สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

รายงานการวิจัย

เรื่อง

โปรแกรมวิเคราะห์ค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกันด้วยสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ เมื่อประชากรมีการแจกแจงที่เหมือนกันและแตกต่างกัน

Computer Programming for Analyzing Two Independent Identical and Un-identical Populations using Nonparametric Test on the Two–sample Location Problem

RCH
QA
278 ธ
0846ป
สพหมู่.....
เลขทะเบียน 115867
วัน,เดือน,ปี -4 ก.ย. 2554

โดย

รศ.อุมาพร จันทศร

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินงบประมาณแผ่นดินประจำปีงบประมาณ 2552

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

b 12298199
i.....

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย) โปรแกรมวิเคราะห์ค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกันด้วยสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ เมื่อประชากรมีการแจกแจงที่เหมือนกันและแตกต่างกัน

(ภาษาอังกฤษ) Computer Programming for Analyzing Two Independent Identical and Un-identical Populations using Nonparametric Test on the Two–sample Location Problem

แหล่งเงิน งบประมาณแผ่นดิน
ประจำปีงบประมาณ 2552 จำนวนเงินที่ได้รับการสนับสนุน 159,000 บาท
ระยะเวลาทำการวิจัย 1 ปี ตั้งแต่ 1 ต.ค. 2551 ถึง ก.ย. 2552
รศ.อุมาพร จันทศร โทร. 02-3264111 ต่อ 6278
สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
kcumapor@kmitl.ac.th

Keywords: The wilcoxon mann whitney test ,The Fligner – Policello test, The Cramer Von Mises test, Identical distribution assumption.

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ เพื่อจัดทำโปรแกรมคำนวณทางสถิติที่ใช้ทดสอบความแตกต่างค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกัน ด้วยสถิติทดสอบWilcoxox Mann-Whitney (WMW) โดยคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับ การเหมือนกันของการแจกแจง(Identical Distribution) ดังนั้นการใช้งานจึงมี 2 ขั้นตอน คือใช้สถิติทดสอบCramer Von Mises ตรวจสอบความเหมือนกันของการแจกแจงก่อน ถ้าข้อกำหนดนี้ไม่จริง ขั้นตอนที่2 จะใช้สถิติ Fligner – Policello แทนที่สถิติ WMW ซึ่งวิธีการเช่นนี้ไม่สามารถพบได้จากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติอื่นๆ โปรแกรมนี้สามารถใช้งานได้จากเว็บไซต์ http:// www.kmitl.ac.th/stat/

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Abstract

The aim of this research is to develop the statistical software that contains statistical tests for a difference in location of two populations ;Nonparametric test Wilcoxox Mann-Whitney (WMW),when consider identical distribution assumption. Therefore , this software suggest a two-stage procedures. If the Cramer Von Mises test applied in stage 1 is significant,the Fligner – Policello test can be used in stage 2 instead of WMW test. This test procedure can not be found in other statistical software. This software can be found at website http:// www.kmitl.ac.th/stat/.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

เรื่อง		หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย		ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ		ค
บทที่ 1 บทนำ		
1.1	ความสำคัญที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย	1
1.2	วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย	2
1.3	ขอบเขตของการวิจัย	3
1.4	ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง		
2.1	การทดสอบความเหมือนกันของการแจกแจงจาก 2 ประชากร	4
2.2	การทดสอบความแตกต่างกันของค่ากลางของ 2 ประชากรที่เป็นอิสระกัน	6
2.3	การทบทวนวรรณกรรม/สารสนเทศ (information) ที่เกี่ยวข้อง	14
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัยและผลการวิจัย		
3.1	การศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เกี่ยวข้อง	16
3.2	การออกแบบและพัฒนาโปรแกรม	17
3.3	ผลการวิจัย	17
3.4	สรุปผลและข้อเสนอแนะ	23
บรรณานุกรม		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1. ความสำคัญ ที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

กระบวนการเปรียบเทียบ 2 กรรมวิธีโดยพิจารณาจากค่ากลาง มักเกิดขึ้นเสมอในแทบทุกสาขาวิชา อาทิเช่น การเปรียบเทียบผลการลดความดันโลหิตของผู้ป่วยความดันโลหิตสูง จากยาสมุนไพรไทย กับยาต่างประเทศ การเปรียบเทียบระยะทางที่วิ่งได้ของการใช้น้ำมันเบนซินกับน้ำมันแบบไบโอดีเซล หรือผลผลิตที่ได้จากการใช้ปุ๋ยเคมีหรือปุ๋ยชีวภาพ เป็นต้น ขบวนการที่จะให้คำตอบแก่การเปรียบเทียบเหล่านี้คือ ขบวนการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ ด้วยการสุ่มตัวอย่างจากแต่ละกรรมวิธีมาอย่างเป็นอิสระกัน และหาความน่าจะเป็นที่ตัวอย่างสุ่มนี้จะเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งเพื่อทดสอบ ว่ามีค่าใหญ่เพียงพอที่จะสนับสนุนสมมติฐานหรือไม่ ผลสรุปที่ได้จะคือ การยอมรับ หรือปฏิเสธ สมมติฐานที่ตั้งเพื่อทดสอบ (Null Hypothesis) ค่าความน่าจะเป็นนี้จะได้จากการแจกแจงของสถิติที่ใช้ทดสอบ ภายใต้ข้อกำหนดเบื้องต้นบางประการ เช่น สถิติทดสอบ t (t – test) มีข้อกำหนดเบื้องต้นว่า ตัวอย่าง 2 ชุดนั้นต้องถูกสุ่มมาจากประชากรแบบปกติ 2 ชุด ที่เป็นอิสระกันและก่อนที่จะใช้ก็ต้องเลือกว่าจะใช้สถิติ t แบบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากรนั้นมีค่าเท่ากัน หรือไม่เท่ากัน (1)

ในกรณีที่ข้อกำหนดเบื้องต้นของสถิติทดสอบ t ไม่เป็นจริง นักสถิติจะแนะนำให้ใช้สถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งจะมีข้อกำหนดเบื้องต้นน้อยกว่าสถิติ t เช่น สถิติทดสอบของ Wilcoxon – Mann – Whitney ที่มีข้อกำหนดเบื้องต้นว่า การแจกแจงต้องมีลักษณะต่อเนื่อง (ไม่จำเป็นต้องทราบการแจกแจง) และต้องเหมือนกันใน 2 ประชากร (Identical Distribution) (2) ถ้าข้อกำหนดเบื้องต้นเหล่านี้เป็นจริง การทดสอบนี้จะมีคุณสมบัติไม่เอนเอียง (Unbiased test) และคงเส้นคงวา (Consistent test) ข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจงที่เหมือนกันนี้ มักถูกละเลยที่จะตรวจสอบก่อนที่จะใช้สถิติ **Wilcoxon – Mann – Whitney** ทั้งที่มีสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์อีกแบบหนึ่ง คือ **Fligner – Policello** (3) ที่สามารถใช้แทนที่ได้ ในกรณีที่ข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจงที่เหมือนกัน ไม่เป็นจริง

การให้ความสำคัญแก่ข้อกำหนดเบื้องต้นของสถิติทดสอบแต่ละวิธีนั้น จะทำให้ได้การแจกแจงที่ถูกต้องของสถิติทดสอบ นั่นหมายถึง ได้ค่าความน่าจะเป็นจากตัวอย่างสุ่มที่จะเป็นไปตามสมมติฐานเพื่อทดสอบที่ถูกต้องหรือค่าที่แท้จริง ทำให้ผลการทดสอบสมมติฐานน่าเชื่อถือและนำไปประยุกต์ได้อย่างถูกต้องสำหรับประชากรที่ถูกสุ่มตัวอย่างมา

นักวิจัยมักนิยมใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ เช่น SPSS, MINITAB ในการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งการวิเคราะห์ด้วยสถิติ Wilcoxon – Mann – Whitney จากทั้ง 2 โปรแกรม ไม่มีการตรวจสอบข้อกำหนดเบื้องต้น รวมทั้งถ้าผู้วิจัยตรวจสอบเองแล้วพบว่าข้อกำหนดดังกล่าวไม่เป็นจริง ก็ไม่มีสถิติทดสอบอื่นที่จะใช้แทนที่ Wilcoxon – Mann – Whitney เลย (คือไม่มีสถิติทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Fligner – Policello) และไม่ควรที่จะกลับไปใช้สถิติทดสอบ t เพราะข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจงปกติไม่เป็นจริง รวมทั้ง SPSS จะไม่ปรับค่าซ้ำ (Correction for ties) ให้ในกรณีที่เป็น Default ของเครื่อง ยกเว้นผู้ใช้ต้องเลือกใช้ Module Exact จึงได้ค่าความน่าจะเป็นที่แท้จริง (p – value)

จากการตรวจสอบโปรแกรมสำเร็จรูปที่นิยมใช้ในปัจจุบัน คือ SPSS, MINITAB, SAS ยังไม่มีการทดสอบข้อกำหนดเบื้องต้นของสถิติทดสอบ Wilcoxon – Mann – Whitney (WMW) นอกจากนี้ SPSS คำนวณค่า WMW แบบไม่ปรับค่า ties ยกเว้นผู้ใช้ต้องเลือก Module Exact จึงจะทำการปรับค่าซ้ำให้ ซึ่งจะมีผลต่อค่าพีที่ได้ นักวิจัยจึงต้องตรวจสอบค่าข้อมูลที่ได้ก่อนว่ามีซ้ำจำนวนมากหรือไม่ ถ้ามีจำนวนมากควรเลือก Module แบบ Exact

และโปรแกรม SPSS, MINITAB, SAS ไม่มีการทดสอบของ Fligner- Pollicello ให้เลือกใช้ในกรณีที่ข้อกำหนดเบื้องต้นของ WMW ไม่เป็นจริง และไม่มีการทดสอบ Cramer Von Mises ที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าการทดสอบของ Kolmogorov – Smirnov

ดังนั้นงานวิจัยนี้ จึงจะพัฒนาโปรแกรมเพื่อใช้เปรียบเทียบ 2 กรรมวิธี (หรือ 2 ประชากรที่เป็นอิสระกัน) โดยใช้สถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ที่มีการตรวจสอบข้อกำหนดเบื้องต้นก่อนที่จะเลือกใช้สถิติทดสอบของ Wilcoxon – Mann – Whitney หรือ Fligner- Pollicello เพื่อให้ผลสรุปที่ได้ถูกต้องอย่างแท้จริง ในการนำไปกล่าวถึงกลุ่มประชากร

2. วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

วัตถุประสงค์หลักคือ พัฒนาโปรแกรมเพื่อวิเคราะห์การเปรียบเทียบค่ากลางของประชากร 2 กลุ่มแบบอิสระกัน ด้วยสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ (ที่มีข้อเด่น คือ ประชากรมีการแจกแจงแบบใด ๆ ก็ได้ไม่จำเป็นต้องมีการแจกแจงปกติ และสามารถใช้ได้กับข้อมูลที่มีมาตราวัดระดับต่ำ เช่น มาตราวัดเรียงลำดับ) โดยมีลำดับขั้นตอนดังนี้

2.1 ตรวจสอบว่าตัวอย่าง 2 ชุด ถูกสุ่มมาจากประชากรที่เหมือนกัน (Identical Distribution) ที่มีการแจกแจงต่อเนื่อง ด้วยสถิติทดสอบ Cramer Von Mises ซึ่งใช้แนวคิดจากการทดสอบของ Smirnov แต่มีประสิทธิภาพสูงกว่า

2.2 ถ้าขั้นตอนที่ 1 พบว่าสองตัวอย่างสุ่มนั้นมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกัน จะใช้สถิติทดสอบ Wilcoxon – Mann – Whitney ทดสอบความแตกต่างกันของค่ากลางของ 2 ประชากร โดยจะใช้สถิติแบบปรับค่าซ้ำ (Correction for ties) ในกรณีที่มีจำนวนซ้ำมาก ซึ่งจะทำให้ได้ค่าพี (p – value) หรือความน่าจะเป็นที่ตัวอย่างสุ่มจะเป็นไปตามสมมติฐานเบื้องต้นที่ถูกต้อง ทำให้นักวิจัยเชื่อมั่นในคำตอบได้สูง

2.3 ถ้าขั้นตอนที่ 2 พบว่าสองตัวอย่างสุ่มนั้นมาจากประชากรที่มีการแจกแจงต่างกัน จะใช้สถิติทดสอบของ Fligner- Pollicello ทดสอบความแตกต่างกันของค่ากลางของ 2 ประชากร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ขอบเขตของโครงการวิจัย

เป็นการพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติที่ใช้วิเคราะห์ความแตกต่างของค่ากลางของ 2 ประชากร แบบอิสระกัน ด้วยสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ คือ สถิติทดสอบของ Wilcoxon – Mann – Whitney หรือสถิติทดสอบของ Fligner- Pollicello

4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ทำให้ได้โปรแกรมเพื่อวิเคราะห์การเปรียบเทียบค่ากลางของ 2 ประชากรที่เป็นอิสระกัน เมื่อใช้สถิติทดสอบแบบสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์โดยคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้นที่จำเป็นสำหรับสถิติทดสอบ ซึ่งจะทำให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่ถูกต้อง น่าเชื่อมั่น สามารถนำไปสรุปถึงกลุ่มประชากรได้อย่างแท้จริง

หน่วยงานที่นำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์

- สถาบันการศึกษา องค์กรเอกชน
- นักวิจัยทั่วไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.ทฤษฎี สมมติฐาน และ กรอบแนวความคิดของโครงการวิจัย

1.1 การทดสอบความเหมือนกันของการแจกแจงจาก 2 ประชากร

ในที่นี้จะใช้การทดสอบของ **Cramer Von Mises** ซึ่งยังไม่เป็นที่รู้จักแพร่หลาย รวมทั้งยังไม่มีในโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS หรือ MINITAB โดยใช้หลักการเช่นเดียวกับ Kolmogorov – Smirnov ที่นักวิจัยส่วนใหญ่รู้จัก แต่ตัวสถิติทดสอบจะพิจารณาถึงความแตกต่างของการแจกแจงความถี่สะสมของ 2 ตัวอย่างที่ถูกสุ่มมาจาก 2 ประชากรในทุกค่าจากตัวอย่าง จึงทำให้มี**ประสิทธิภาพสูงกว่า**วิธีการของ Kolmogorov – Smirnov ที่พิจารณาความแตกต่างเพียงตำแหน่งเดียวที่มีค่ามากที่สุด

ดังนั้นจะกล่าวถึงการทดสอบของ Kolmogorov – Smirnov ก่อนเพื่อนำไปสู่การทดสอบของ Cramer Von Mises ในตอนท้ายดังนี้

การทดสอบของโคลโมโกรอฟ – สเมอร์นอฟ สำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่าง

(The Kolmogorov – Smirnov Two – Sample Test)

ใช้ทดสอบว่า 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน ถูกสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ โดยวัดความแตกต่างของ 2 กลุ่มตัวอย่างในแง่ของการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางหรือการกระจายหรือความเบ้ก็ได้ ส่วนมากการทดสอบในแง่นี้มักจะใช้การทดสอบสองหาง ส่วนการทดสอบหางเดียว มักจะมาจากข้อสงสัยที่ว่าค่าคะแนนจากประชากรกลุ่มหนึ่งมีแนวโน้มที่มีค่ามากกว่าค่าจากประชากรอีกกลุ่มหนึ่งหรือไม่

ถ้า 2 กลุ่มตัวอย่างนี้ถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันแล้ว การแจกแจงความถี่สะสมของทั้ง 2 กลุ่มตัวอย่าง คาดว่าควรมีค่าใกล้กัน ดังนั้น ถ้าทำการเปรียบเทียบการแจกแจงแจงความถี่สะสมของทั้ง 2 กลุ่มตัวอย่าง ณ ช่วงใด ๆ แล้ว พบว่า มีลักษณะห่างไกลกัน ย่อมหมายความว่า 2 กลุ่มตัวอย่างนี้ มาจากประชากรที่มีการแจกแจงต่างกัน ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 เมื่อพบว่ามีความแตกต่างมากพอสมควรระหว่างการแจกแจงความถี่สะสมของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มนี้

ข้อมูล

จะประกอบด้วย 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกันโดยที่ชุดที่ 1 มีขนาด m คือ $X_1, X_2, ..., X_m$ และตัวอย่างชุดที่ 2 มีขนาด n คือ $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ ให้ F(x) และ G(x) แทนฟังก์ชันการแจกแจงของ X และ Y ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อกำหนดเบื้องต้น (assumptions)

1. ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดต้องเป็นตัวอย่างสุ่ม
2. ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดต้องเป็นอิสระต่อกัน
3. มาตราวัดของข้อมูลที่ใช้อย่างน้อยต้องเป็นมาตราวัดแบบเรียงลำดับ
4. การทดสอบด้วยวิธีนี้จะให้ผลถูกต้องแน่นอน เมื่อกำหนดค่าตัวแปรสุ่ม X และ Y ต้องเป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

สมมติฐาน

$H_0: F(x) = G(x)$ สำหรับทุก ๆ ค่าของ x จาก $-\alpha$ ถึง $+\alpha$

$H_1: F(x) \neq G(x)$ สำหรับค่า x อย่างน้อย 1 ค่า

วิธีการ ก่อนอื่นหาการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสะสม (cumulative frequency distribution) ของ 2 กลุ่มตัวอย่างก่อน โดยจัดคะแนนให้เป็นช่วง (Interval) ช่วงละเท่า ๆ กัน และพยายามจัดให้มีจำนวนช่วงมากพอสมควร

ให้ $S_m(X)$ = cumulative step function จากตัวอย่างชุดที่ 1

= K/m เมื่อ K = จำนวนคะแนนซึ่งมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ X

และ $S_n(X)$ = cumulative step function จากตัวอย่างชุดที่ 2

= K/n เมื่อ K = จำนวนคะแนนซึ่งมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ Y

ในการทดสอบด้วยวิธีนี้ จะสนใจค่าความแตกต่างของ $S_m(X)$ และ $S_n(X)$ ที่ช่วง ใด ๆ ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบจะกำหนดได้ดังนี้ คือ

$$D = \text{maximum} \left| S_m(X) - S_n(X) \right|$$

การแจกแจงของค่า D สามารถหาได้ (โดย Smirnov 1948 และ Massey 1951) รวมทั้งความน่าจะเป็นซึ่งจะเกิดค่า D ภายใต้สมมติฐานเบื้องต้น ได้ถูกสร้างขึ้น

การปฏิเสธ H_0 จะกระทำเมื่อพบว่าค่า D มีค่าใหญ่ นั่นคือมีความแตกต่างอย่างมากระหว่าง cumulative frequency distribution ของ 2 กลุ่มตัวอย่าง และการตัดสินใจจะแยกตามขนาดตัวอย่างดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ก. ตัวอย่างขนาดเล็ก เมื่อ m และ n มีค่า ≤ 25 จะได้การแจกแจงสถิติทดสอบ ในกรณีการทดสอบสองหาง และทดสอบหางเดียว

ข. ตัวอย่างขนาดใหญ่ เมื่อ m และ $n > 25$ จะได้การแจกแจงสถิติทดสอบในกรณีการทดสอบสองหาง และทดสอบหางเดียว

ซึ่งรวมทุกกรณี จะมีการแจกแจง 4 กรณี จำเป็นต้องมีตารางการแจกแจงทั้ง 4 กรณี เพื่อหาค่าวิกฤต หรือหาค่าพี (เพื่อสรุปผลการทดสอบ) ทำให้ไม่สะดวกในการนำไปใช้รวมทั้งค่าสถิติที่ใช้ทดสอบจะพิจารณาเพียงตำแหน่งเดียวที่มีความแตกต่างมากที่สุด ทำให้มีประสิทธิภาพน้อยกว่าการทดสอบของ **Cramer Von Mises** ซึ่งกำหนดสถิติทดสอบคือ $T=\frac{mnS_d^2}{(m+n)^2}$ เมื่อ $S_d^2=\sum_{allx}\left[S_m(x)-S_n(x)\right]^2$ ที่พิจารณาทุกตำแหน่งของค่าจากตัวอย่าง 2 ชุด และสามารถหาการแจกแจงโดยประมาณของค่าสถิติ T ที่เป็นอิสระกับขนาดตัวอย่าง (ยกเว้นมีขนาดตัวอย่างเล็กมาก) พบว่า เมื่อใช้การทดสอบสองหางที่ระดับนัยสำคัญ 5% อาณาเขตวิกฤติคือ T ที่มากกว่า 0.461 และที่ระดับนัยสำคัญ 1% อาณาเขตวิกฤติคือ T ที่มากกว่า 0.743

ดังนั้นการทดสอบของ **Cramer Von Mises** จึงใช้ได้ง่ายรวมทั้งมีประสิทธิภาพสูงกว่าการทดสอบของ Kolmogorov

1.2 การทดสอบความแตกต่างกันของค่ากลางของ 2 ประชากรที่เป็นอิสระกัน

ในที่นี้จะใช้การทดสอบของ **Wilcoxon– Mann - Whitney** ซึ่งเป็นที่รู้จักแพร่หลาย รวมทั้งมีในโปรแกรมสำเร็จรูปโดยทั่วไป แต่ยังมีข้อจำกัดเกี่ยวกับความเหมือนกันของการแจกแจง ในขณะที่การทดสอบของ **Fligner-Pollicello** ไม่มีข้อจำกัดนี้ จะกล่าวถึงการทดสอบทั้งสองตามลำดับดังต่อไปนี้

1.2.1 การทดสอบของWilcoxon – Mann - Whitney

(The Wilcoxon – Mann – Whitney Test)

บางครั้งเรียกว่า Mann- Whitney U Test หรือ Mann-Whitney-Wilcoxon Test โดย Wilcoxon ได้ศึกษากรณีใช้ผลรวมลำดับที่ (rank sum) เป็นตัวสถิติทดสอบ โดยที่ Mann และ Whitney ได้ชี้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวสถิติทดสอบที่เขาตั้งขึ้นกับของ Wilcoxon การทดสอบนี้นับได้ว่าเป็นการทดสอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด มักนิยมใช้เพื่อเลี่ยงการใช้การทดสอบแบบที ในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ หรือเมื่อข้อมูลมีมาตราวัดต่ำกว่าแบบอันตรภาค

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยตัวอย่างสุ่ม ด้วยค่า $X_1, X_2 \ldots X_{n_1}$ จากประชากรที่ 1 และตัวอย่างสุ่มอีก 1 ชุด ด้วยค่าสังเกต $Y_1, Y_2 \ldots Y_{n_2}$ จากประชากรที่ 2 ซึ่งเป็นอิสระ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กัน

2. ตัวอย่าง 2 ชุดนี้เป็นอิสระกัน

3. ค่าตัวแปรสุ่มมีค่าต่อเนื่อง (continuous)

4. มาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ (ordinal scale)

5. ฟังก์ชันการแจกแจง ของ 2 ประชากร ต่างกันเฉพาะค่ากลาง (ซึ่งนิยมวัดด้วย มัธยฐาน, M_X , M_Y) นั่นคือประชากรทั้ง 2 ต้องมี**การแจกแจงที่เหมือนกัน ต่างกันเฉพาะ ค่ากลางเท่านั้น**

หมายเหตุ ในทางปฏิบัติไม่จำเป็นต้องทราบว่ามีการแจกแจงแบบใด

สมมติฐาน ถ้าให้ M_X และ M_Y แทนค่ามัธยฐานของประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ อาจทำการทดสอบสองหางหรือหางเดียว ได้ดังนี้

$$H_0 : M_X = M_Y$$
$$H_1 : M_X \neq M_Y$$

หรือ $H_0 : M_X \geq M_Y$
$H_1 : M_X < M_Y$

หรือ $H_0 : M_X \leq M_Y$
$H_1 : M_X > M_Y$

สถิติที่ใช้ทดสอบ

ในที่นี้จะเสนอวิธีการของ Wilcoxon (1945) และ Mann, Whitney (1947) ซึ่งต่างก็เสนอวิธีการทดสอบของตนเอง และในที่สุดสามารถหาความสัมพันธ์ของทั้ง 2 วิธีดังต่อไปนี้

1. วิธีการของ Wilcoxon ได้ใช้แนวคิดคล้ายการทดสอบของ Wilcoxon Signed Rank Test คือใช้ผลรวมของลำดับที่ (sum of ranks or rank sum) ของตัวอย่างชุดหนึ่ง ในข้อมูลรวมทั้งหมด ($n_1 + n_2$ จำนวน) ที่ได้เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก โดยคาดว่าถ้า H_0 เป็นจริง ในข้อมูลรวมทั้งหมดนั้นค่าลำดับที่ของตัวอย่างชุดหนึ่งควรจะมีคละกันไปทั้งค่าน้อย ปานกลาง และมาก ซึ่งจะทำให้ได้ผลรวมลำดับที่ ค่าหนึ่งที่ไม่มากเกินไปหรือน้อยเกินไป แต่ถ้า H_1 เป็นจริง ค่าผลรวมของลำดับที่จากตัวอย่างชุดหนึ่งจะมีค่ามาก หรือน้อยเกินไปดังตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ามีตัวอย่างสุ่มขนาด 4 ด้วยค่าตัวแปรสุ่ม X และอีกชุดหนึ่งด้วยขนาด 5 ด้วยตัวแปรสุ่ม Y ปรากฏว่าเมื่อนำทั้ง 9 จำนวนมารวมกัน และเรียงลำดับ

และให้ S = ผลรวมของลำดับที่ของข้อมูล X ในข้อมูลรวมทั้งหมด

$$= \sum_{i=1}^{n_1} \text{Rank}(X_i)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าข้อมูลรวมทั้งหมด เมื่อนำมาเรียงลำดับแล้วได้ลำดับที่ดังนี้

	ชุดที่ 1 YYYYYXXXX	กรณีนี้จะได้ค่า	$S = 6+7+8+9 = 30$
หรือ	ชุดที่ 2 XXXXYYYYY	กรณีนี้จะได้ค่า	$S = 1+2+3+4 = 10$
หรือ	ชุดที่ 3 XYXYXYXYY	กรณีนี้จะได้ค่า	$S = 1+3+5+7 = 16$

จะพบว่าในตัวอย่างรวมชุดที่ 1 ตัวแปร X อยู่ในตอนท้ายได้ค่า S = 30 มีค่าใหญ่มากในตัวอย่างชุดนี้ น่าจะคาดเดาว่า ประชากรกลุ่ม X มีแนวโน้มที่จะมีค่ามากกว่ากลุ่ม Y

ในตัวอย่างรวมชุดที่ 2 ตัวแปร X อยู่ในตอนต้น ได้ค่า S = 10 มีค่าน้อยดังนั้น น่าจะทำให้ยอมรับ H_1 : ประชากร X มีแนวโน้มที่จะมีค่าน้อยกว่า Y

และในตัวอย่างรวมชุดที่ 3 ตัวแปร X อยู่ในลักษณะผสม (mix) กันอย่างดีกับ Y ทำให้มีลำดับที่ ทั้งค่าน้อย ปานกลาง และมาก ได้ค่า S = 16 ซึ่งมีค่าปานกลางจากตัวอย่างนี้ น่าจะทำให้เรายอมรับ H_0 : ประชากร X และ Y มีค่ามัธยฐานไม่ต่างกัน

Wilcoxon ได้สร้างตารางแสดงค่าความน่าจะเป็นของค่า S ที่น้อยหรือมากเกินไปนี้ ซึ่งสามารถใช้ตารางดังกล่าวหาค่า p-value เพื่อตัดสินใจยอมรับ H_0 หรือปฏิเสธ H_0 ได้ แต่เนื่องจากค่า S ที่เล็กที่สุด จะแตกต่างกันไปตามขนาดตัวอย่างที่สุ่มมา จึงทำให้การสร้างตารางยากขึ้น และค่อนข้างใหญ่ ทำให้ไม่สะดวกในการใช้ ในที่นี้ไม่เสนอวิธีการของ Wilcoxon โดยตรงนี้ แต่จะปรับสูตรสถิติที่ใช้ทดสอบให้สัมพันธ์กับค่า S นี้ และสอดคล้องกับวิธีของ Mann, Whitney ซึ่งจะได้เสนอในลำดับต่อไป

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ สามารถประมาณการแจกแจงของ S ด้วยการแจกแจงปกติ ดังสูตร

$$Z = \frac{(S \pm 0.5) - n_1(n_1+n_2+1)/2}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}}}$$

2. วิธีการของ Mann, Whitney มักเรียกชื่อการทดสอบของเขาทั้งสองว่า Mann-Whitney U test ซึ่งกำหนดให้ตัวสถิติ U คือ การนับจำนวนค่าสังเกตในตัวอย่างชุดหนึ่งที่นำหน้า (exceeding) แต่ละค่าสังเกตในตัวอย่างอีกชุดหนึ่งในข้อมูลที่นำมารวมกันและเรียงลำดับ การคำนวณหาค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

U สามารถทำได้ง่ายไม่จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ และวิธีการนี้ยังเป็นพื้นฐานในการหาช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานใน 2 ประชากรด้วย

ให้ $U = \sum_{i=1}^{n_1} U_i$

= ผลรวม (จำนวนค่า Y ที่น้อยกว่า หรือนำหน้า X_i ในข้อมูลรวมทั้งหมดที่เรียงลำดับแล้ว)

เช่น มีข้อมูลรวม YYYYYXXXX จะได้ $U = 5+5+5+5 = 20$

หรือ มีข้อมูลรวม XXXXYYYYY จะได้ $U = 0$

หรือ มีข้อมูลรวม XYXYXYXYY จะได้ $U = 0+1+2+3 = 6$

จะเห็นว่าค่า U ที่ใหญ่เกินไปหรือน้อยเกินไป ทำให้น่าจะเชื่อว่า H_1 เป็นจริง ในขณะที่ U ที่มีค่าปานกลางจะทำให้เชื่อว่า H_0 เป็นจริง ซึ่งจะสอดคล้องกับค่า S ของ Wilcoxon

นอกจากการนับจำนวนเพื่อหาค่า U แล้ว อาจใช้สูตรหาค่า U ดังนี้

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - S_2$$

เมื่อ S_2 = ผลรวมลำดับที่ของตัวแปร Y จากตัวอย่างขนาด n_2

ลองพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ามีตัวอย่างสุ่มชุดที่ 1 และ 2 ด้วยค่าสังเกต ดังนี้

ข้อมูล X : 110 70 53 51

ข้อมูล Y : 78 64 75 45 82

รวมทั้งหมดเข้าด้วยกัน และเรียงลำดับจะได้

45	51	53	64	70	75	78	82	110
Y	X	X	Y	X	Y	Y	Y	X

หาค่า $U = 1+1+2+5 = 9$

ถ้าใช้สูตร $U = 4\times5 + \frac{5(5+1)}{2} - (1+4+6+7+8)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

= 9

Mann-Whitney ได้สร้างตารางค่าความน่าจะเป็นเมื่อ U มีค่าต่าง ๆ ที่ค่า n_1, n_2 ต่าง ๆ กัน แต่การใช้ตารางจำเป็นต้องเลือกใช้ค่า U ที่มีค่าน้อยที่สุด เพราะค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณในตารางเป็นความน่าจะเป็นด้านซ้ายของโค้งการแจกแจง

การเลือกใช้ค่า U ที่น้อยที่สุด ให้ใช้ความสัมพันธ์

$$U' = n_1 n_2 - U$$ แล้วเลือกค่า U′ หรือ U ที่เล็กที่สุด

เช่นตัวอย่างข้างต้น U′ = 4x5-9 = 11

ดังนั้นเลือกใช้ U = 9 เป็นสถิติที่ใช้ทดสอบ

แต่การสร้างตารางการแจกแจงของค่า U จะง่ายขึ้น เนื่องจากค่าต่ำสุดของ U = 0 เสมอ

ในกรณีตัวอย่างใหญ่สามารถประมาณการแจกแจงค่า U ด้วยการแจกแจงปกติมาตรฐานได้ค่า

$$Z = \frac{U - n_1 n_2/2}{\sqrt{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)/12}}$$

3. วิธีการของ Wilcoxon และ Mann-Whitney Mann-Whitney ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสถิติที่ใช้ทดสอบของเขากับของ Wilcoxon พบว่า

ถ้าให้ $T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$

แล้วค่า T ที่ได้จะมีค่าเท่ากับค่า U นั่นเอง (สามารถทดลองจากตัวอย่างข้างต้น จะพบว่าค่า T จะเท่ากับ U ในทุกกรณี) หลักในการหาอาณาเขตวิกฤตยังคงคล้ายการพิจารณาค่า S เนื่องจากค่า T มีความสัมพันธ์ในเชิงเส้นตรงกับค่า S ดังนั้นค่า T ที่มากเกินไปหรือน้อยเกินไปจะทำให้ปฏิเสธ H_0 เพื่อยอมรับ H_1 แต่การสร้างตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นของค่า T จะง่ายขึ้น เนื่องจากค่าเล็กที่สุดของ T = 0 เสมอ

ดังนั้น สถิติที่ใช้ทดสอบคือ $T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$

เมื่อ S = ผลรวมลำดับที่ของตัวอย่างขนาด n_1 ในข้อมูลรวมทั้งหมดที่เรียงลำดับแล้ว

และ $T' = n_1 n_2 - T$

การตัดสินใจ ใช้ตารางแสดงค่าวิกฤตของสถิติที่ใช้ทดสอบ T

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณี**การทดสอบสองหาง**

จะปฏิเสธ H_0 ถ้าพบว่าค่า T น้อยเกินไป หรือใหญ่เกินไป

อาณาเขตวิกฤต คือ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

เมื่อ $W_{1-\frac{\alpha}{2}} = n_1 n_2 - W_{\frac{\alpha}{2}}$

เมื่อเป็น**การทดสอบหางเดียว ด้านน้อยกว่า** คือ $H_1 : M_X < M_Y$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ พบว่าค่า T น้อยเกินไป

อาณาเขตวิกฤต คือ $T < W_{\alpha}$

เมื่อเป็น**การทดสอบหางเดียว ด้านมากกว่า** $H_1 : M_X > M_Y$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ พบว่า T ใหญ่เกินไป

อาณาเขตวิกฤต คือ $T > W_{1-\alpha}$ เมื่อ $W_{1-\alpha} = n_1 n_2 - W_{\alpha}$

การทดสอบของ Wilcoxon- Mann- Whitney แบบมีซ้ำมาก

(The Wilcoxon – Mann – Whitney Test with ties)

ถ้าค่าข้อมูลที่เป็นลำดับที่ในกลุ่มใดๆ 2 กลุ่มนั้นมีค่า ซ้ำกันมาก อาจจัดข้อมูลใหม่เป็น ตารางแจกแจง 2 ทาง โดยแถวนอนมี 2 แถว หมายถึง 2 กลุ่มตัวอย่างที่อิสระกัน และแถวตั้งจัดเป็นค่าลำดับที่ และนับความถี่ลงเซลต่างๆ ซึ่งตารางนี้จะมีลักษณะแบบเรียงลำดับทางแถวตั้ง อาจเรียกชื่อว่าเป็น Singly ordered contingency table เช่นมีข้อมูลดังต่อไปนี้

สุ่มตัวอย่างคนไข้ 4 คน ให้ใช้ยา A และคนไข้ 3 คนใช้ยา B หลังจากเวลาผ่านไประยะหนึ่ง ประเมินผลการรักษา โดยให้ แพทย์ประเมินในระดับความพอใจ จาก 1 – 3 (1 น้อยที่สุด) ได้ข้อมูลดังนี้

ยา A	1 1 2 2	n_A = 4 จำนวน
ยา B	2 3 3	n_B = 3 จำนวน

จะพบว่าค่าข้อมูลซึ่งมีค่า 1 – 3 มีค่าซ้ำกันมาก การให้ลำดับที่ต้องใช้ค่าเฉลี่ย ของลำดับที่ โดย

ค่า 1 มีสองค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 1 และ 2 คือ 1.5

ค่า 2 มีสามค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 3, 4 และ 5 คือ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่า 3 มีสองค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 6 และ 7 คือ 6.5

จะวิเคราะห์ข้อมูลแบบตารางที่เรียกว่า Singly ordered contingency table ด้วยสถิติ Wilcoxon – Mann – Whitney แบบปรับ ties ดังนี้

จัดข้อมูลลงตารางการณ์จร 2 ทาง และบันทึกความถี่ จะได้ตารางการณ์จรดังนี้

	ผลการรักษาตามลำดับความพอใจ			ผลรวม
	1	2	3	
ยา A	2	2	0	$4 = n_A$
ยา B	0	1	2	$3 = n_B$
				$n = 7$

ถ้าพิจารณาตารางใหม่นี้ จะพบว่าสามารถใช้สถิติ χ^2 วิเคราะห์ได้ เพราะเป็นตารางการณ์จร แต่เนื่องจากขนาดตัวอย่างเล็กมาก รวมทั้งความถี่คาดหวังจะมีค่าน้อยกว่า 5 มากเกิน 20 % ของจำนวนเซลทั้งทั้งหมด การใช้ χ^2 จึงไม่เหมาะสม (ได้ค่า p – value = 0.31 ซึ่งก็ไม่พบนัยสำคัญระหว่างยาทั้งสอง)

เราสามารถใช้สถิติทดสอบของ Wilcoxon – Mann – Whitney แบบมี ties มากๆ ดังนี้

จากสูตร $$T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$$

เมื่อ S = ผลรวมลำดับที่ของยา A = 1.5+1.5+4+4 = 11

ดังนั้น $$T = 11 - \frac{4(5)}{2} = 1$$ (หรือ T = 11 เมื่อคิดจากกลุ่ม B)

ซึ่งได้ค่า p – value = 0.0857 พบว่ามีนัยสำคัญที่ระดับ α = 0.10 ซึ่งดีกว่าใช้ χ^2

เมื่อ H_0 : ยา A และ ยา B ให้การรักษา ไม่ต่างกัน

H_1 : ยา A และ ยา B ให้การรักษา ต่างกัน

หรือ H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างยาที่ใช้กับผลการรักษา

H_1 : มีความสัมพันธ์กันระหว่างยาที่ใช้กับผลการรักษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ปรับเป็นตารางการณ์จรข้างต้น จะมีเพียงทางเดียวที่เรียงลำดับ (อาจจะเป็นแนวนอน หรือแถวตั้งก็ได้) จึงเรียกว่า Singly ordered contingency table และอาจจะขยายเป็น 3 แถวนอน (หรือแถวตั้ง) ในแถวที่ไม่ได้เรียงลำดับ เช่นเป็น กรณี 3 กลุ่มตัวอย่างหรือ 4 กลุ่มตัวอย่าง และสามารถใช้สถิติทดสอบที่ใช้กับมากกว่า 2 ประชากร ได้เช่นกัน โดยใช้หลักการคำนวณ เช่นเดียวกันนี้

1.2.2 การทดสอบของ Fligner – Policello

(A Robust Rank Test for the Behrens – Fisher Problem (Fligner – Policello))

สมมุติฐาน H_0 : $M_x = M_y$

H_1 : $M_x \neq M_y$ หรือ $M_x > M_y$ หรือ $M_x < M_y$

เมื่อ M_x , M_y = ค่ากลางมัธยฐานของ 2 ประชากรที่ตัวอย่างถูกสุ่มมาอย่างเป็นอิสระกัน (ด้วยค่า $x_1,...x_m$ และ $y_1,y_2...y_n$) โดยประชากรทั้ง 2 ต้องมีลักษณะต่อเนื่องที่มีลักษณะสมมาตรกับค่ามัธยฐาน M_x และ M_y

วิธีการ ให้ P_i = จำนวนค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่าง y ที่มีค่าน้อยกว่า x_i เมื่อ $i = 1, \ldots, m$

และ Q_j = จำนวนค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่าง x ที่มีค่าน้อยกว่า y_j เมื่อ $j = 1, \ldots, n$

จะเรียก P_i และ Q_j ว่า the placement of x_i และ y_j ตามลำดับ

คำนวณค่า $\overline{P} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} P_i$ = ค่าเฉลี่ยของ the placement ของ X

$\overline{Q} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} Q_j$ = ค่าเฉลี่ยของ the placement ของ Y

กำหนดให้ $V_1 = \sum_{i=1}^{m}\left(P_i - \overline{P}\right)^2$

และ $V_2 = \sum_{j=1}^{n}\left(Q_j - \overline{Q}\right)^2$

และให้ $\hat{U} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Q_j - \sum_{i=1}^{m} P_i}{2\sqrt{V_1 + V_2 + \overline{PQ}}}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถหาการแจกแจงของสถิติ $\hat{U}$ ได้โดย M.A. Fligner และ G.E. Policello ที่นำเสนอใน Journal of the American Statistical Association, 79 (1981) : 162 – 174 และได้รับอนุญาตให้ตีพิมพ์ในหนังสือของ Hollander ในตารางที่ A.7 (การใช้ตารางนี้ต้องกำหนดให้กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็กกว่าเป็นข้อมูล y)

อาณาเขตวิกฤติ จะเป็นดังนี้

สำหรับ $H_1 : M_y > M_x$ จะปฏิเสธ H_0 ถ้า $\hat{U} \geq U_\alpha$

เมื่อ U_α ได้จาก $P_0\left(\hat{U} \geq U_0\right) \approx \alpha$

สำหรับ $H_1 : M_y < M_x$ จะปฏิเสธ H_0 ถ้า $\hat{U} \leq -U_\alpha$

และ $H_1 : M_y \neq M_x$ จะปฏิเสธ H_0 ถ้า $|\hat{U}| \geq U_{\frac{\alpha}{2}}$

การหาอาณาเขตวิกฤตดังกล่าวใช้เมื่อ $n, m \leq 12$

สำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่

พบว่าการแจกแจงของ $\hat{U}$ สามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงปกติ เมื่อ $\min(n,m) \to \infty$ การหาอาณาเขตวิกฤตในแต่ละกรณีดังกล่าวในตอนต้น สามารถแทนที่ U_α และ $U_{\frac{\alpha}{2}}$ ด้วย Z_α และ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ตามลำดับ

กรณีมี ties

ถ้ามีค่าซ้ำกันในข้อมูล $n + m$ จำนวน ให้หาค่า the placement ดังนี้

$$P_i = \text{จำนวนค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่าง y ที่มีค่าน้อยกว่า } X_i + \frac{1}{2}\left(\text{จำนวนค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่าง y ที่มีค่าเท่ากับ } X_i\right)$$

และ $$Q_j = \text{จำนวนค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่าง x ที่มีค่าน้อยกว่า } Y_j + \frac{1}{2}\left(\text{จำนวนค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่าง x ที่มีค่าเท่ากับ } Y_j\right)$$

2. การทบทวนวรรณกรรม/สารสนเทศ (information) ที่เกี่ยวข้อง

จากการตรวจสอบโปรแกรมสำเร็จรูปที่นิยมใช้ในปัจจุบัน คือ SPSS, MINITAB, SAS ยังไม่มีการทดสอบข้อกำหนดเบื้องต้นของสถิติทดสอบ Wilcoxon – Mann – Whitney (WMW) นอกจากนี้ SPSS คำนวณค่า WMW แบบไม่ปรับค่า ties ยกเว้นผู้ใช้ต้องเลือก Module Exact จึงจะทำการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปรับค่าซ้ำให้ ซึ่งจะมีผลต่อค่าพีที่ได้ นักวิจัยจึงต้องตรวจสอบค่าข้อมูลที่ได้ก่อนว่ามีซ้ำจำนวนมากหรือไม่ ถ้ามีจำนวนมากควรเลือก Module แบบ Exact

และโปรแกรม SPSS, MINITAB, SAS ไม่มีการทดสอบของ Behren Fisher ให้เลือกใช้ในกรณีที่ข้อกำหนดเบื้องต้นของ WMW ไม่เป็นจริง และไม่มีการทดสอบ Cramer Von Mises ที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าการทดสอบของ Kolmogorov – Smirnov

มีงานวิจัย Bernhard, et al ศึกษาถึงความน่าเชื่อถือของสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์แบบต่าง ๆ จากโปรแกรมสำเร็จรูปต่าง ๆ งานวิจัยของ Bergmann, Ludbrook and Spooren ศึกษาผลการวิเคราะห์ด้วยสถิติ WMW จากโปรแกรมสำเร็จรูปต่าง ๆ พบว่าได้ผลต่างกัน หรือการศึกษาของ McCullough และ Wilson พบว่าโปรแกรม Microsoft Excel 97 ให้ผลวิเคราะห์ยังไม่ถูกต้องในการวิเคราะห์การถดถอย (เชิงเส้นและไม่ใช่เชิงเส้น) การผลิตเลขสุ่ม และความน่าจะเป็นจากการแจกแจงแบบต่าง ๆ ในขณะที่นักวิจัยไทยหลายท่านศึกษาถึงผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมสำเร็จรูป ต่าง ๆ อาทิ กมล, กุศยา ที่เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการจำลองแบบข้อมูลด้วยโปรแกรม SAS และ MINITAB พบว่าสำหรับตัวอย่างขนาดเล็กจะให้ผลไม่ต่างกัน แต่ตัวอย่างใหญ่ แนะนำให้ใช้โปรแกรม SAS มากกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
วิธีการดำเนินงาน

ในการดำเนินงานสร้างโปรแกรมวิเคราะห์ค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกัน ได้แบ่งการดำเนินงานออกเป็นขั้นตอนต่างๆ คือ

3.1 การศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

3.2 การออกแบบและพัฒนาโปรแกรม

ดังรายละเอียดต่างๆ ดังนี้

3.1 การศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

โดยศึกษาโปรแกรมเพื่อสร้างโปรแกรมวิเคราะห์ค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกัน ซึ่งใช้คอมพิวเตอร์ในส่วน Hardware และ Software ดังนี้

Hardware

1. เครื่องคอมพิวเตอร์แบบ Laptop ซึ่งมีรายละเอียดตัวเครื่องดังนี้
   - Intel Core 2 Duo Processor 2.1 GHz
   - Hard disk 320 GB
   - RAM 4 GB
   -Intel GMAX3100 256 MB Shared with main memory

Software

1. ระบบปฏิบัติการ Windows 7
2. Microsoft Visual Studio 2010
3. Microsoft Excel 2010
4. Notepad++

ภาษาและระบบฐานข้อมูลที่ใช้พัฒนา

โปรแกรมจะใช้ภาษา C# ในการพัฒนาเป็นหลักซึ่งจะทำให้ง่ายในการออกแบบ Graphic User Interface (GUI) และเชื่อมโยงเข้ากับ ระบบการประมวลผลเพื่อนำไปสู่ขบวนการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

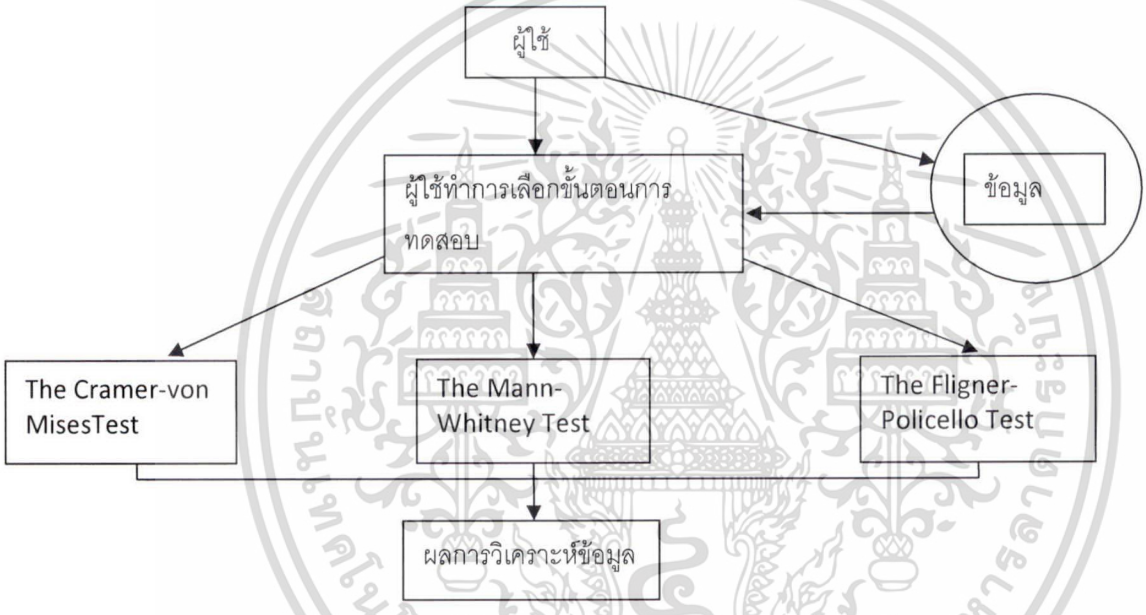
3.2 การออกแบบและพัฒนาโปรแกรม

ในการออกแบบและพัฒนาโปรแกรมมีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์และขอบเขตเพื่อให้สามารถสร้างโปรแกรมให้ได้ตามวัตถุประสงค์และมีประสิทธิภาพ

2. ออกแบบโปรแกรมให้มีความสวยงาม เป็นระเบียบ น่าสนใจ อ่านง่าย และผู้ใช้สามารถเข้าศึกษาหัวข้อต่างๆ ได้ง่าย

3. ออกแบบแผนผังการทำงาน (Flow Chart) ของโปรแกรมได้ดังนี้



โดยโปรแกรมจะแนะนำให้ผู้ใช้ เลือกใช้สถิติทดสอบCramer Von Mises ตรวจสอบความเหมือนกันของการแจกแจงก่อน ถ้าข้อกำหนดนี้ไม่จริง ขั้นตอนที่2 จะใช้สถิติ Fligner – Policello แทนที่สถิติ WMW ซึ่งสถิติทั้งสองจะใช้ตรวจสอบผลต่างค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกัน

ผลการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้คือการสร้างโปรแกรมวิเคราะห์ค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกัน โดยคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้น **เกี่ยวกับความเหมือนกันของการแจกแจง** เพื่อให้ผลสรุปที่ได้ สามารถเชื่อมั่นในคำตอบได้อย่างแท้จริง เนื่องจากการวิเคราะห์นี้ จะถูกนำไปใช้ได้ถูกต้องตามทฤษฎีทางสถิติ โปรแกรมนี้จะช่วยทำให้ผู้ใช้ได้รับความสะดวกในการเลือกวิธีทางสถิติให้ถูกต้อง รวมทั้งได้รับความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาของวิธีวิเคราะห์นั้น ๆ

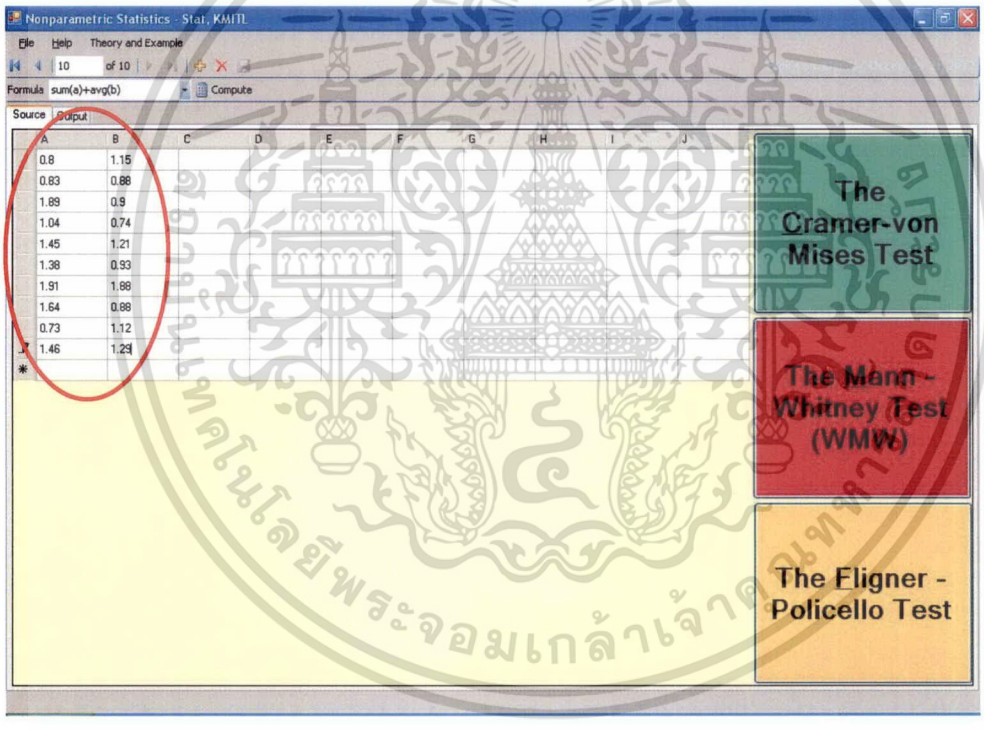
115867

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยผู้จัดทำได้เสนอเนื้อหา วิธีการ ตลอดจนตัวอย่าง ให้ผู้ใช้สามารถทำความเข้าใจด้วยตนเองก่อน โปรแกรมนี้สามารถใช้งานได้จากเว็บไซต์ http:// www.kmitl.ac.th/stat/

โปรแกรมวิเคราะห์ค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกันที่สร้างขึ้นนี้ จะมีขั้นตอนการทดสอบทางสถิติเพื่อหาผลสรุปเกี่ยวกับผลต่างของค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกัน ดังนี้

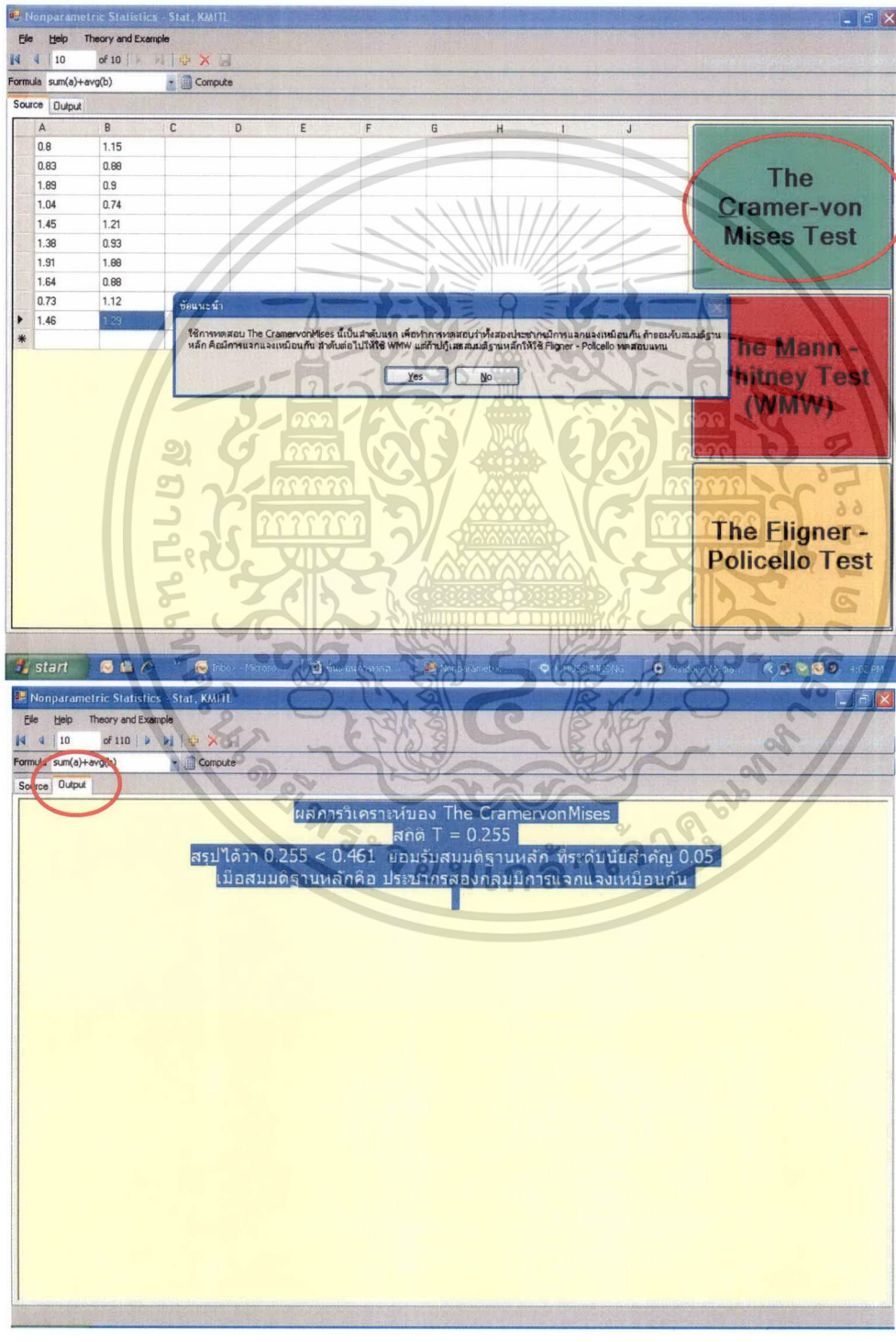
ขั้นตอนที่ 1. บันทึกค่าข้อมูลตัวอย่าง ที่สุ่มมาจากประชากรทั้งสอง ลงในคอลัมน์ A และ B ดังรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 2. ให้ใช้สถิติทดสอบCramer Von Mises ตรวจสอบความเหมือนกันของการแจกแจงเป็นอันดับแรก โดยคลิกที่ปุ่มสีเขียว เพื่อใช้การทดสอบ The Cramer-von Mises ซึ่งจะมีกล่องแนะนำขึ้นมา ว่าควรใช้เป็นลำดับแรก ให้กดปุ่ม “Yes”

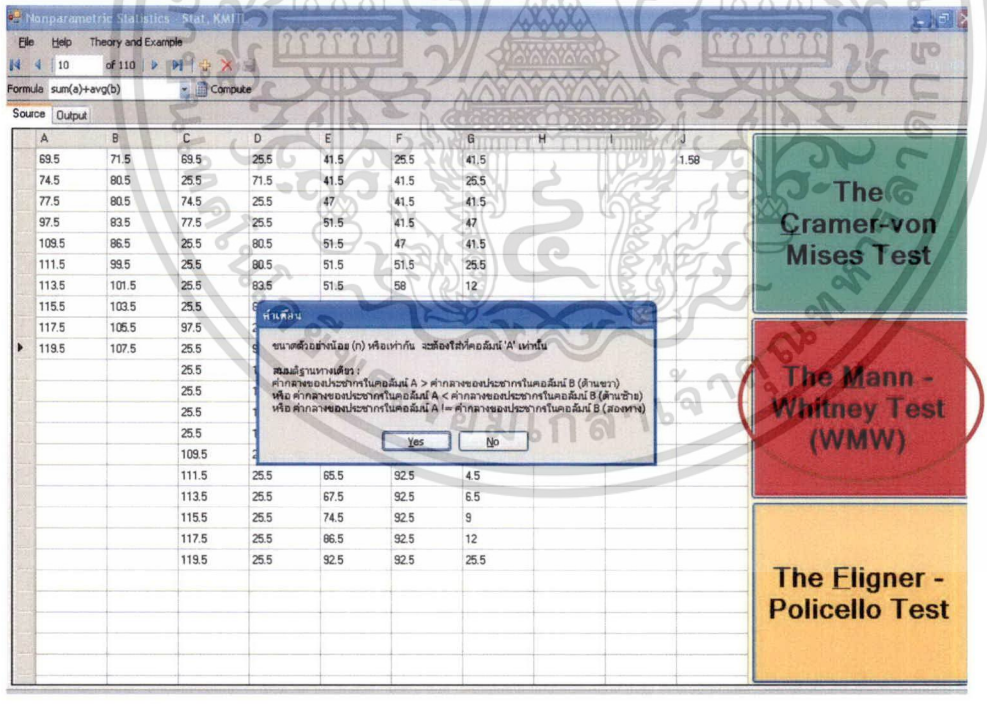
และจะได้ผลการวิเคราะห์ขึ้นมาในหน้า “output” ดังรูป



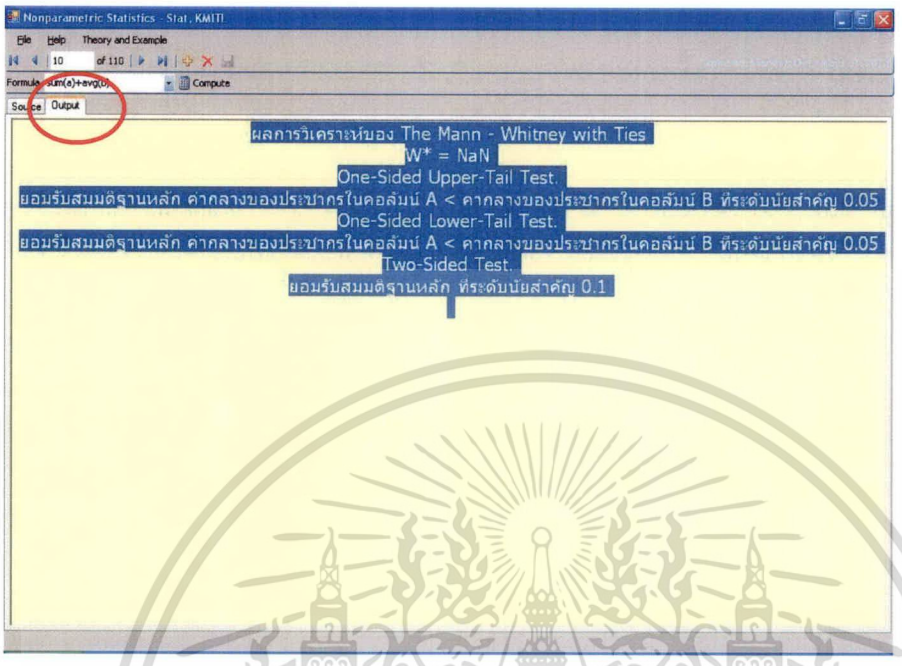
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 3. หลังจากได้ผลสรุปว่า ประชากรทั้งสองมีการแจกแจงที่เหมือนกันหรือไม่ ในขั้นที่ 2 แล้ว ต่อไปจะทำการทดสอบค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกัน โดยเลือกระหว่างสถิติ The Wilcoxon-Mann-Whitney (WMW) หรือสถิติ The Fligner – Policello เมื่อคำนึงถึงข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจงที่เหมือนกัน คือ **ควรใช้สถิติWMW เมื่อประชากรทั้งสองมีการแจกแจงที่เหมือนกัน และควรใช้สถิติ The Fligner – Policello เมื่อประชากรทั้งสองมีการแจกแจงที่ต่างกัน**

ในกรณีที่ใช้สถิติทดสอบCramer Von Mises แล้วได้ผลสรุปว่ายอมรับสมมติฐาน คือประชากรทั้งสองมีการแจกแจงที่เหมือนกัน**ควรใช้สถิติWMW** ให้ผู้ใช้ย้อนกลับไปที่หน้า source คลิกที่ปุ่มสีแดง เพื่อใช้การทดสอบ WMW จากนั้นจะมีกล่องคำเตือนขึ้นมา (ซึ่งจะแนะนำให้ผู้ใช้เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดตัวอย่างเล็กกว่า เป็นตัวอย่างจากประชากรในคอลัมน์ A และสมมติฐานทางเลือกแบบหางเดียว จะคือ “ ค่ากลางของประชากร **A มีค่ามากกว่า** ค่ากลางของประชากร B ” หรือ “ ค่ากลางของประชากร **A มีค่าน้อยกว่า** ค่ากลางของประชากร B ”)
ให้กดปุ่ม “Yes” และปุ่ม “ok” หากข้อมูลที่ใส่มีชุดตัวเลขที่ซ้ำกัน (Ties) และผลการวิเคราะห์จะขึ้นมาในหน้า “output” ดังรูป



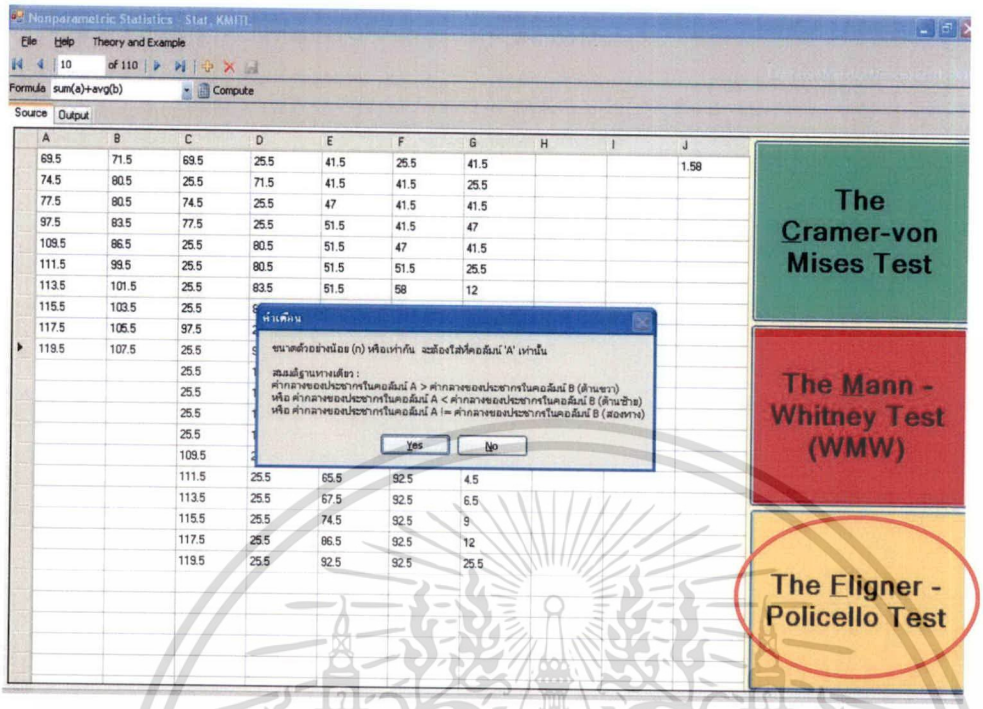
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

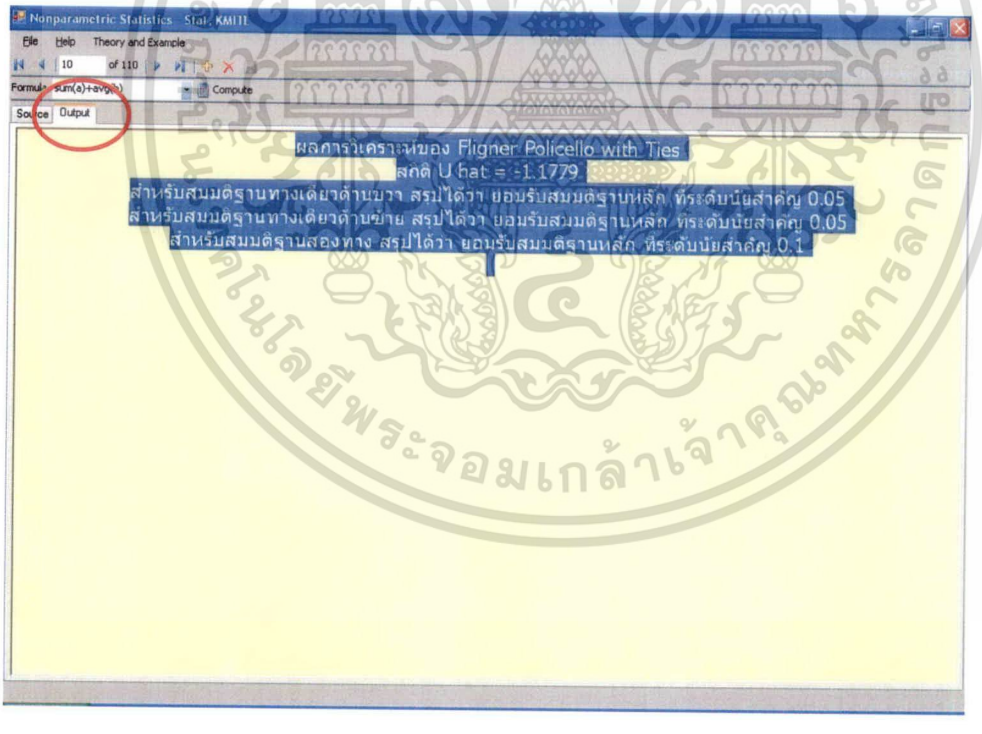


ขั้นตอนที่ 4. ในกรณีที่ใช้สถิติทดสอบCramer Von Mises แล้วได้ผลสรุปว่า ปฏิเสธสมมติฐาน คือ ประชากรทั้งสองมีการแจกแจงที่แตกต่างกันควรใช้สถิติทดสอบ The Fligner – Policello ให้ผู้ใช้ย้อนกลับไปที่หน้า source คลิกที่ปุ่มสีเหลือง เพื่อใช้การทดสอบ The Fligner – Policello จากนั้นจะมีกล่องคำเตือนขึ้นมา (ซึ่งจะแนะนำให้ผู้ใช้เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดตัวอย่างเล็กกว่า เป็นตัวอย่างจากประชากรในคอลัมน์ A และสมมติฐานทางเลือกแบบทางเดียว จะคือ " ค่ากลางของประชากร **A มีค่ามากกว่า** ค่ากลางของประชากร B " หรือ " ค่ากลางของประชากร **A มีค่าน้อยกว่า** ค่ากลางของประชากร B ")

ให้กดปุ่ม "Yes" และปุ่ม "ok" หากข้อมูลที่ใส่มีชุดตัวเลขที่ซ้ำกัน (Ties) และผลการวิเคราะห์จะขึ้นมาในหน้า "output" ดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้





เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อเสนอแนะ

สถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์เป็นสถิติที่มีข้อกำหนดเบื้องต้นน้อยกว่า สถิติทดสอบแบบใช้พารามิเตอร์ โดยมีข้อเด่นที่เป็นอิสระต่อการแจกแจง คือไม่จำเป็นต้องทราบล่วงหน้าถึงการแจกแจงของประชากรที่สุ่มตัวอย่างมา แต่มิได้หมายความว่าจะไม่มีข้อกำหนดเบื้องต้น ผู้ใช้จึงควรให้ความสำคัญแก่ข้อกำหนดนั้น โปรแกรมสำเร็จรูปโดยทั่วๆไปมักละเลยถึงข้อกำหนดเหล่านี้ ยังมีสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์อีกหลายแบบ เช่นสถิติทดสอบWilcoxon Signed Rank ที่ใช้ทดสอบความแตกต่างค่ากลางของสองประชากรแบบจับคู่ ก็มีข้อกำหนดเบื้องต้นว่า ผลต่างของค่าสังเกตจากสองประชากรแบบจับคู่นั้นต้องมีการแจกแจงที่สมมาตร จึงควรพัฒนาโปรแกรมคำนวณทางสถิติที่ให้ความสำคัญแก่ข้อกำหนดเบื้องต้นเหล่านั้น

โปรแกรมคำนวณทางสถิติที่ใช้ทดสอบความแตกต่างค่ากลางของสองประชากรที่เป็นอิสระกัน ที่จัดทำขึ้นนี้ สามารถนำไปพัฒนาต่อโดยเน้นการนำเสนอที่น่าสนใจมากยิ่งขึ้น เช่น ทำให้อยู่ในรูปเคลื่อนไหวที่สามารถสื่อให้ผู้ใช้เข้าใจได้ง่ายขึ้น เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

1. P. Sprent "Applied Nonparametric Statistical Methods" 2nd ed. Chapman & Hall 1993.
2. J.V. Deshpande, A.P. Gore,. A. Shanubhogue. "Statistical Analysis of Nonnormal Data". New Age International Publishers Limited Wiley Eastern Limited. 1995
3. Myles Hollander, Douglas A. Wolfe "Nonparametric Statistical Methods." 2nd ed. John Willey & Son, Inc, 1999.
4. James J. Higgins "Introduction to Modern Nonparametric Statistics. Thomson Brooks/cole, 2004.
5. Bernhard, G., Alle, M., Herbold, M., Meyers, W. "Investigation on the Reliability of Some Elementary Nonparametric Methods in Statistical Analysis Systems." Statistical Software Newsletter. 1988, 14, 19-26.
6. Reinhard Bergmann, John Ludbrook, and Will P.J.M. Spooren" Different Out comes of the Wilcoxon – Mann – Whitney Test From Different Packages." Journal of the American Statistician, 2000, 54, No. 1
7. พิไลวรรณ พุทธมงคล "Development of Statistical Packaged Program for Nonparametric Test" วิทยานิพนธ์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2532.
8. กิติศักดิ์ ปรัชญารักษา และคณะ "โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (เวอร์ชั่น 2) ปัญหาพิเศษ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 2544.
9. กมล บุษบา. "การรายงานค่า p-value ที่ทำให้เข้าใจผิดของโปรแกรม SPSS สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลในตารางไขว้ด้วย ไค-สแควร์" วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ธรรมศาสตร์ ปีที่ 11 ฉบับที่ 2 ก.ค. – ธ.ค. 46
10. กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์ "การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการจำลองแบบข้อมูลโดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ" การประชุมวิชาการสถิติและสถิติประยุกต์ ประจำปี 2550.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้