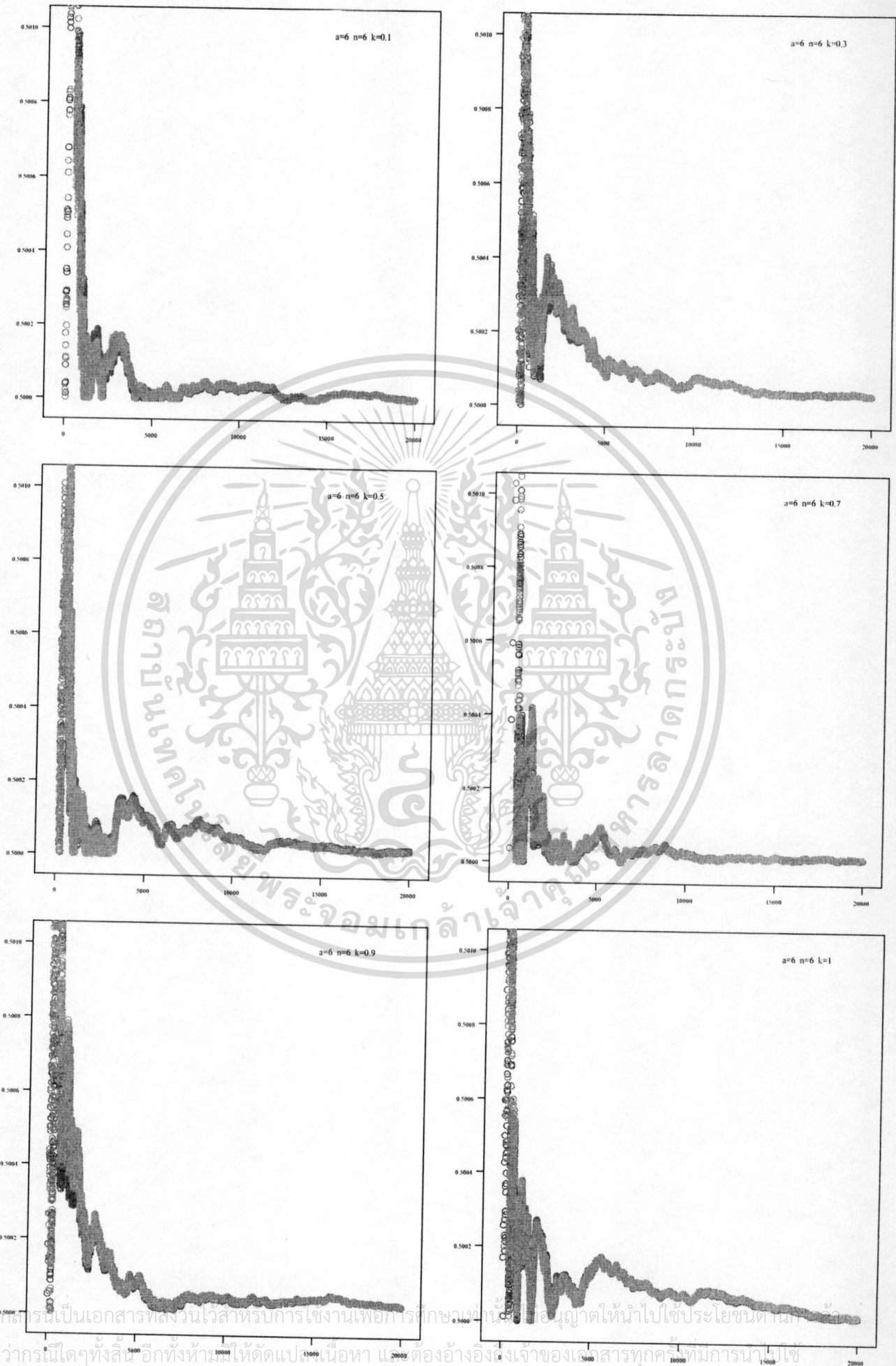


หมายเหตุ

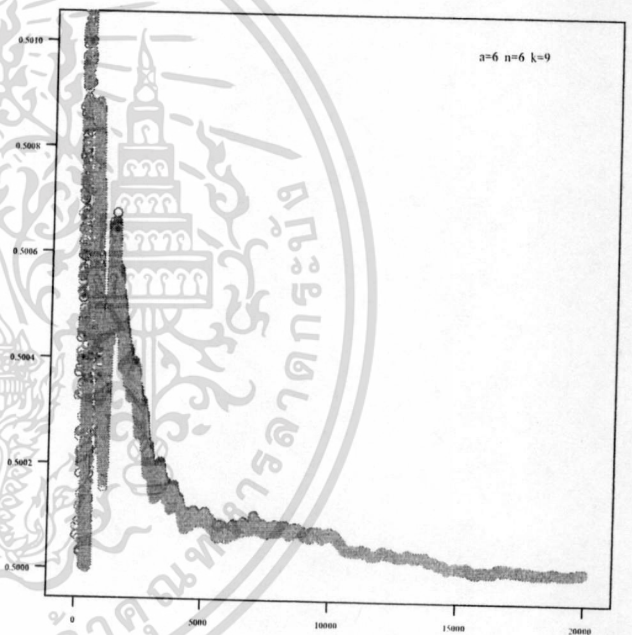
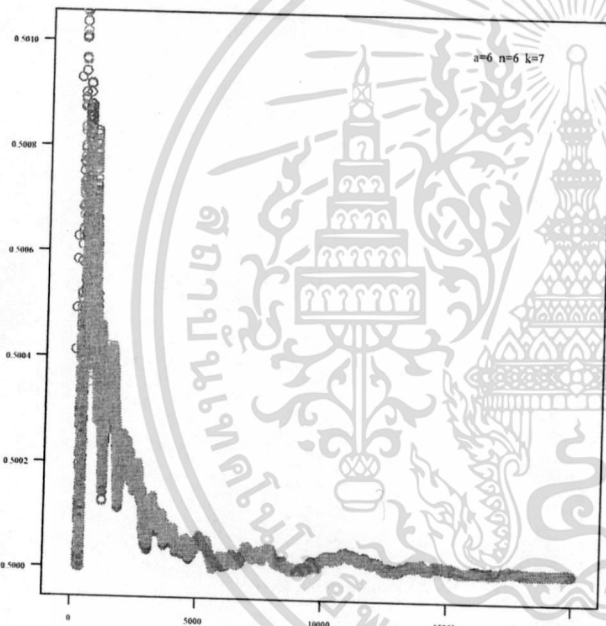
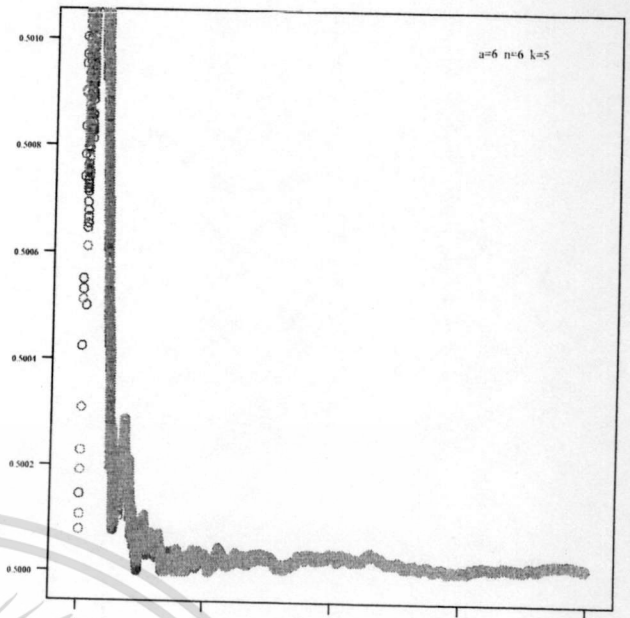
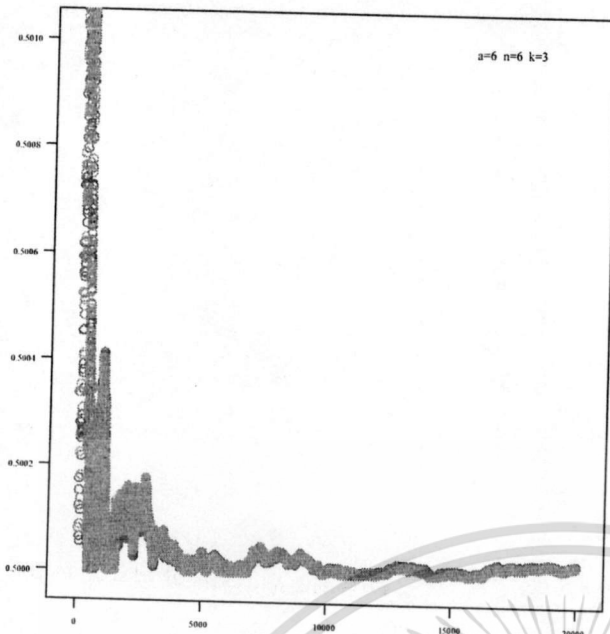
- RMSE
- MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.11 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=6$ $n=6$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารหลวงวไลยสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานานาชาติ เพื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ตามสมควร
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



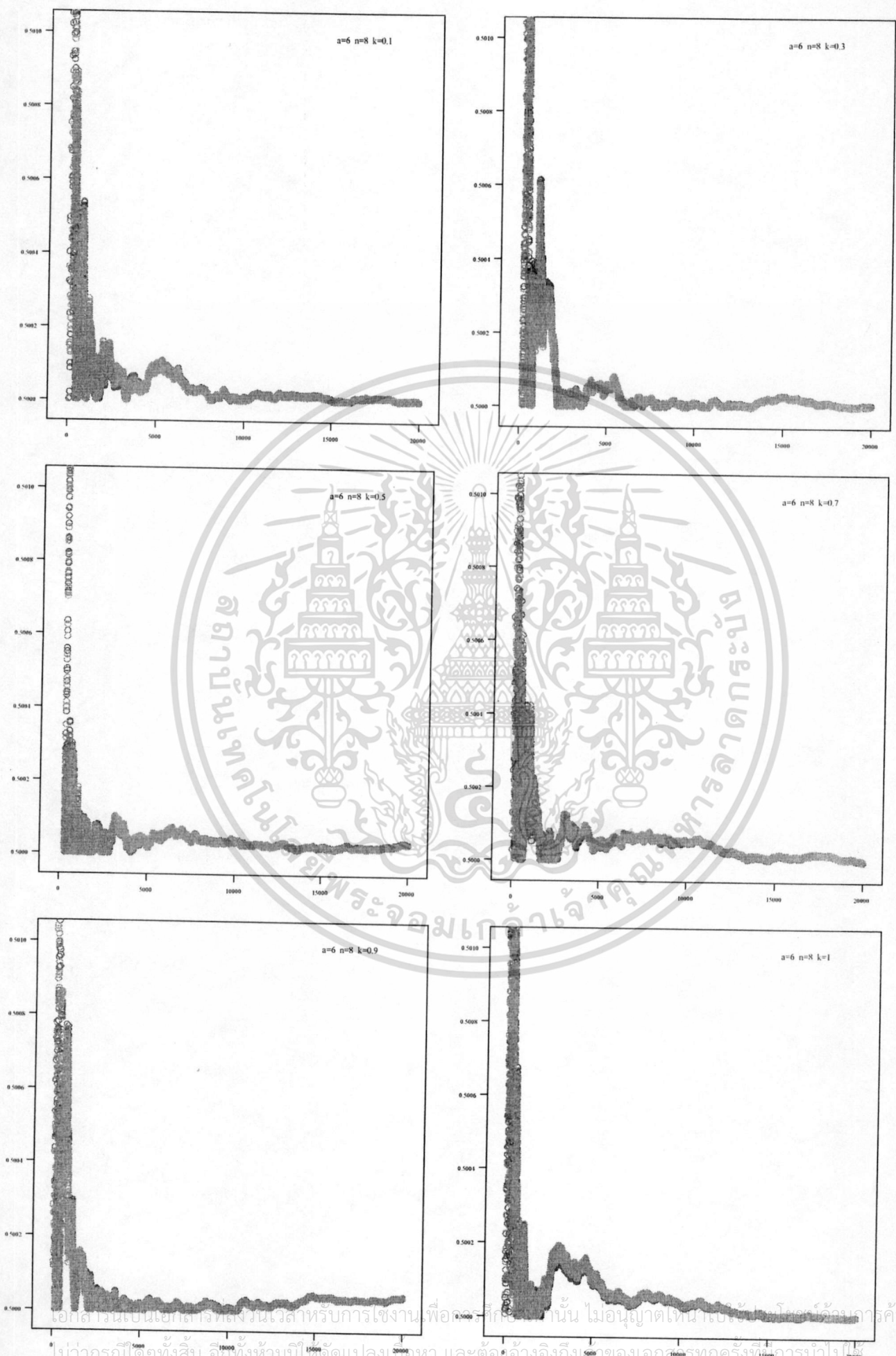
หมายเหตุ

● RMSE

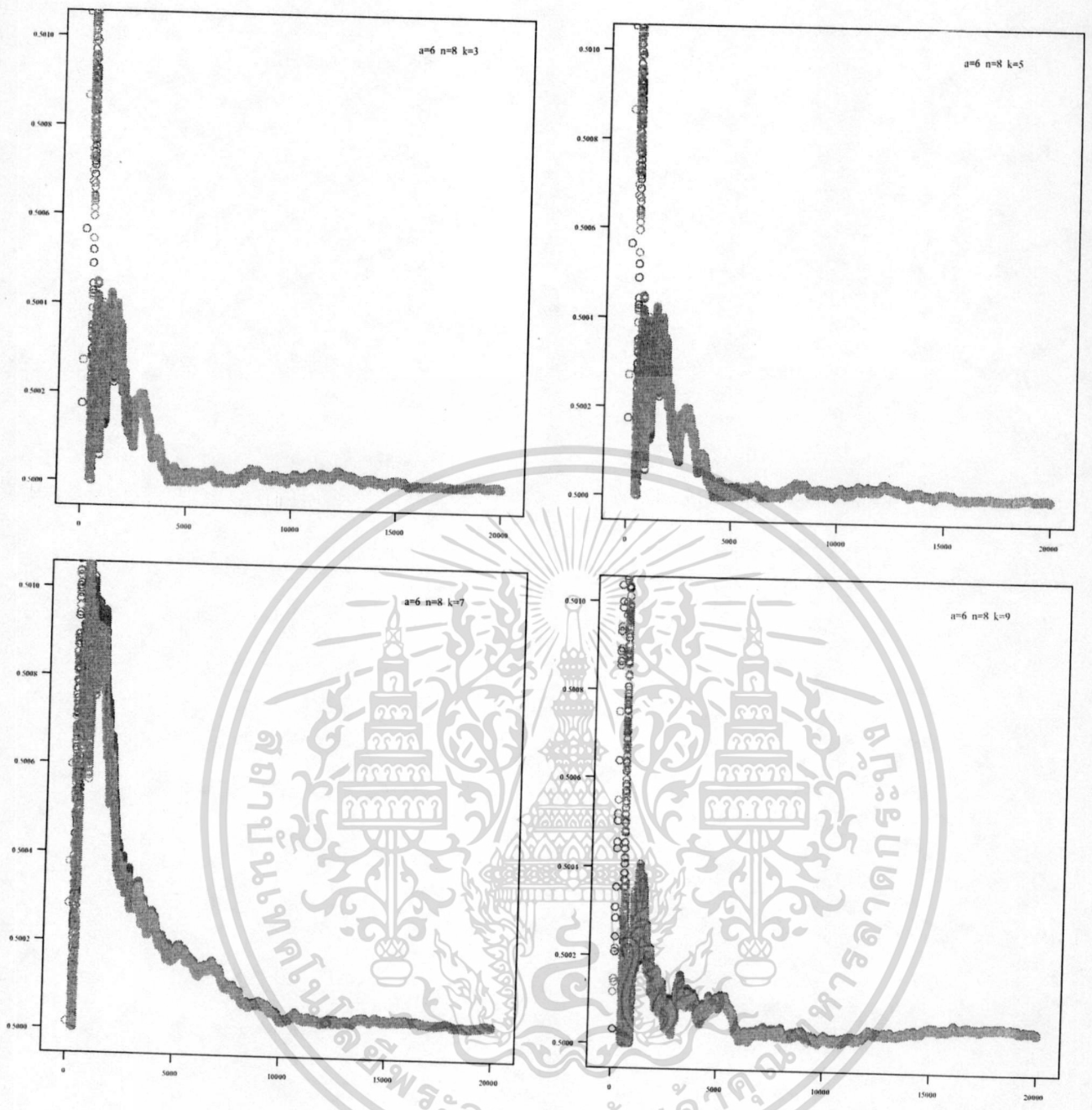
○ MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.12 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=6$ $n=8$ จำแนกตามจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่วนเวลายสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



หมายเหตุ

- RMSE
- MSE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 กำหนดจำนวนรอบที่เหมาะสมสำหรับการจำลองข้อมูล

จากกราฟข้างต้นจะเห็นได้ว่าแต่ละกรณีศึกษากราฟจะมีลักษณะแตกต่างกันซึ่งถึงแม้ว่าจะมีรูปแบบที่ใกล้เคียงกันก็ตามเพราะเนื่องจากมีอิทธิพลของความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มที่กำหนดไว้ในรูปแบบการแจกแจงต่างๆ ดังนั้นการจะตัดสินใจว่าควรใช้การจำลองข้อมูลจำนวนกี่รอบคงต้องดูภาพรวมซึ่งควรตัดสินใจเลือกจำนวนรอบที่ทำการจำลองข้อมูลให้มากพอและสามารถครอบคลุมในทุกกรณีศึกษา

จากกราฟที่ผ่านมาเราได้เห็นแนวโน้มและลักษณะการแกว่งของค่าความน่าจะเป็นของทั้ง 2 วิธี หากแต่คงจะยากเกินไปถ้าจะทำการตัดสินใจเลือกจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลที่เหมาะสมโดยพิจารณาจากกราฟเพียงอย่างเดียวโดยไม่มีหลักเกณฑ์อื่นมาช่วยในการพิจารณา เพื่อให้เห็นภาพที่ชัดเจนขึ้นจึงได้มีการแสดงค่าความน่าจะเป็นของทั้ง 2 วิธีจำแนกตามจำนวนรอบที่ทำการจำลองข้อมูลได้ แต่เนื่องจากแต่ละกรณีมีค่าความน่าจะเป็นของแต่ละวิธี ถึง 20,000 ตัว ดังนั้นคงเป็นไปได้ที่จะแสดงข้อมูลทั้งหมดดังนั้นจึงได้ตัดตอนมาแสดงค่าความน่าจะเป็นเฉพาะบางรอบของการจำลองข้อมูล โดยแสดงรายละเอียดในตารางที่ 4.1 – 4.12 โดยสามารถสรุปผลได้ดังนี้

จากตาราง 4.1-4.12 พบว่าแทบทุกกรณีศึกษามีแนวโน้มลดลงโดยค่าความน่าจะเป็นดังกล่าวของทั้ง 2 วิธี ลู่เข้าสู่ค่า 0.5 โดยมีบางค่าแกว่งไปบ้างแต่ก็ไม่มากนักเมื่อจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลเพิ่มขึ้น นอกจากเมื่อกำหนดเกณฑ์การพิจารณาจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลในแต่ละค่า a และ n โดยพิจารณาจากภาพรวมของค่า k ที่แตกต่างกัน ทั้ง 10 กรณี โดยใช้เกณฑ์เลือกจำนวนรอบที่น้อยที่สุดที่แสดงค่าความน่าจะเป็นลดลงต่ำกว่า 0.500100 ในทุกๆ ค่า k เช่น

จากตารางที่ 4.1 เป็นการแสดงค่าความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่าง $\sqrt{MSE}$ และ $E(\sqrt{MSE})$ กรณี $a=2$ และ $n=2$ โดยพบว่า กรณีจำนวนรอบเป็น 10,000 รอบจะทำให้ค่าความน่าจะเป็นของทุกค่า k (ทั้ง 10 กรณี) มีค่าความน่าจะเป็น < 0.500100 ทำซ้ำเช่นนี้ไปจนครบทุกค่า k และ n แสดงค่าความถี่ดังตารางที่ 4.13 พบว่าจำนวนกรณีที่เลือกใช้ค่าจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลน้อยที่สุดเป็น 8,000 รอบมีมากที่สุดวิธี $\sqrt{MSE}$ และ MSE (สำหรับกรณี MSE มีจำนวนความถี่เท่ากับ จำนวนรอบของการจำลองข้อมูลที่น้อยที่สุดเป็น 10,000 รอบ) นอกจากนี้ยังพบว่าจำนวนรอบที่น้อยที่สุดที่สามารถทำให้ มีค่าความน่าจะเป็น < 0.500100 ในทุกกรณีศึกษา คือ 14,000 รอบ เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า แม้ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.1 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี a=2 n=2 จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.759309	0.563549	0.650658	0.887037	0.892625	0.563257	0.706728	0.924391	0.943392	0.608957
100	0.506450	0.500729	0.505736	0.505225	0.503499	0.510088	0.504695	0.506125	0.502719	0.506197
500	0.500183	0.501062	0.500924	0.500577	0.501531	0.500930	0.501287	0.500375	0.500105	0.501236
1,000	0.500098	0.500320	0.500454	0.500388	0.500816	0.500201	0.500363	0.500292	0.500162	0.500910
2,000	0.500211	0.500057	0.500348	0.500305	0.500281	0.500146	0.500034	0.500061	0.500001	0.500227
4,000	0.500126	0.500134	0.500040	0.500186	0.500057	0.500057	0.500047	0.500094	0.500136	0.500032
6,000	0.500060	0.500111	0.500024	0.500178	0.500000	0.500039	0.500015	0.500118	0.500059	0.500011
8,000	0.500007	0.500091	0.500009	0.500127	0.500005	0.500047	0.500001	0.500113	0.500042	0.500015
10,000	0.500014	0.500065	0.500015	0.500048	0.500009	0.500044	0.500014	0.500084	0.500007	0.500029
12,000	0.500020	0.500058	0.500018	0.500030	0.500008	0.500043	0.500016	0.500035	0.500001	0.500022
14,000	0.500010	0.500052	0.500008	0.500018	0.500001	0.500038	0.500011	0.500042	0.500005	0.500027
16,000	0.500002	0.500037	0.500001	0.500016	0.500002	0.500034	0.500013	0.500045	0.500008	0.500035
18,000	0.500008	0.500020	0.500000	0.500004	0.500000	0.500029	0.500013	0.500035	0.500010	0.500042
20,000	0.500002	0.500019	0.500002	0.500016	0.500010	0.500029	0.500007	0.500023	0.500006	0.500040

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.753748	0.530989	0.691564	0.863099	0.871675	0.633036	0.724974	0.920127	0.835654	0.664690
100	0.504265	0.500261	0.504314	0.505277	0.503022	0.510894	0.503862	0.505816	0.500626	0.506037
500	0.500549	0.501103	0.501040	0.500739	0.501453	0.500874	0.500705	0.500439	0.500160	0.501112
1,000	0.500106	0.500345	0.500490	0.500417	0.500755	0.500268	0.500177	0.500249	0.500112	0.500865
2,000	0.500125	0.500012	0.500346	0.500318	0.500201	0.500164	0.500144	0.500041	0.500024	0.500197
4,000	0.500084	0.500076	0.500045	0.500184	0.500015	0.500076	0.500007	0.500097	0.500115	0.500045
6,000	0.500046	0.500071	0.500013	0.500172	0.500034	0.500062	0.500021	0.500118	0.500052	0.500036
8,000	0.500007	0.500067	0.500007	0.500115	0.500028	0.500061	0.500020	0.500107	0.500047	0.500018
10,000	0.500022	0.500037	0.500014	0.500043	0.500018	0.500052	0.500026	0.500080	0.500002	0.500023
12,000	0.500026	0.500036	0.500018	0.500026	0.500003	0.500051	0.500004	0.500032	0.500002	0.500024
14,000	0.500014	0.500033	0.500012	0.500014	0.500011	0.500047	0.500000	0.500044	0.500002	0.500026
16,000	0.500009	0.500020	0.500002	0.500011	0.500005	0.500041	0.500004	0.500045	0.500008	0.500028
18,000	0.500016	0.500006	0.500004	0.500009	0.500004	0.500038	0.500009	0.500037	0.500008	0.500039
20,000	0.500007	0.500005	0.500000	0.500019	0.500006	0.500036	0.500004	0.500025	0.500003	0.500039

ตารางที่ 4.2 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี $a=2$ $n=4$ จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.781942	0.945593	0.865761	0.623702	0.778245	0.897194	0.766167	0.632563	0.597696	0.680698
100	0.501690	0.505592	0.504334	0.504602	0.504503	0.500598	0.503205	0.504483	0.505336	0.500319
500	0.500457	0.500557	0.500197	0.500437	0.501354	0.500449	0.500439	0.501348	0.501030	0.501335
1,000	0.500062	0.500024	0.500114	0.500489	0.500351	0.500261	0.500501	0.500808	0.500041	0.500403
2,000	0.500176	0.500037	0.500030	0.500006	0.500154	0.500338	0.500140	0.500207	0.500036	0.500150
4,000	0.500088	0.500038	0.500032	0.500164	0.500092	0.500225	0.500052	0.500107	0.500042	0.500114
6,000	0.500030	0.500020	0.500036	0.500124	0.500106	0.500186	0.500110	0.500080	0.500005	0.500032
8,000	0.500052	0.500036	0.500041	0.500036	0.500032	0.500201	0.500069	0.500053	0.500037	0.500008
10,000	0.500034	0.500022	0.500038	0.500052	0.500008	0.500148	0.500049	0.500034	0.500022	0.500010
12,000	0.500002	0.500017	0.500040	0.500040	0.500012	0.500121	0.500019	0.500026	0.500036	0.500009
14,000	0.500006	0.500004	0.500025	0.500022	0.500001	0.500084	0.500012	0.500049	0.500029	0.500014
16,000	0.500004	0.500014	0.500018	0.500018	0.500005	0.500076	0.500002	0.500051	0.500019	0.500009
18,000	0.500002	0.500017	0.500026	0.500031	0.500017	0.500073	0.500002	0.500033	0.500026	0.500008
20,000	0.500002	0.500018	0.500020	0.500022	0.500020	0.500068	0.500012	0.500023	0.500034	0.500018

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.783630	0.900948	0.857374	0.568041	0.780967	0.865171	0.772224	0.669897	0.540830	0.708109
100	0.500996	0.504927	0.504843	0.504856	0.503039	0.500875	0.504595	0.504579	0.505293	0.500412
500	0.500498	0.500669	0.500348	0.500452	0.501326	0.500780	0.500308	0.501280	0.500874	0.501194
1,000	0.500041	0.500024	0.500097	0.500461	0.500446	0.500181	0.500411	0.500759	0.500131	0.500352
2,000	0.500163	0.500046	0.500045	0.500004	0.500141	0.500304	0.500093	0.500209	0.500059	0.500136
4,000	0.500064	0.500055	0.500005	0.500189	0.500086	0.500208	0.500043	0.500110	0.500041	0.500113
6,000	0.500011	0.500009	0.500014	0.500145	0.500111	0.500173	0.500098	0.500081	0.500000	0.500034
8,000	0.500034	0.500040	0.500028	0.500051	0.500040	0.500189	0.500062	0.500052	0.500041	0.500016
10,000	0.500020	0.500026	0.500027	0.500057	0.500014	0.500135	0.500046	0.500030	0.500019	0.500020
12,000	0.500010	0.500020	0.500030	0.500042	0.500012	0.500107	0.500016	0.500026	0.500034	0.500021
14,000	0.500000	0.500005	0.500016	0.500024	0.500001	0.500076	0.500010	0.500048	0.500027	0.500027
16,000	0.500002	0.500018	0.500010	0.500021	0.500003	0.500072	0.500000	0.500052	0.500019	0.500021
18,000	0.500000	0.500021	0.500019	0.500034	0.500018	0.500068	0.500004	0.500032	0.500026	0.500020
20,000	0.500001	0.500022	0.500016	0.500025	0.500022	0.500062	0.500009	0.500025	0.500035	0.500029

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.3 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี a=2 n=6 จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.560488	0.652248	0.750965	0.848938	0.967936	0.768110	0.927914	0.898226	0.710536	0.711370
100	0.504157	0.503568	0.504007	0.507492	0.500292	0.500747	0.504387	0.504370	0.501697	0.504882
500	0.501376	0.500395	0.500292	0.500854	0.500977	0.500976	0.500270	0.500841	0.501040	0.500997
1,000	0.500705	0.500114	0.500153	0.500476	0.500307	0.500228	0.500053	0.500026	0.500123	0.500367
2,000	0.500026	0.500033	0.500080	0.500103	0.500151	0.500012	0.500159	0.500170	0.500028	0.500147
4,000	0.500062	0.500007	0.500028	0.500221	0.500141	0.500066	0.500004	0.500035	0.500010	0.500046
6,000	0.500019	0.500047	0.500021	0.500136	0.500067	0.500081	0.500028	0.500000	0.500042	0.500074
8,000	0.500011	0.500046	0.500033	0.500119	0.500009	0.500016	0.500031	0.500026	0.500059	0.500009
10,000	0.500003	0.500017	0.500017	0.500093	0.500012	0.500050	0.500027	0.500002	0.500086	0.500006
12,000	0.500011	0.500041	0.500012	0.500090	0.500022	0.500046	0.500039	0.500022	0.500068	0.500004
14,000	0.500024	0.500035	0.500012	0.500078	0.500012	0.500023	0.500030	0.500016	0.500045	0.500011
16,000	0.500019	0.500025	0.500008	0.500069	0.500007	0.500020	0.500030	0.500016	0.500053	0.500006
18,000	0.500013	0.500023	0.500003	0.500063	0.500006	0.500014	0.500032	0.500024	0.500048	0.500003
20,000	0.500015	0.500028	0.500006	0.500048	0.500005	0.500026	0.500041	0.500018	0.500049	0.500002

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.516011	0.680438	0.723487	0.837970	0.935443	0.743680	0.936870	0.901646	0.676811	0.729582
100	0.503918	0.503488	0.503446	0.509016	0.500517	0.500493	0.502860	0.503858	0.501015	0.504306
500	0.501168	0.500335	0.500083	0.501001	0.500916	0.500908	0.500455	0.500620	0.501054	0.500953
1,000	0.500581	0.500133	0.500104	0.500523	0.500317	0.500188	0.500080	0.500091	0.500152	0.500342
2,000	0.500022	0.500012	0.500114	0.500116	0.500186	0.500014	0.500221	0.500123	0.500047	0.500155
4,000	0.500047	0.500024	0.500017	0.500231	0.500163	0.500063	0.500028	0.500030	0.500008	0.500044
6,000	0.500016	0.500058	0.500038	0.500140	0.500081	0.500072	0.500008	0.500015	0.500037	0.500056
8,000	0.500012	0.500055	0.500041	0.500121	0.500015	0.500013	0.500014	0.500040	0.500055	0.500002
10,000	0.500004	0.500022	0.500012	0.500098	0.500018	0.500048	0.500014	0.500014	0.500082	0.500002
12,000	0.500013	0.500046	0.500014	0.500093	0.500024	0.500043	0.500026	0.500030	0.500063	0.500002
14,000	0.500023	0.500038	0.500014	0.500076	0.500012	0.500022	0.500019	0.500024	0.500045	0.500011
16,000	0.500017	0.500027	0.500007	0.500067	0.500008	0.500019	0.500022	0.500019	0.500052	0.500005
18,000	0.500011	0.500022	0.500001	0.500061	0.500005	0.500013	0.500027	0.500027	0.500046	0.500002
20,000	0.500012	0.500028	0.500005	0.500045	0.500006	0.500025	0.500036	0.500021	0.500046	0.500004

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.4 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี $a=2$ $n=8$ จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.701088	0.903165	0.967925	0.596671	0.990052	0.768210	0.802553	0.650024	0.542577	0.668809
100	0.508395	0.502634	0.500928	0.500748	0.502227	0.502461	0.501893	0.502828	0.504921	0.503744
500	0.500720	0.500140	0.500949	0.500107	0.501358	0.500820	0.500372	0.500374	0.500560	0.500163
1,000	0.500105	0.500640	0.500997	0.500226	0.500664	0.500074	0.500286	0.500082	0.500170	0.500186
2,000	0.500049	0.500146	0.500486	0.500116	0.500132	0.500075	0.500203	0.500026	0.500100	0.500345
4,000	0.500037	0.500031	0.500353	0.500126	0.500055	0.500110	0.500006	0.500036	0.500063	0.500097
6,000	0.500072	0.500020	0.500248	0.500114	0.500029	0.500077	0.500020	0.500061	0.500055	0.500070
8,000	0.500021	0.500008	0.500140	0.500048	0.500028	0.500058	0.500026	0.500018	0.500013	0.500080
10,000	0.500002	0.500002	0.500100	0.500050	0.500024	0.500046	0.500018	0.500026	0.500010	0.500069
12,000	0.500004	0.500006	0.500074	0.500038	0.500003	0.500035	0.500001	0.500024	0.500001	0.500055
14,000	0.500005	0.500008	0.500055	0.500018	0.500012	0.500028	0.500006	0.500028	0.500031	0.500042
16,000	0.500010	0.500020	0.500047	0.500016	0.500002	0.500038	0.500003	0.500034	0.500021	0.500033
18,000	0.500017	0.500016	0.500043	0.500003	0.500009	0.500026	0.500017	0.500030	0.500033	0.500027
20,000	0.500012	0.500000	0.500040	0.500001	0.500018	0.500014	0.500021	0.500024	0.500029	0.500016

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.719155	0.885129	0.942541	0.560008	0.996274	0.775249	0.803335	0.616419	0.504938	0.636779
100	0.508244	0.501989	0.501928	0.501062	0.502191	0.502888	0.502464	0.504464	0.505045	0.504267
500	0.500697	0.500130	0.500807	0.500223	0.501293	0.500801	0.500424	0.500345	0.500759	0.500199
1,000	0.500091	0.500580	0.500944	0.500156	0.500594	0.500052	0.500275	0.500117	0.500235	0.500233
2,000	0.500055	0.500165	0.500439	0.500144	0.500156	0.500088	0.500196	0.500009	0.500132	0.500355
4,000	0.500040	0.500050	0.500316	0.500130	0.500087	0.500107	0.500002	0.500058	0.500051	0.500124
6,000	0.500083	0.500030	0.500219	0.500111	0.500046	0.500075	0.500027	0.500051	0.500053	0.500076
8,000	0.500023	0.500000	0.500127	0.500041	0.500037	0.500056	0.500033	0.500010	0.500016	0.500082
10,000	0.500002	0.500004	0.500093	0.500045	0.500030	0.500046	0.500018	0.500022	0.500008	0.500069
12,000	0.500003	0.500008	0.500068	0.500034	0.500009	0.500036	0.500000	0.500020	0.500002	0.500054
14,000	0.500004	0.500009	0.500052	0.500016	0.500013	0.500030	0.500007	0.500023	0.500032	0.500043
16,000	0.500008	0.500020	0.500043	0.500015	0.500003	0.500041	0.500004	0.500028	0.500022	0.500036
18,000	0.500016	0.500016	0.500041	0.500002	0.500010	0.500027	0.500017	0.500024	0.500032	0.500030
20,000	0.500010	0.500001	0.500038	0.500002	0.500019	0.500016	0.500019	0.500018	0.500030	0.500018

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษา เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.5 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี $a=4$ $n=2$ จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.508685	0.733725	0.817885	0.602169	0.743502	0.821857	0.608937	0.761322	0.703958	0.632132
100	0.503062	0.500069	0.504022	0.505334	0.504654	0.500747	0.503151	0.504119	0.503366	0.501006
500	0.500223	0.500114	0.500184	0.500985	0.500071	0.500772	0.500054	0.500912	0.500053	0.500841
1,000	0.500017	0.500224	0.500223	0.500458	0.500510	0.500483	0.500292	0.500448	0.500077	0.500415
2,000	0.500117	0.500008	0.500024	0.500033	0.500060	0.500132	0.500075	0.500076	0.500080	0.500103
4,000	0.500043	0.500020	0.500054	0.500010	0.500081	0.500079	0.500007	0.500011	0.500025	0.500105
6,000	0.500026	0.500015	0.500085	0.500073	0.500051	0.500004	0.500056	0.500024	0.500032	0.500006
8,000	0.500044	0.500057	0.500069	0.500043	0.500041	0.500028	0.500032	0.500015	0.500010	0.500012
10,000	0.500022	0.500036	0.500001	0.500033	0.500023	0.500012	0.500012	0.500023	0.500024	0.500016
12,000	0.500009	0.500041	0.500012	0.500006	0.500026	0.500011	0.500030	0.500008	0.500004	0.500014
14,000	0.500004	0.500033	0.500017	0.500009	0.500028	0.500014	0.500010	0.500014	0.500013	0.500005
16,000	0.500004	0.500028	0.500018	0.500001	0.500028	0.500002	0.500008	0.500011	0.500018	0.500009
18,000	0.500002	0.500018	0.500027	0.500008	0.500021	0.500001	0.500016	0.500009	0.500017	0.500012
20,000	0.500005	0.500021	0.500024	0.500018	0.500007	0.500007	0.500016	0.500010	0.500014	0.500016

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.573121	0.747519	0.786406	0.651191	0.754163	0.805487	0.656504	0.713312	0.726900	0.674392
100	0.502772	0.500928	0.503113	0.505373	0.503170	0.500329	0.502432	0.504862	0.504563	0.500304
500	0.500013	0.500275	0.500292	0.500666	0.500265	0.500727	0.500109	0.500963	0.500339	0.500969
1,000	0.500129	0.500024	0.500299	0.500265	0.500560	0.500535	0.500306	0.500456	0.500033	0.500422
2,000	0.500049	0.500085	0.500015	0.500036	0.500043	0.500129	0.500138	0.500042	0.500099	0.500088
4,000	0.500005	0.500004	0.500045	0.500022	0.500080	0.500083	0.500032	0.500046	0.500026	0.500087
6,000	0.500051	0.500015	0.500056	0.500069	0.500059	0.500001	0.500075	0.500059	0.500038	0.500006
8,000	0.500051	0.500055	0.500032	0.500044	0.500038	0.500026	0.500043	0.500036	0.500013	0.500018
10,000	0.500025	0.500035	0.500026	0.500034	0.500020	0.500011	0.500020	0.500041	0.500020	0.500012
12,000	0.500008	0.500038	0.500008	0.500005	0.500024	0.500013	0.500037	0.500020	0.500001	0.500007
14,000	0.500004	0.500033	0.500005	0.500007	0.500024	0.500014	0.500019	0.500022	0.500013	0.500000
16,000	0.500002	0.500026	0.500004	0.500002	0.500022	0.500000	0.500017	0.500017	0.500020	0.500016
18,000	0.500002	0.500017	0.500016	0.500010	0.500014	0.500001	0.500021	0.500014	0.500020	0.500016
20,000	0.500004	0.500020	0.500014	0.500022	0.500000	0.500006	0.500022	0.500014	0.500018	0.500018

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เพิ่มไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.6 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE

กรณี $a=4$ $n=4$ จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.861562	0.899975	0.743372	0.883557	0.572201	0.821764	0.787138	0.988238	0.875004	0.990310
100	0.501334	0.505577	0.505780	0.507633	0.503504	0.502786	0.500366	0.500736	0.500440	0.504700
500	0.501486	0.501762	0.500742	0.500724	0.500358	0.500411	0.500189	0.500389	0.500140	0.502286
1,000	0.500340	0.500619	0.500479	0.500389	0.500073	0.500053	0.500095	0.500312	0.500104	0.500893
2,000	0.500097	0.500535	0.500263	0.500106	0.500227	0.500141	0.500343	0.500048	0.500151	0.500156
4,000	0.500034	0.500166	0.500061	0.500082	0.500175	0.500072	0.500054	0.500028	0.500007	0.500004
6,000	0.500058	0.500043	0.500015	0.500045	0.500075	0.500045	0.500024	0.500055	0.500002	0.500031
8,000	0.500069	0.500056	0.500038	0.500044	0.500044	0.500004	0.500010	0.500053	0.500001	0.500026
10,000	0.500048	0.500071	0.500028	0.500010	0.500014	0.500015	0.500005	0.500053	0.500019	0.500018
12,000	0.500023	0.500051	0.500008	0.500009	0.500026	0.500036	0.500011	0.500052	0.500002	0.500016
14,000	0.500033	0.500037	0.500027	0.500021	0.500016	0.500025	0.500002	0.500045	0.500032	0.500033
16,000	0.500022	0.500033	0.500032	0.500032	0.500010	0.500025	0.500002	0.500041	0.500041	0.500031
18,000	0.500027	0.500029	0.500047	0.500020	0.500016	0.500022	0.500005	0.500034	0.500035	0.500030
20,000	0.500013	0.500024	0.500037	0.500026	0.500014	0.500023	0.500009	0.500016	0.500031	0.500028

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.849705	0.880453	0.717750	0.884526	0.531780	0.810120	0.790494	0.995424	0.860402	0.996647
100	0.501495	0.504167	0.506371	0.507226	0.503786	0.503589	0.500279	0.500160	0.500421	0.504567
500	0.501289	0.501605	0.500882	0.500621	0.500231	0.500455	0.500113	0.500290	0.500113	0.502276
1,000	0.500293	0.500538	0.500550	0.500347	0.500174	0.500099	0.500024	0.500305	0.500151	0.500917
2,000	0.500110	0.500513	0.500271	0.500121	0.500206	0.500166	0.500387	0.500027	0.500193	0.500196
4,000	0.500032	0.500166	0.500077	0.500081	0.500165	0.500082	0.500059	0.500020	0.500012	0.500026
6,000	0.500061	0.500036	0.500028	0.500034	0.500078	0.500051	0.500029	0.500051	0.500004	0.500027
8,000	0.500067	0.500047	0.500047	0.500038	0.500047	0.500011	0.500012	0.500048	0.500004	0.500021
10,000	0.500048	0.500066	0.500037	0.500007	0.500017	0.500009	0.500000	0.500049	0.500014	0.500010
12,000	0.500024	0.500045	0.500015	0.500007	0.500031	0.500032	0.500014	0.500047	0.500002	0.500007
14,000	0.500033	0.500033	0.500032	0.500021	0.500020	0.500021	0.500005	0.500042	0.500032	0.500025
16,000	0.500021	0.500029	0.500034	0.500034	0.500014	0.500022	0.500005	0.500039	0.500041	0.500025
18,000	0.500029	0.500026	0.500047	0.500021	0.500019	0.500022	0.500008	0.500033	0.500033	0.500025
20,000	0.500016	0.500022	0.500037	0.500027	0.500018	0.500022	0.500011	0.500013	0.500030	0.500024

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เอาไปใช้ประโยชน์ทางการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.7 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี a=4 n=6 จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.579406	0.581152	0.794245	0.677022	0.572429	0.911911	0.763922	0.615520	0.787167	0.583964
100	0.507871	0.509329	0.500472	0.507850	0.503387	0.502171	0.509600	0.501853	0.506765	0.502112
500	0.501854	0.500630	0.500609	0.500211	0.500460	0.500102	0.500527	0.500624	0.500406	0.500136
1,000	0.500875	0.500356	0.500381	0.500436	0.500161	0.500591	0.500006	0.500131	0.500279	0.500628
2,000	0.500420	0.500244	0.500115	0.500164	0.500040	0.500233	0.500184	0.500110	0.500055	0.500101
4,000	0.500103	0.500142	0.500109	0.500012	0.500140	0.500183	0.500132	0.500022	0.500087	0.500090
6,000	0.500055	0.500025	0.500067	0.500026	0.500113	0.500126	0.500124	0.500043	0.500049	0.500045
8,000	0.500038	0.500014	0.500012	0.500047	0.500066	0.500077	0.500081	0.500041	0.500005	0.500032
10,000	0.500006	0.500006	0.500014	0.500057	0.500061	0.500051	0.500083	0.500014	0.500014	0.500029
12,000	0.500029	0.500023	0.500022	0.500020	0.500054	0.500055	0.500054	0.500006	0.500032	0.500031
14,000	0.500022	0.500038	0.500041	0.500006	0.500034	0.500043	0.500026	0.500001	0.500044	0.500007
16,000	0.500034	0.500029	0.500043	0.500012	0.500032	0.500042	0.500017	0.500005	0.500042	0.500009
18,000	0.500027	0.500021	0.500021	0.500008	0.500042	0.500021	0.500027	0.500002	0.500043	0.500003
20,000	0.500035	0.500010	0.500022	0.500007	0.500040	0.500013	0.500021	0.500012	0.500038	0.500006

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.548433	0.608638	0.797082	0.695796	0.541294	0.918037	0.747866	0.585862	0.791088	0.611259
100	0.507705	0.509299	0.500244	0.508036	0.503479	0.501239	0.510122	0.502404	0.506172	0.501351
500	0.501817	0.500512	0.500657	0.500162	0.500478	0.500047	0.500544	0.500673	0.500473	0.500031
1,000	0.500792	0.500349	0.500345	0.500380	0.500127	0.500633	0.500063	0.500074	0.500295	0.500582
2,000	0.500377	0.500250	0.500090	0.500133	0.500051	0.500251	0.500163	0.500122	0.500012	0.500104
4,000	0.500088	0.500138	0.500096	0.500010	0.500138	0.500194	0.500140	0.500026	0.500061	0.500091
6,000	0.500049	0.500027	0.500057	0.500008	0.500113	0.500135	0.500127	0.500053	0.500036	0.500046
8,000	0.500032	0.500014	0.500005	0.500036	0.500072	0.500085	0.500082	0.500046	0.500010	0.500035
10,000	0.500002	0.500008	0.500021	0.500049	0.500060	0.500053	0.500081	0.500019	0.500012	0.500033
12,000	0.500025	0.500024	0.500028	0.500017	0.500053	0.500057	0.500051	0.500010	0.500031	0.500036
14,000	0.500019	0.500037	0.500045	0.500005	0.500034	0.500045	0.500025	0.500001	0.500042	0.500011
16,000	0.500031	0.500029	0.500045	0.500011	0.500032	0.500042	0.500016	0.500007	0.500041	0.500012
18,000	0.500025	0.500020	0.500024	0.500006	0.500042	0.500021	0.500026	0.500005	0.500042	0.500001
20,000	0.500032	0.500009	0.500024	0.500005	0.500040	0.500014	0.500019	0.500013	0.500039	0.500004

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ตามการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.8 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี a=4 n=8 จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.652710	0.645713	0.786612	0.858015	0.506722	0.667967	0.831549	0.800186	0.570662	0.642996
100	0.505230	0.505518	0.500567	0.505196	0.504785	0.502766	0.500027	0.503660	0.501327	0.501945
500	0.501128	0.501852	0.500051	0.500385	0.500407	0.500096	0.500765	0.500619	0.500608	0.500440
1,000	0.500569	0.500311	0.500022	0.500603	0.500186	0.500019	0.500021	0.500546	0.500603	0.500131
2,000	0.500134	0.500121	0.500040	0.500293	0.500030	0.500022	0.500120	0.500168	0.500253	0.500069
4,000	0.500076	0.500003	0.500098	0.500037	0.500061	0.500100	0.500001	0.500055	0.500132	0.500016
6,000	0.500009	0.500071	0.500024	0.500030	0.500012	0.500018	0.500018	0.500004	0.500117	0.500035
8,000	0.500024	0.500076	0.500003	0.500012	0.500001	0.500013	0.500012	0.500021	0.500075	0.500013
10,000	0.500026	0.500068	0.500004	0.500002	0.500004	0.500017	0.500026	0.500005	0.500060	0.500008
12,000	0.500028	0.500047	0.500030	0.500003	0.500004	0.500035	0.500014	0.500011	0.500052	0.500014
14,000	0.500023	0.500041	0.500016	0.500004	0.500009	0.500024	0.500000	0.500008	0.500052	0.500010
16,000	0.500002	0.500047	0.500027	0.500022	0.500005	0.500020	0.500003	0.500004	0.500041	0.500009
18,000	0.500008	0.500039	0.500014	0.500003	0.500006	0.500019	0.500018	0.500011	0.500038	0.500005
20,000	0.500006	0.500035	0.500002	0.500008	0.500007	0.500016	0.500011	0.500001	0.500031	0.500014

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.629823	0.622405	0.776277	0.852517	0.519766	0.685171	0.826976	0.802403	0.594750	0.619532
100	0.504838	0.505221	0.500782	0.505009	0.504809	0.502587	0.500572	0.504126	0.501166	0.501483
500	0.501034	0.501805	0.500033	0.500409	0.500353	0.500216	0.500718	0.500601	0.500638	0.500425
1,000	0.500534	0.500290	0.500010	0.500576	0.500188	0.500101	0.500024	0.500543	0.500600	0.500170
2,000	0.500132	0.500130	0.500039	0.500286	0.500023	0.500002	0.500115	0.500183	0.500278	0.500071
4,000	0.500075	0.500007	0.500093	0.500036	0.500055	0.500089	0.500007	0.500057	0.500143	0.500014
6,000	0.500009	0.500070	0.500019	0.500032	0.500004	0.500012	0.500012	0.500003	0.500124	0.500034
8,000	0.500024	0.500076	0.500005	0.500011	0.500010	0.500018	0.500020	0.500022	0.500081	0.500014
10,000	0.500026	0.500068	0.500001	0.500004	0.500010	0.500011	0.500034	0.500006	0.500066	0.500012
12,000	0.500028	0.500048	0.500029	0.500006	0.500008	0.500030	0.500022	0.500009	0.500056	0.500015
14,000	0.500022	0.500038	0.500016	0.500007	0.500012	0.500020	0.500008	0.500010	0.500055	0.500010
16,000	0.500003	0.500044	0.500026	0.500024	0.500008	0.500017	0.500003	0.500006	0.500043	0.500008
18,000	0.500010	0.500037	0.500014	0.500002	0.500009	0.500017	0.500013	0.500014	0.500040	0.500005
20,000	0.500008	0.500033	0.500001	0.500005	0.500009	0.500013	0.500007	0.500003	0.500033	0.500013

ตารางที่ 4.9 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี a=6 n=2 จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.709382	0.546229	0.715636	0.654166	0.520153	0.759653	0.584173	0.775976	0.888904	0.596708
100	0.501051	0.500609	0.508088	0.500305	0.500542	0.500197	0.502935	0.504329	0.503959	0.505052
500	0.500858	0.501138	0.501018	0.500398	0.500267	0.500581	0.500859	0.500913	0.500094	0.500347
1,000	0.500492	0.501271	0.501055	0.500004	0.500384	0.500579	0.500439	0.500381	0.500041	0.500244
2,000	0.500133	0.500426	0.500318	0.500326	0.500295	0.500207	0.500042	0.500137	0.500099	0.500069
4,000	0.500046	0.500229	0.500071	0.500253	0.500126	0.500025	0.500013	0.500006	0.500080	0.500105
6,000	0.500049	0.500055	0.500049	0.500154	0.500090	0.500028	0.500041	0.500035	0.500091	0.500061
8,000	0.500022	0.500032	0.500026	0.500081	0.500053	0.500006	0.500012	0.500006	0.500080	0.500034
10,000	0.500006	0.500036	0.500009	0.500055	0.500061	0.500018	0.500001	0.500015	0.500039	0.500016
12,000	0.500016	0.500017	0.500020	0.500036	0.500036	0.500035	0.500009	0.500015	0.500026	0.500028
14,000	0.500005	0.500031	0.500013	0.500020	0.500035	0.500041	0.500009	0.500015	0.500053	0.500014
16,000	0.500002	0.500036	0.500003	0.500022	0.500037	0.500036	0.500017	0.500016	0.500052	0.500010
18,000	0.500002	0.500036	0.500009	0.500026	0.500020	0.500018	0.500000	0.500003	0.500031	0.500006
20,000	0.500002	0.500031	0.500001	0.500024	0.500018	0.500009	0.500001	0.500005	0.500030	0.500002

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.730113	0.510821	0.734841	0.687256	0.573357	0.767480	0.526979	0.779330	0.859278	0.640280
100	0.500771	0.502017	0.508607	0.500323	0.501650	0.500161	0.503014	0.504044	0.504032	0.504168
500	0.500626	0.501186	0.501089	0.500466	0.500375	0.500586	0.501162	0.500575	0.500261	0.500261
1,000	0.500454	0.501201	0.500978	0.500025	0.500469	0.500574	0.500529	0.500302	0.500095	0.500210
2,000	0.500127	0.500372	0.500313	0.500304	0.500310	0.500255	0.500101	0.500117	0.500107	0.500039
4,000	0.500008	0.500214	0.500077	0.500225	0.500155	0.500073	0.500020	0.500019	0.500066	0.500079
6,000	0.500020	0.500054	0.500050	0.500139	0.500115	0.500065	0.500028	0.500032	0.500082	0.500045
8,000	0.500011	0.500027	0.500023	0.500083	0.500072	0.500034	0.500020	0.500000	0.500069	0.500024
10,000	0.500012	0.500030	0.500008	0.500056	0.500072	0.500002	0.500006	0.500024	0.500034	0.500012
12,000	0.500024	0.500008	0.500016	0.500035	0.500044	0.500015	0.500012	0.500026	0.500022	0.500024
14,000	0.500015	0.500021	0.500008	0.500019	0.500041	0.500026	0.500010	0.500025	0.500049	0.500009
16,000	0.500010	0.500029	0.500009	0.500025	0.500042	0.500022	0.500020	0.500022	0.500049	0.500006
18,000	0.500004	0.500028	0.500004	0.500030	0.500026	0.500007	0.500003	0.500009	0.500027	0.500009
20,000	0.500008	0.500024	0.500002	0.500027	0.500024	0.500001	0.500004	0.500002	0.500025	0.500000

ตารางที่ 4.10 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี $a=6$ $n=4$ จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.778597	0.594155	0.643930	0.874095	0.658968	0.501617	0.740608	0.892010	0.834307	0.675151
100	0.505685	0.501841	0.503709	0.502884	0.506354	0.509894	0.502299	0.504293	0.503522	0.505614
500	0.500688	0.500043	0.501271	0.500604	0.501439	0.501275	0.500273	0.501455	0.500909	0.500460
1,000	0.500780	0.500107	0.500203	0.500173	0.500559	0.500279	0.500166	0.500412	0.500269	0.500256
2,000	0.500230	0.500046	0.500231	0.500021	0.500192	0.500085	0.500047	0.500307	0.500152	0.500206
4,000	0.500042	0.500034	0.500146	0.500156	0.500007	0.500019	0.500088	0.500046	0.500088	0.500029
6,000	0.500070	0.500045	0.500091	0.500121	0.500006	0.500038	0.500042	0.500054	0.500061	0.500012
8,000	0.500059	0.500007	0.500030	0.500067	0.500014	0.500055	0.500012	0.500029	0.500055	0.500012
10,000	0.500050	0.500000	0.500024	0.500053	0.500008	0.500043	0.500002	0.500006	0.500021	0.500014
12,000	0.500027	0.500013	0.500042	0.500058	0.500030	0.500047	0.500018	0.500007	0.500002	0.500003
14,000	0.500006	0.500009	0.500033	0.500047	0.500017	0.500034	0.500004	0.500002	0.500015	0.500009
16,000	0.500003	0.500007	0.500022	0.500036	0.500019	0.500035	0.500006	0.500008	0.500029	0.500018
18,000	0.500000	0.500002	0.500014	0.500022	0.500012	0.500038	0.500008	0.500008	0.500027	0.500027
20,000	0.500001	0.500004	0.500010	0.500020	0.500017	0.500030	0.500005	0.500006	0.500026	0.500027

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.763530	0.561904	0.667222	0.863537	0.630339	0.531155	0.720332	0.895281	0.828037	0.694944
100	0.505038	0.501445	0.504046	0.502677	0.505697	0.509924	0.502174	0.503965	0.503642	0.505774
500	0.500713	0.500079	0.501295	0.500641	0.501436	0.501257	0.500278	0.501415	0.500874	0.500319
1,000	0.500783	0.500059	0.500235	0.500202	0.500561	0.500246	0.500151	0.500343	0.500225	0.500340
2,000	0.500216	0.500014	0.500243	0.500006	0.500188	0.500099	0.500017	0.500266	0.500151	0.500250
4,000	0.500039	0.500057	0.500146	0.500163	0.500003	0.500034	0.500098	0.500012	0.500091	0.500002
6,000	0.500069	0.500062	0.500087	0.500130	0.500008	0.500038	0.500055	0.500035	0.500061	0.500032
8,000	0.500060	0.500005	0.500027	0.500074	0.500014	0.500057	0.500003	0.500018	0.500056	0.500003
10,000	0.500052	0.500010	0.500025	0.500061	0.500010	0.500046	0.500004	0.500013	0.500026	0.500006
12,000	0.500030	0.500006	0.500041	0.500062	0.500028	0.500051	0.500020	0.500000	0.500002	0.500008
14,000	0.500008	0.500002	0.500033	0.500052	0.500017	0.500038	0.500006	0.500008	0.500014	0.500000
16,000	0.500000	0.500002	0.500022	0.500039	0.500020	0.500038	0.500008	0.500004	0.500030	0.500010
18,000	0.500002	0.500004	0.500013	0.500027	0.500013	0.500039	0.500011	0.500005	0.500029	0.500020
20,000	0.500002	0.500010	0.500008	0.500024	0.500018	0.500032	0.500009	0.500002	0.500028	0.500022

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ทางการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.11 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE
กรณี a=6 n=6 จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.877337	0.885507	0.996162	0.856230	0.724148	0.983808	0.679051	0.612964	0.519226	0.573046
100	0.501796	0.500838	0.505234	0.504777	0.501438	0.503882	0.501748	0.505023	0.503280	0.500710
500	0.500805	0.500472	0.500943	0.500087	0.501074	0.500429	0.500027	0.501472	0.500836	0.500440
1,000	0.500198	0.500178	0.500075	0.500186	0.500617	0.500261	0.500374	0.500712	0.500355	0.500199
2,000	0.500077	0.500315	0.500011	0.500053	0.500246	0.500248	0.500085	0.500166	0.500242	0.500401
4,000	0.500025	0.500153	0.500116	0.500038	0.500085	0.500085	0.500036	0.500013	0.500059	0.500137
6,000	0.500001	0.500111	0.500039	0.500035	0.500025	0.500151	0.500005	0.500016	0.500016	0.500074
8,000	0.500042	0.500079	0.500095	0.500032	0.500045	0.500099	0.500030	0.500008	0.500034	0.500078
10,000	0.500027	0.500077	0.500048	0.500029	0.500044	0.500069	0.500006	0.500033	0.500020	0.500073
12,000	0.500024	0.500064	0.500027	0.500012	0.500036	0.500081	0.500003	0.500026	0.500019	0.500038
14,000	0.500000	0.500041	0.500034	0.500017	0.500039	0.500058	0.500010	0.500007	0.500013	0.500023
16,000	0.500022	0.500034	0.500025	0.500010	0.500054	0.500043	0.500006	0.500013	0.500004	0.500004
18,000	0.500018	0.500036	0.500013	0.500018	0.500036	0.500018	0.500021	0.500012	0.500001	0.500002
20,000	0.500006	0.500030	0.500021	0.500013	0.500027	0.500016	0.500023	0.500014	0.500002	0.500005

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.878925	0.876836	0.987512	0.855114	0.735357	0.990407	0.694761	0.633897	0.506482	0.547758
100	0.501688	0.500937	0.505086	0.504608	0.501943	0.504445	0.501834	0.504596	0.504367	0.500451
500	0.500735	0.500487	0.501049	0.500008	0.501133	0.500491	0.500078	0.501528	0.500775	0.500408
1,000	0.500142	0.500193	0.500045	0.500197	0.500676	0.500287	0.500364	0.500748	0.500361	0.500194
2,000	0.500048	0.500330	0.500007	0.500061	0.500262	0.500244	0.500100	0.500182	0.500247	0.500375
4,000	0.500037	0.500156	0.500105	0.500045	0.500085	0.500082	0.500038	0.500026	0.500067	0.500129
6,000	0.500005	0.500113	0.500037	0.500034	0.500029	0.500152	0.500012	0.500014	0.500018	0.500071
8,000	0.500047	0.500081	0.500093	0.500032	0.500048	0.500101	0.500035	0.500008	0.500032	0.500075
10,000	0.500030	0.500076	0.500045	0.500027	0.500047	0.500069	0.500004	0.500034	0.500018	0.500073
12,000	0.500026	0.500063	0.500024	0.500012	0.500038	0.500085	0.500001	0.500026	0.500016	0.500037
14,000	0.500001	0.500039	0.500032	0.500017	0.500040	0.500060	0.500007	0.500005	0.500014	0.500023
16,000	0.500021	0.500033	0.500022	0.500011	0.500054	0.500045	0.500003	0.500012	0.500002	0.500005
18,000	0.500018	0.500036	0.500010	0.500018	0.500036	0.500020	0.500017	0.500011	0.500002	0.500003
20,000	0.500006	0.500030	0.500018	0.500014	0.500028	0.500018	0.500020	0.500014	0.500000	0.500004

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.12 ความน่าจะเป็นของค่าสัมบูรณ์ผลต่างระหว่างค่าประมาณและค่าคาดหวังของ RMSE และ MSE กรณี $a=6$ $n=8$ จำแนกตามรอบของการจำลองข้อมูล และค่า k

RMSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.611058	0.660178	0.510675	0.531831	0.846134	0.796042	0.794806	0.794806	0.652507	0.885894
100	0.501791	0.502994	0.508437	0.500655	0.502451	0.501352	0.505342	0.505342	0.504245	0.502226
500	0.500047	0.500095	0.500359	0.500320	0.500496	0.500150	0.500127	0.500127	0.500807	0.500138
1,000	0.500114	0.500365	0.500088	0.500336	0.500262	0.500058	0.500192	0.500192	0.500930	0.500324
2,000	0.500129	0.500154	0.500042	0.500008	0.500039	0.500013	0.500225	0.500225	0.500548	0.500129
4,000	0.500041	0.500054	0.500018	0.500067	0.500016	0.500129	0.500032	0.500032	0.500237	0.500091
6,000	0.500061	0.500010	0.500043	0.500058	0.500018	0.500050	0.500016	0.500016	0.500143	0.500033
8,000	0.500008	0.500005	0.500039	0.500067	0.500004	0.500063	0.500026	0.500026	0.500086	0.500040
10,000	0.500011	0.500011	0.500039	0.500051	0.500005	0.500036	0.500018	0.500018	0.500029	0.500021
12,000	0.500023	0.500010	0.500023	0.500027	0.500017	0.500028	0.500022	0.500022	0.500024	0.500029
14,000	0.500019	0.500023	0.500021	0.500012	0.500023	0.500008	0.500011	0.500011	0.500034	0.500038
16,000	0.500000	0.500023	0.500021	0.500011	0.500039	0.500005	0.500006	0.500006	0.500032	0.500048
18,000	0.500009	0.500010	0.500020	0.500017	0.500032	0.500005	0.500001	0.500001	0.500026	0.500049
20,000	0.500001	0.500006	0.500031	0.500002	0.500042	0.500003	0.500000	0.500000	0.500024	0.500039

MSE										
รอบ	k=0.1	k=0.3	k=0.5	k=0.7	k=0.9	k=1	k=3	k=5	k=7	k=9
1	0.590819	0.675172	0.511035	0.510085	0.844488	0.789038	0.787676	0.787676	0.668031	0.878940
100	0.501985	0.502858	0.507870	0.500588	0.502350	0.501546	0.504746	0.504746	0.503902	0.502978
500	0.500005	0.500113	0.500320	0.500337	0.500496	0.500137	0.500073	0.500073	0.500733	0.500297
1,000	0.500123	0.500330	0.500100	0.500351	0.500256	0.500065	0.500221	0.500221	0.500876	0.500328
2,000	0.500138	0.500149	0.500043	0.500003	0.500028	0.500030	0.500231	0.500231	0.500512	0.500121
4,000	0.500034	0.500054	0.500025	0.500072	0.500015	0.500140	0.500033	0.500033	0.500229	0.500081
6,000	0.500058	0.500008	0.500045	0.500061	0.500017	0.500056	0.500016	0.500016	0.500137	0.500029
8,000	0.500008	0.500003	0.500038	0.500069	0.500004	0.500067	0.500024	0.500024	0.500082	0.500034
10,000	0.500009	0.500010	0.500038	0.500053	0.500003	0.500039	0.500015	0.500015	0.500026	0.500017
12,000	0.500021	0.500009	0.500023	0.500030	0.500016	0.500030	0.500019	0.500019	0.500022	0.500026
14,000	0.500017	0.500022	0.500020	0.500015	0.500022	0.500009	0.500009	0.500009	0.500032	0.500034
16,000	0.500001	0.500022	0.500019	0.500013	0.500038	0.500007	0.500005	0.500005	0.500030	0.500045
18,000	0.500010	0.500008	0.500019	0.500018	0.500031	0.500006	0.500002	0.500002	0.500025	0.500046
20,000	0.500002	0.500006	0.500030	0.500002	0.500043	0.500003	0.500000	0.500000	0.500022	0.500036

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยชิ้นนี้ศึกษาแนวทางเกี่ยวกับการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูล จากความรู้ทฤษฎีทางสถิติที่เกี่ยวข้องซึ่งได้แก่ Low of Large Number, The Weak Law of Large Number และ Central Limit Theorem โดยศึกษาจากกรณีศึกษาเรื่องการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน สำหรับแผนการทดลองสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomize Design : CRD) เมื่อข้อมูลเป็นแบบสมดุล (Balanced Data) โดยเสนอการพิจารณาค่าความน่าจะเป็นของค่าสมบูรณ์ผลต่างของค่าเฉลี่ยและค่าคาดหวังของทั้งค่า $\sqrt{MSE}$ และ MSE จาก แนวทางคือ

1. พิจารณารูปแบบการกระจายของกราฟ

การพิจารณาจากกราฟจะทำให้เห็นแนวโน้มและทิศทางการกระจายที่เป็นไปตามทฤษฎี ผู้วิจัยสามารถกำหนดจำนวนรอบที่เหมาะสมได้ด้วยตัวเอง สำหรับกรณีศึกษาชิ้นนี้ เมื่อพิจารณาจากกราฟ ผู้วิจัยสามารถเลือกได้ว่าต้องการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลในเรื่องที่สนใจเป็นเท่าไรนั้นขึ้นอยู่กับว่าผู้วิจัยต้องการความแม่นยำในระดับใด แต่จากการพิจารณาก็ไม่ควรต่ำกว่า 5,000 รอบ

2. กำหนดเกณฑ์เพื่อใช้ในการพิจารณา เลือกจำนวนรอบการจำลองข้อมูลที่เหมาะสมและครอบคลุมทุกกรณีที่ทำการศึกษา ต้องกำหนดเกณฑ์ในการเลือกที่ชัดเจน แล้วพิจารณาหาว่าจำนวนรอบที่น้อยที่สุดที่ทำให้ทุกกรณีศึกษาอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด สำหรับในกรณีศึกษา เสนอให้ทำการจำลองข้อมูลไม่ต่ำกว่า 14,000 รอบ เพราะจำนวนรอบดังกล่าวสามารถทำให้ค่าความน่าจะเป็นของผลต่างดังกล่าวอยู่ในเกณฑ์ต่ำกว่า 0.500100 ที่ได้กำหนดไว้

5.1 ข้อเสนอแนะ

1. โดยปกติการศึกษาทางสถิติที่เกี่ยวข้องกับการจำลองข้อมูลจะต้องมีการกำหนดจำนวนรอบในการจำลองข้อมูลไว้ล่วงหน้า แต่หลายครั้งเรามักไม่ทราบว่าควรเป็นเท่าไร ถ้าเปลี่ยนเป็นกรณีศึกษาอื่นๆ ถ้าต้องการเลือกที่จะใช้เกณฑ์ที่ได้นำเสนอไว้ในงานวิจัยนี้ เป็นแนวทางในการกำหนดจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลควรทำการสุ่มมาวิเคราะห์ เฉพาะบางกรณีที่ต้องการศึกษาก็เพียงพอแล้ว เพราะจะได้ไม่ทำให้เสียเวลามากจนเกินไป

2. การพิจารณาจำนวนรอบของการจำลองข้อมูลอาจพัฒนาในรูปแบบอื่นๆ หรือ หลักเกณฑ์อื่นได้ด้วยเช่นเดียวกัน



ภาคผนวก



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

a_2

n_8

u_40

k_9

vare_8

varet_k*vare

cycle_20000

count_1

Emse_8

Vmse_9.1428571

ERmse_2.77841

VRmse_0.280439

SSVe_0

SSVeR_0

repeat

{

t_array(rnorm(a,0,sqrt(varet)),c(a))

e_array(rnorm(a*n,0,sqrt(vare)),c(a*n))

t

e

t[1]

dim(e)_c(a,n)

#y_matrix(c(a,n))

y_array(dim=c(a,n))

for (i in 1:a)

{

for(j in 1:n)

{

y[i,j]_u+t[j]+e[i,j]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    }
}
y
    dim(y)_c(a*n)
#    write(y,file= "data1.aov" ,ncol=a*n,append=T)
y
dim(y)_c(a,n)
y
sum.y_0
ss.y_0
ss.a_0
sum.a_array(0,c(a))
SST_0
SSTrt_0
SSE_0

z1_0
z11_0
prob1_0
z2_0
z22_0
prob2_0

for(i in 1:a)
{
    for (j in 1:n)
    {
        sum.y_sum.y + y[i,j]
        ss.y_ss.y + y[i,j]^2
        sum.a[i]_sum.a[i] +y[i,j]
    }
    ss.a_ss.a+sum.a[i]^2
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

}

ss.a
sum.y
ss.y
const_sum.y^2/(a*n)
const
SST_ss.y - const
SSTrt_ss.a/n -const
SSE_SST-SSTrt
y
SST
SSTrt
SSE

MSTrt_SSTrt/(a-1)
MSE_SSE/(a*(n-1))
MSER_sqrt(MSE)
MSTrt
MSE
#write(MSE,file="mse81.aov",ncol=1,append=T)
#write(Vt.all,file="out_t81.ssc",ncol=ncolum.t,append=T)
#write(Ve.all,file="out_e81.ssc",ncol=ncolum.e,append=T)

SSVe_SSVe+MSE
MSEVe_round((SSVe/count),digits=6)
z1_round((((MSEVe-Emse)/sqrt(Vmse*count)),digits=6)
z11_abs(z1)
prob1_pnorm(z11, mean=0, sd=1)

SSVeR_SSVeR+MSER
MSVeR_round((SSVeR/count),digits=6)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
z2_round((((MSVeR-ERmse)/sqrt(VRmse*count))),digits=6)
```

```
z22_abs(z2)
```

```
prob2_pnorm(z22, mean=0, sd=1)
```

```
write(c(a,n,k,Emse,Vmse,ERmse,VRmse,MSE,SSVe,z1,prob1,SSVeR,z2,prob2,count),file="out_40.ssc",nc  
      ol=15,append=T)
```

```
if (count >=cycle)
```

```
{
```

```
  break
```

```
}
```

```
else
```

```
  count_count+1
```

```
}
```

```
MSE
```

```
SSVe
```

```
MSEVe
```

```
z1
```

```
z11
```

```
prob1
```

```
SSVeR
```

```
MSVeR
```

```
z2
```

```
z22
```

```
prob2
```

```
count
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร. ตัวแบบเชิงเส้นทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร :
วิทย์พัฒน์, 2541.

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

สุพล ดุรงค์วัฒนา. การวางแผนการทดลองขั้นสูง. เอกสารประกอบการสอนวิชาการวางแผนการ
ทดลองขั้นสูง ภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542 .

อดิศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์. การควบคุมคุณภาพ. กรุงเทพมหานคร : ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ, 2535.

ภาษาอังกฤษ

Geoffrey Grimmett and David Stirzaker, Probability and Random Process. 3rd ed., Oxford
University Press Inc, New York, 2001.

Searle, S.R., Cassella, G. and McCulloch, E.C. Variance components. New York : John
Wiley & Sons, 1992.