สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

โปรแกรมช่วยสอนวิชาความน่าจะเป็นเบื้องต้น

(Computer-Aided Instruction for Elementary Probability)

นายวีรศักดิ์ สุรพัฒน์ (MR. Veerasak Surapat)

ABSTRUCT

Computer-aided Instruction for elementary probability was developed using Authorware version 2.0, with the objective to construct the software for teaching and learning of probability in the undergraduate level. The software was divided into 6 lessons. Installation of self-testing the software was dose on the computer with Windows operation system to are there with spacing on hard disk MB as well as sound card.

บทคัดย่อ

โปรแกรมช่วยสอนวิชาความน่าจะเป็นเบื้องต้นได้พัฒนาขึ้นโดยใช้โปรแกรม Authorware version 2.0 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อใช้เป็นสื่อช่วยในการเรียนการสอนวิชาความน่าจะเป็นในระดับอุดมศึกษา เนื้อหาของบทเรียนแบ่งเป็น 6 บท ในแต่ละบทจะมีแบบฝึกหัด เพื่อให้ผู้ใช้สามารถทดสอบความรู้ด้วยตนเอง การใช้งานของโปรแกรมจะติดตั้งบนคอมพิวเตอร์ที่มีระบบปฏิบัติการ WINDOWS ที่มีหน่วยความจำบน Hard Disk MB และมี Sound Card ด้วย

คำนำ

ความน่าจะเป็น หมายถึงโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ใด ๆ มักจะมีส่วนเกี่ยวข้องและสำคัญอย่างมากในชีวิตประจำวัน เพราะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาเพื่อคาดคะเนเกี่ยวกับความไม่แน่นอนทั้งหลาย เช่น การทำนายผลการเลือกตั้งสมาชิกสภาผู้แทนราษฎร การคาดคะเนกำไรจากการดำเนินธุรกิจ การคาดคะเนจำนวนผลิตภัณฑ์ที่ไม่ได้มาตรฐานจากการผลิตในโรงงานอุตสาหกรรม การทำนายผลสำเร็จจากการทดลองใช้ยาชนิดใหม่ในการรักษาคนไข้ หรือแม้แต่ในการทำนายผลผลิตของพืชเศรษฐกิจที่ปลูกในปี 2540 และการคาดคะเนปริมาณสินค้าส่งออกในอีก 2 ปีข้างหน้า ทั้งหลายทั้งปวงล้วนอาศัย ทฤษฎีความน่าจะเป็นทั้งสิ้น จะเห็นว่าการศึกษาทฤษฎีความน่าจะเป็นดูจะเป็นประโยชน์ไม่ใช่น้อย

ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง Applied Statistics Department, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Laddkrabang.

เลขหมู่ RCIT QA 273.27 ว883ส
เลขทะเบียน 54614
วัน,เดือน,ปี 24 ส.ค. 2548
b11306701
i

ปัจจุบันวิชาความน่าจะเป็น เป็นวิชาหนึ่งในหลักสูตร ระดับปริญญาตรีของสาขาสถิติประยุกต์ นักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนวิชานี้ ได้แก่ นักศึกษาของภาควิชาสถิติประยุกต์ คณิตศาสตร์ประยุกต์ วิทยาการคอมพิวเตอร์และสาขาอื่น ๆ ในคณะวิทยาศาสตร์ นั้น หมายถึงว่า นักศึกษาเหล่านี้เมื่อสำเร็จการศึกษาไปแล้วจะเป็นนักการวางแผนที่ดีและสามารถนำเอาวิชาความรู้ด้านความน่าจะเป็นไปประยุกต์ใช้ในการทำงานทั้งในภาครัฐและเอกชน เพื่อให้เกิดผลดีในการช่วยพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้าต่อไป

อนึ่งจากประสพการณ์พบว่า การเรียนการสอนวิชาความน่าจะเป็นเบื้องต้น ในห้องเรียนไม่เพียงพอที่จะทำให้นักศึกษาเกิดความสนใจหรือพยายามทำความเข้าใจในเนื้อหาอย่างจริงจัง การผลิตสื่อช่วยสอนในวิชานี้ จะช่วยทำให้นักศึกษา หันมาสนใจและเห็นความสำคัญในการที่ทำความเข้าใจในเนื้อหา และสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและเตรียมความพร้อมในการที่จะเป็นบัณฑิตและเป็นนักวางแผนที่ดีในอนาคต วัตถุประสงค์ของงานวิจัย เพื่อสร้างโปรแกรมช่วยสอนความน่าจะเป็นเบื้องต้นที่แสดงผลเป็นภาษาไทย

อุปกรณ์และวิธีการ

1. รวบรวมเนื้อหาหลักสูตรวิชาความน่าจะเป็นเบื้องต้น ที่สอนในระดับอุดมศึกษาจากมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ของรัฐและเอกชน
2. แบ่งเนื้อหาหลักสูตรออกเป็นบทเรียนหลาย ๆ บท ในแต่ละบทเขียนโครงร่างรูปแบบบทเรียนที่จะต้องแสดงผลผ่านจอคอมพิวเตอร์ เพื่อให้นักศึกษาเรียนได้ด้วยตนเอง พร้อมทั้งร่างแบบทดสอบในท้ายบทเรียนของแต่ละบท เพื่อทบทวนความเข้าใจของผู้เรียน
3. สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ตามโครงร่างที่เขียนในข้อ 2 ด้วยภาษา Authorware โดยให้สามารถแสดงผลเป็นภาษาไทยได้ รวมทั้งภาพและเสียง
4. จัดทำคู่มือการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนความน่าจะเป็นเบื้องต้นโดยละเอียด เพื่อให้ผู้ใช้สามารถค้นคว้าด้วยตัวเอง

ผลและวิจารณ์

รูปที่ 1 แสดงหน้าต่างเริ่มต้นของโปรแกรม ส่วนรูปที่ 2 จะแสดงสารบัญของบทเรียนซึ่งมีอยู่ทั้งหมด 6 บท เริ่มต้นตั้งแต่บทที่ 1 บทเรียนสถิติเบื้องต้น เพื่อให้ผู้เรียนได้รู้ความหมายง่าย ๆ ของคำว่าสถิติและการวิเคราะห์ข้อมูลอย่างง่าย ตัวอย่างของบทเรียนบทที่ 1 ดูในรูปที่ 3 – 6 ในบท

ที่ 2 แสดงตัวอย่างบทเรียนอยู่ในรูปที่ 7 – 8 ในบทนี้จะแสดงวิธีประมาณค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของประชากรอย่างง่าย ๆ ด้วย ในบทที่ 3 จะเข้าสู่บทเรียนหลักของโปรแกรม คือ ความน่าจะเป็น (รูปที่ 9) ในบทนี้จะเริ่มต้จักกับทฤษฎีความน่าจะเป็นและการคำนวนหาความน่าจะเป็นอย่างง่าย ทั้งจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเหตุการณ์เดียว หรือหลายเหตุการณ์ (รูปที่ 11 – 12) ในบทที่ 4 เป็นบทเรียนการแจกแจงความน่าจะเป็นสำหรับข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นที่จะได้เรียนในบทนี้ได้แก่ การแจกแจงทวินามและการแจกแจงพัวซอง (รูปที่ 13 – 16) การแจกแจงความน่าจะเป็นสำหรับข้อมูลแบบต่อเนื่องแสดงอยู่ในบทเรียนที่ 5 ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สำคัญที่สุดในสาขาวิชาสถิติ ได้แก่ การแจกแจงปกติ (รูปที่ 17) ในบทนี้จะแสดงวิธีคำนวณหาพื้นที่ใต้โค้งปกติ โดยอาศัยการอ่านค่าจากตาราง ที่รวบรวมไว้ในบทเรียนที่ 6 (รูปที่ 18 – 19)

อนึ่งโปรแกรมช่วยสอนวิชาความน่าจะเป็นเบื้องต้นนี้นอกจากจะอธิบายเนื้อหาบทเรียนในแต่ละบทแล้ว ผู้เรียนยังสามารถฝึกทดสอบความรู้ที่เรียนไปในแต่ละบทด้วยแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนนั้น ๆ เช่น ในบทเรียนที่ 1 สถิติพื้นฐาน ตัวอย่างแบบฝึกหัดแสดงอยู่ในรูปที่ 20 – 22 และตัวอย่างของแบบฝึกหัดในบทเรียนที่ 3 ความน่าจะเป็น และบทเรียนที่ 4 การแจกแจงความน่าจะเป็นแสดงไว้ในรูปที่ 23 และ 24 ตามลำดับ

สรุป

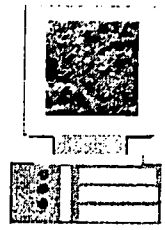
โปรแกรมช่วยสอนวิชาความน่าจะเป็นเบื้องต้นได้พัฒนาขึ้นโดยใช้โปรแกรม Authorware version 2.0 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อใช้เป็นสื่อช่วยในการเรียนการสอนวิชาความน่าจะเป็นในระดับอุดมศึกษาที่แสดงผลเป็นภาษาไทย โปรแกรมได้แบ่งเนื้อหาบทเรียนทั้งหมดเป็น 6 บท ได้แก่ สถิติเบื้องต้น ข้อมูลตัวอย่าง ความน่าจะเป็น การแจกแจงความน่าจะเป็น การแจกแจงปกติ และตาราง โปรแกรมได้ออกแบบหน้าต่างของบทเรียนในลักษณะเป็นปุ่มเลือก ซึ่งจะปรากฏในทุกหน้าของบทเรียน ผู้ใช้สามารถเลือกไปเรียนในหน้าต่อไป หรือกลับไปเรียนในหน้าที่ผ่านมา หรืออาจจะออกจากบทเรียนหนึ่งไปสู่อีกบทเรียนหนึ่งก็กระทำได้ง่าย อนึ่งในแต่ละบทเรียนจะมีแบบฝึกหัดเพื่อให้ผู้ใช้ได้ทดสอบความรู้ด้วยตนเอง เมื่อทำแบบฝึกหัดเสร็จโปรแกรมจะพิมพ์คะแนนทดสอบให้ การติดตั้งโปรแกรมกระทำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระบบปฏิบัติการ WINDOWS เนื้อที่บน Hard disk MB และควรจะมี Sound Card ด้วย

เอกสารอ้างอิง

[1] Scheaffer, Richard L., Introduction to Probability and Its Application. PWS-KENT Publishing Company, USA, 1990.

[2] Larson, Harold J., Introduction to Probability. Addison - Wesley Publishing Company, Inc., USA, 1995.

[3] Authorware Star, User Guide, Macromedia, Inc., 1992.



Computer Aided Instruction for Elementary Probability

version 1.0 year 1999 all rights reserved

by

Veerasak Surapat

Applied Statistics Department, Faculty of Science

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

Bangkok 10520, Thailand

หน้าต่อไป

รูปที่ 1 แสดงหน้าต่างเริ่มต้นของโปรแกรมช่วยสอน วิชาความน่าจะเป็นเบื้องต้น

สารบัญ

บทที่1 สถิติพื้นฐาน

บทที่2 ข้อมูลตัวอย่าง

บทที่3 ความน่าจะเป็น

บทที่4 การแจกแจงความน่าจะเป็น

บทที่5 การแจกแจงปกติ

บทที่6 ตาราง

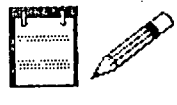
เลิกทำงาน

รูปที่ 2 แสดงหน้าต่างสารบัญของโปรแกรมที่สร้างขึ้น

บทที่ 1
สถิติเบื้องต้น

Cell Midpoint	*Frequency*	*Bar*
32.06	1	I
32.07	2	II
32.08	6	IIIIII
32.09	26	IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
32.10	25	IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
32.11	24	IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
32.12	9	IIIIIIIII
32.13	5	IIIII
32.14	2	II

รูปที่ 3 แสดงหน้าต่างเริ่มต้นของบทเรียนบทที่ 1

การรวบรวมข้อมูล 

โรงงานผลิตสวิทส์ควบคุมอุณหภูมิ
ตั้งมาตรฐานไว้ว่า

สวิทส์จะตัดการทำงานเมื่ออุณหภูมิสูงถึง 12^{0}F
(Trip Temperatures) จากการ ทดสอบสวิทส์
100 ตัว
ข้อมูลอุณหภูมิได้รวบรวมและปัดทศนิยมให้
เป็นจำนวนเต็ม ดังแสดงไว้
ในตารางที่ 1.1

Table 1.1

Trip Temperatures in °F.					
13	16	16	13	13	9
12	15	8	12	13	14
11	6	15	11	15	13
12	12	13	13	13	11
17	14	11	14	13	15
11	11	13	15	9	10
11	12	11	16	11	10
13	13	11	13	10	13
11	10	8	11	11	17
10	12	13	10	10	15
14	11	9	15	13	12
11	14	12	10	12	14
14	12	11	11	12	13
11	11	11	13	12	11
12	10	9	12	10	13
12	14	10	10	16	12
11	11	14	14		

รูปที่ 4 แสดงเนื้อหาของบทเรียนบทที่ 1 สถิติเบื้องต้น

การนำเสนอข้อมูล

เพื่อให้มองเห็นภาพของข้อมูลได้ชัดขึ้น จึงมักมีการนับจำนวนครั้งของข้อมูลที่เกิดขึ้น เช่น 6° F เกิด 1 ครั้ง 7°F ไม่เกิดเลย 8°F เกิด 2 ครั้ง เรื่อยไป ข้อมูลแสดงไว้ในตารางที่ 1.2 เรียกตารางแจกแจงความถี่ (Frequency Table)

Table 1.2 Frequency Table

°F	*Frequency*	°F	*Frequency*
6	1	12	17
7	0	13	19
8	2	14	10
9	4	15	7
10	12	16	3
11	23	17	2

รูปที่ 5 แสดงเนื้อหาของบทเรียนบทที่ 1 สถิติเบื้องต้น

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยตรง

การหาค่าเฉลี่ยและค่าการกระจาย

แม้ว่าตารางแจกแจงความถี่จะให้ภาพที่ดีในการนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยและค่าการกระจายจะทำให้การแปลความหมายข้อมูลได้ดียิ่งขึ้น ค่าเฉลี่ยแสดงค่ากึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด แต่บางครั้งค่าเฉลี่ยเพียงค่าเดียวก็ไม่เพียงพอในการแปลความหมายข้อมูลเช่น ค่าเฉลี่ยของ 1 และ 11 มีค่า 6 และค่าเฉลี่ยของ 5 และ 7 ก็มีค่า 6เช่นกัน ดังนั้นเพื่อให้สามารถอธิบายลักษณะของข้อมูลได้ละเอียดมากขึ้น จึงต้องคำนวณหาค่าการกระจายของข้อมูลด้วย ค่าการกระจายของข้อมูลที่นิยมหาคือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งมีสูตรคำนวณหาดังนี้ (ข้อมูลในตารางที่ 1.1)

ค่าเฉลี่ย (μ อ่านว่ามิว)

$$\mu = \frac{\sum X}{N} = \frac{13 + 12 + 11 + \ldots + 12}{100} = 12.09 = 12.09$$

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ อ่านว่าซิกม่า)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{(13-12.09)^2+(12-12.09)^2+\ldots+(12-12.09)^2}{100}} = 1.985$$

รูปที่ 6 แสดงเนื้อหาของบทเรียนบทที่ 1 สถิติเบื้องต้น

54614

ข้อมูลประชากร (POPULATION DATA)

หมายถึงข้อเท็จจริงที่เราวิเคราะห์ได้จากประชากร ตารางที่ 3.2 ได้มาจากตารางที่ 1.1 ในบทเรียนที่ 1 ซึ่งมีจำนวนสวิทส์ทั้งหมด 100 อัน ดังนั้น ข้อมูลประชากรได้แก่ค่าอุณภูมิที่อ่านได้ ขนาดประชากร (N = 100) และ เราคำนวณได้ ค่า

Table 3.2 Trip Temperatures in °F

13	16	16	13	13	9
12	15	8	12	13	14
11	9	15	11	15	13
12	12	13	13	13	11
12	13	11	11	13	15
11	11	13	15	9	10
11	12	13	16	11	10
13	13	11	13	10	13
11	10	8	11	11	17
10	12	13	10	10	15
14	11	9	15	13	12
11	14	12	10	12	14
11	12	13	11	12	13
11	11	11	13	12	11
12	10	9	12	10	13
12	14	10	10	16	12
11	11	14	14		

μ = 12.09 °F

σ = 1.985 °F

รูปที่ 7 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 2 ข้อมูลตัวอย่าง

ข้อมูลตัวอย่าง (SAMPLE DATA)

ถ้าเราตรวจสอบ 5 อันแรกในตารางที่ 3.2(ในกรอบสี่เหลี่ยม) จะได้ขนาดตัวอย่าง n = 5 ค่าเฉลี่ยคำนวณจาก

$$\bar{X} = \frac{\text{ผลรวมของตัวอย่าง}}{n} = \frac{13+16+16+13+13}{5}$$

$$= 14.2$$

และค่าพิสัย R คำนวณจาก

R = ข้อมูลมากที่สุด - ข้อมูลน้อยที่สุด

= 16 - 13 = 3

และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคำนวณจาก

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(13-14.2)^2+(16-14.2)^2+\ldots+(13-14.2)^2}{5-1}}$$

$$= 1.64$$

รูปที่ 8 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 2 ข้อมูลตัวอย่าง

พื้นที่ภายใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 ทฤษฎีความน่าจะเป็นกล่าวว่าผลรวมความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ทั้งหมดที่จะเป็นไปได้มีค่าเท่ากับ 1 จำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดที่จะเป็นไปได้เหล่านี้เรียกว่า probability space แทนด้วยสัญลักษณ์ S ในการโยนเหรียญหนึ่งอันจะมีสองเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นคือหัว(Head,H) และก้อย(Tail,T) ดังนั้น probability space สามารถเขียนแทนด้วย

S = [H , T]

หรือ probability space ของการโยนลูกเต๋า 1 ลูกคือ

S = [1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6]

รูปที่ 9 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 3 ความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็นอย่างง่าย

- เรามักจะใช้สัญลักษณ์อักษรตัวใหญ่แทนเหตุการณ์หนึ่งใน S ในการโยนเหรียญ เหตุการณ์ A ที่เกิด Tail (T) เขียนได้เป็น

  A = [T]

  ซึ่งเป็นเหตุการณ์หนึ่งใน S = [H , T]

  ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หนึ่งมีค่าเท่ากับจำนวนที่เกิดเหตุการณ์นั้นหารด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดใน S ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A เขียนแทนด้วย P(A) จะได้

  P(A) = 1/2

  ในการโยนลูกเต๋าหนึ่งลูก ความน่าจะเป็นที่จะเกิดหน้า 2 เขียนแทนด้วย

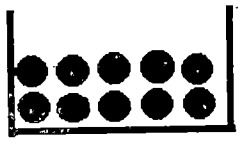
  P(A) = 1/6

  เนื่องจากหน้า 2 เป็นจำนวนเหตุการณ์เดียวที่เกิดขึ้นใน [1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6]

รูปที่ 10 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 3 ความน่าจะเป็น

ตัวอย่างที่ 3.1

กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง(R) 3 ลูกและสีน้ำเงิน(B) 7 ลูก เมื่อหยิบลูกบอลขึ้นมาจากกล่อง 1 ลูก ให้หา



a. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดง

b. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีน้ำเงิน

วิธีทำ probability space ประกอบด้วยลูกบอล 10 ลูก

S = [R R R B B B B B B B]

เมื่อ Rแทนลูกบอลสีแดง และ B แทนลูกบอลสีน้ำเงิน

a. เหตุการณ์ที่จะเกิดลูกบอลสีแดงเขียนแทนด้วย A = [R] ดังนั้น P(A) = 3/10

b. เหตุการณ์ที่จะเกิดลูกบอลสีน้ำเงิน เขียนแทนด้วย B = [B] ดังนั้น P(B) = 7/10

จากตัวอย่างสังเกตุว่า P(S) = 1 จะได้ P(A) + P(B) = 1 ดังนั้นเมื่อทราบ P(A) ก็สามารถหาค่าของ P(B) ได้โดย P(B) = 1 - P(A) = 1 - 3/10 = 7/10

รูปที่ 11 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 3 ความน่าจะเป็น

ตัวอย่างที่ 3.3 กล่องบรรจุลูกบอลสีแดง 3 ลูก ลูกบอลสีฟ้า 7 ลูก หยิบลูกบอลโดยไม่ใส่คืน ให้หา

a. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดงทั้ง 2 ลูก จากการหยิบ 2 ครั้ง

b. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีฟ้า 3 ลูก จากการหยิบ 3 ครั้ง

วิธีทำ ให้ A = [ลูกบอลสีแดงหยิบครั้งที่ 1] B = [ลูกบอลสีแดงหยิบครั้งที่ 2]

C = [ลูกบอลสีฟ้าหยิบครั้งที่ 1] D = [ลูกบอลสีฟ้าหยิบครั้งที่ 2]

E = [ลูกบอลสีฟ้าหยิบครั้งที่ 3] S = [ลูกบอล 10 ลูก ; แดง 3 , ฟ้า 7]

จะได้ P(A) = 3/10 P(B/A) = 2/9

a. P(A and B) = P(A) x P(B/A) = 3/10 x 2/9 = 0.067

b. P(C and D and E) = P(C) x (P(D/C) x P(E/C&D) = 7/10 x 6/9 x 5/8 = 0.29

รูปที่ 12 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 3 ความน่าจะเป็น

การแจกแจงทวินาม (Binomial Distribution)

ตัวอย่างการตรวจสอบสวิทส์ควบคุมอุณหภูมิ 200 อัน สมมติว่ามีสวิทส์ดี 150 อัน และไม่ดี 50 อัน สุ่มตัวอย่างสวิทส์มา 6 อัน แบบไม่แทนที่ ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะพบสวิทส์ที่ไม่ดี 4 อัน วิธีหา ใช้สูตรสำเร็จ กล่าวคือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หนึ่งเท่ากับจำนวนตัวอย่างทั้งหมดที่จะเป็นไปได้ของเหตุการณ์นั้นคูณด้วยความน่าจะเป็นที่หนึ่งในตัวอย่างเหล่านั้น จะถูกหยิบมา นั่นคือ

$$P(4) = C^{6}_{4} P(\text{B และ B และ B และ B และ G และ G})$$

เมื่อ B หมายถึงสวิทส์ไม่ดี G หมายถึงสวิทส์ดี แทนค่าจะได้

$$P(4) = \frac{6!}{4!(6-4)!} \times \frac{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 150 \times 149}{200 \times 199 \times 198 \times 197 \times 196 \times 195}$$

$$= 0.0312$$

รูปที่ 13 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 4 การแจกแจงความน่าจะเป็น

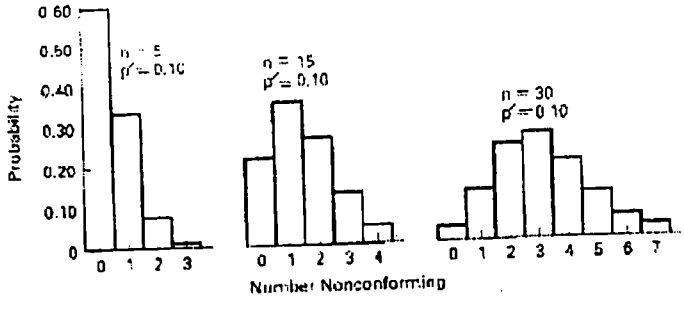


Fig7.2 Binomial Distribution for varius sample sizes when $p' = 0.10$

รูปที่ 14 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 4 การแจกแจงความน่าจะเป็น

การแจกแจงพัวซอง (Poisson Distribution)

ในสมการทวินาม p' คือสัดส่วนหรือเปอร์เซนต์ของเสีย ในการคำนวณเราต้องทราบจำนวนผลิตภัณฑ์ของประชากร และจำนวนของเสียทั้งหมดในประชากร หรือไม่ก็ต้องทราบอัตราจำนวนของเสียที่เกิดขึ้นในระหว่างการผลิต

ในบางสถานการณ์เราไม่สามารถหาค่า p' ได้เช่น โรงงานผลิตฟิลม์ถ่ายรูปตรวจพบฟอง อากาศ 6 แห่งบนตัวอย่างฟิลม์ที่ยาว 1 หลาเราไม่สามารถคำนวณค่า p' ได้ เนื่องจากฟิลม์ทั้งม้วนอาจมีจำนวนฟองอากาศไม่จำกัด แต่ในช่วงเวลาผลิตช่วงหนึ่งเราสามารถคิดคำนวณหาค่าเฉลี่ยของจำนวนฟองอากาศต่อความยาวของฟิลม์ถ่ายรูปได้

เราแทนค่าเฉลี่ยของจำนวนฟองอากาศด้วย c' (อ่านว่า c prime) การแจกแจงแบบพัวซอง จะทำให้เราสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของจำนวนข้อบกพร่องที่กำหนดให้โดยใช้สูตร

$$P(r) = \frac{c'^{\,r}\, e^{-c'}}{r!} \qquad \text{เมื่อ } e = 2.718$$

และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจง "พัวซอง" คือ $\sigma' = \sqrt{c'}$

รูปที่ 15 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 4 การแจกแจงความน่าจะเป็น

รูปที่7.5 แสดงการแจกแจงของพัวซองเมื่อค่า np_0 เปลี่ยนไป (เมื่อ $np_0 = np'$)

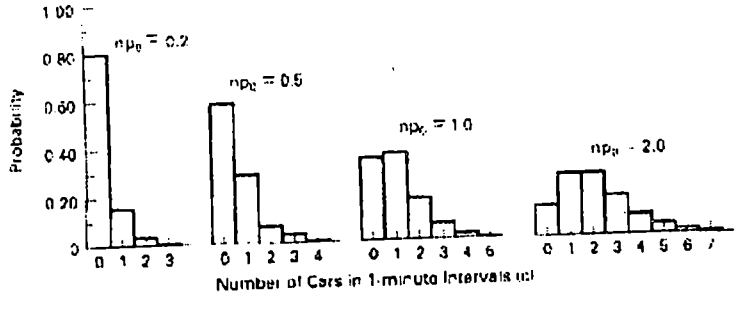


Fig7.5 Poisson Probability Distribution for varius np_0 values.

รูปที่ 16 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 4 การแจกแจงความน่าจะเป็น

การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

เป็นเส้นโค้งทางคณิตศาสตร์ บางครั้งเรียกเส้นโค้งระฆัง เส้นโค้ง Gaussian และเส้นโค้งความน่าจะเป็น มีลักษณะสมมาตรที่ค่าเฉลี่ย μ และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ (ดูรูปที่ 2.1) แม้ว่าตามทฤษฎีปลายเส้นโค้ง 2 ด้านจะต่อเลยไปจนถึงลบและบวกอินฟินีตี แต่พื้นที่ส่วนใหญ่จะอยู่ระหว่างลบสามเท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและบวกสามเท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พื้นที่ภายใต้เส้นโค้งทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1

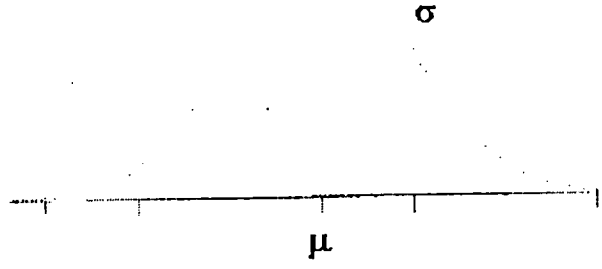


Figure 2.1 Normal Distribution

รูปที่ 17 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 5 การแจกแจงปกติ

ตัวอย่างที่ 2.4

โรงงานผลิตเพลาวัดเส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ย 0.752 นิ้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.008 นิ้ว เกณฑ์มาตรฐานของเพลากำหนดให้เป็น 0.750 $\pm$0 0.020 นิ้ว เพลาที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางใหญ่ไป สามารถนำไปแก้ไขใหม่ได้ (rework) ส่วนเพลาที่มีขนาดเล็กจะถูกคัดทิ้ง (scrap) ให้หา

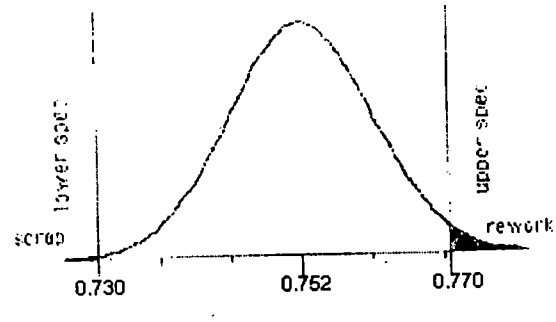
1. เปอร์เซนต์ของเพลาที่โดนคัดทิ้ง
2. เปอร์เซนต์ของเพลาที่นำไปแก้ไขใหม่
3. ค่าเฉลี่ยควรเป็นเท่าไหร่ ที่จะทำให้เพลาที่จะถูกคัดทิ้งและแก้ไขใหม่รวมกันน้อยที่สุด เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคงเดิม
4. เปอร์เซนต์ของเพลาที่นำไปแก้ไขใหม่ เมื่อค่าเฉลี่ยใช้ในข้อ 3

วิธีทำ

จากโจทย์จะได้ $\mu = 0.752$ และ $\sigma = 0.008$

คำนวณเกณฑ์มาตรฐานขั้นต่ำของเพลา = 0.750 - 0.020 = 0.730

คำนวณเกณฑ์มาตรฐานขั้นสูงของเพลา = 0.750 + 0.020 = 0.770



รูปที่ 18 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 5 การแจกแจงปกติ

1. คำนวณเปอร์เซนต์ของเพลาที่มีขนาดต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ โดยการเปลี่ยนค่าเกณฑ์ขั้นต่ำให้เป็น Z จะได้

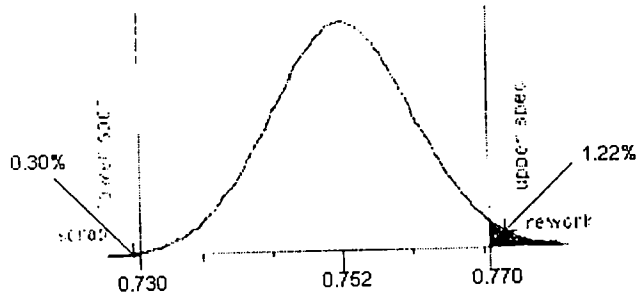
$$z = \frac{x_i - \mu}{\sigma} = \frac{0.730 - 0.752}{0.008} = -2.75$$

จากตารางที่ 1 อ่านค่าพื้นที่จาก - ∞ ถึง - 2.75 มีค่า = 0.0030 หรือ 0.30% นั้นคือเปอร์เซนต์เพลาที่โดนคัดทิ้งคือ 0.30%

2. หาเปอร์เซนต์ของเพลาที่มีขนาดมากกว่าเกณฑ์ขั้นสูง โดยการเปลี่ยนค่าเกณฑ์ขั้นสูงให้เป็นค่า Z จะได้

$$z = \frac{x_i - \mu}{\sigma} = \frac{0.770 - 0.752}{0.008} = 2.25$$

พื้นที่จาก - ∞ ถึง 2.25 มีค่า 0 9878 (จากตารางที่ 1) ดังนั้นเปอร์เซนต์ของเพลาที่ต้องนำไปแก้ไขใหม่ = 1 - 0.9878 = 0.0122 หรือ 1.22%



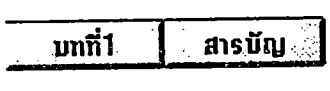
รูปที่ 19 แสดงหน้าต่างของบทเรียนที่ 5 การแจกแจงปกติ

แบบฝึกหัด บทที่ 1

กติกา

1. แบบฝึกหัดมี 5 ข้อๆละ 1 คะแนน

2. แต่ละข้อให้เวลาตอบ 1 นาที



รูปที่ 20 แสดงหน้าต่างของแบบฝึกหัดบทเรียนที่ 1 สถิติเบื้องต้น

ข้อที่ 1 สถิติ หมายถึง

1 การรวบรวมข้อมูล

2 การแปลความหมายข้อมูล

3 การนำเสนอและการวิเคราะห์ข้อมูล

4 รวมความหมาย 1 - 3

รูปที่ 21 แสดงหน้าต่างของแบบฝึกหัดบทเรียนที่ 1 สถิติเบื้องต้น

ข้อที่ 2 การนำเสนอข้อมูล กระทำได้โดยใช้

1 กราฟ

2 แผนภูมิแท่ง

3 ตาราง

4 ถูกทุกข้อ

รูปที่ 22 แสดงหน้าต่างของแบบฝึกหัดบทเรียนที่ 1 สถิติเบื้องต้น

ข้อที่ 1 ลูกบอล 10 ลูก 10 หมายเลข ให้ A, B, และ C เป็น 3 เหตุการณ์

S = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10] A = [1, 3, 5, 7, 9] B = [2, 4, 6, 8, 10] C = [1, 3, 2, 4, 6]

สุ่มลูกบอลมา 1 ลูก ให้หา

P(A หรือ B) = ?

แนะนำ A และ B เป็น mutually exclusive คือเกิดขึ้นไม่พร้อมกัน

1 5 / 10 + 5 / 10 = 1

2 4 / 10 + 4 / 10 = 8 / 10

3 3 / 10 + 3 / 10 = 6 / 10

4 ไม่มีข้อใดถูก

รูปที่ 23 แสดงหน้าต่างของแบบฝึกหัดบทเรียนที่ 3 ความน่าจะเป็น

ข้อที่ 1 พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติส่วนใหญ่จะอยู่ระหว่าง

1 $\mu \pm 1\sigma$

2 $\mu \pm 2\sigma$

3 $\mu \pm 3\sigma$

4 ไม่มีข้อใดถูก

รูปที่ 24 แสดงหน้าต่างของแบบฝึกหัดบทเรียนที่ 5 การแจกแจงปกติ