



# รายงานฉบับสมบูรณ์

## Final Report

### เทคนิคการจำลองและการปฏิสัมพันธ์ด้วยอุปกรณ์วีอาร์เพื่อการ ออกแบบและฝึกฝนด้วยคอมพิวเตอร์

### VR-based Simulation and Interaction Techniques for Computer-based Design and Training

รศ.ดร.นพพร โชติกกำธร

นาย นนทพล สมร่าง

นาย ภัทวุธ พิชัยชาญเลิศ

นาย นิติวุฒิ จิรภัทร์ชาญเดช

Assoc. Prof. Dr. Nopporn Chotikakamthorn

Mr. Nontapol Somrang

Mr. Pathawut Pichaichanleart

Mr. Nittiwut Jirapatchandej

เลขที่.....  
เลขทะเบียน..... 83912  
วัน, เดือน, ปี..... 19 ก.ย. 2551

ห้องปฏิบัติการวิจัยสื่อประสมและระบบเสมือน  
โครงการสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT)  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
กันยายน พ.ศ.2550

Multimedia and Virtual Research Laboratory  
Research Center for Communications and Information Technology  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang  
September 2007

b. 11986104  
i. ....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนจาก โครงการสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ(Research Center for Communications and Information Technology : ReCCIT) สถาบันเทคโนโลยีนานาชาติเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2550 วงเงินงบประมาณ 130,628 บาท



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Abstract

This research project is divided into two parts. The first part deals with the study and development of techniques for simulation of brittle object using haptic force feedback device. The second part is on 3D Curve Virtual Manipulation Technique using Pseudo-Physical Modeling. For the first part, a study was carried out to develop an interactive simulation of brittle object using haptic force feedback device. Based on the rigid-constraint model, the virtual object is represented as a set of point-masses connected by distance-preserving linear constraints. The drawbacks of the original method are that it takes much calculation time and is designed for graphic generation. To use the method for real-time haptic simulation, computational efficient algorithms are developed. Bounded force propagation method was developed to limit region of force propagation and reduce calculation time. Position Prediction technique was developed to predict the force feedback device end-point position. This allows time for preparing the appropriate constraints matrix before actual collision occurs. The second part of the project deals with the study and development of direct manipulation of a pseudo-physical simulation method for 3D curve manipulation. The technique uses a combination of arc-length and curvature in defining a virtual curve shape. In addition, to allow greater flexibility in manipulating a curve shape, a 3-segment curve model was also developed. Experiments were performed with this 3-segment model to evaluate the ability of the model in creating 3-D curve with a variety of shapes. The evaluation was based on an average of shape difference throughout the entire curve.

# สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	I
บทคัดย่อ	II
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์	2
1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.4 ทฤษฎีหรือกรอบแนวคิด	2
บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
2.1 การศึกษาการกระจายของแรงภายในวัตถุและการจำลองการแตกหัก	4
2.2 การศึกษาและพัฒนาเทคนิคการปรับเปลี่ยนเส้นโค้งสามมิติแบบเสมือนโดยใช้การจำลองวัตถุเชิงกายภาพเทียม	9
บทที่ 3 โมเดลการจำลองการแตกหัก	
3.1 โครงสร้างของวัตถุที่แตกหักได้	12
3.2 การจำลองการแตกหัก	13
3.2.1 การจำกัดขอบเขตการกระจายของแรง (Bounded Force Propagation)	15
3.2.2 การทำนายตำแหน่งล่วงหน้าของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (Position Prediction)	17
บทที่ 4 การศึกษาและพัฒนาเทคนิคการจำลองวัตถุ 3 มิติโดยใช้แบบจำลองทางกายภาพเทียม	
4.1 เส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ (Bezier curve)	18
4.1.1. Curve control parameter mapping	19

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
4.1.2. การคำนวณหาความยาวของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์	20
4.1.3. การคำนวณความโค้งของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์	20
4.2 การตรวจจับการชนกัน ( Collision Detection )	20
4.2.1 Line Segment-Sphere Intersection	21
4.2.2 Sphere-Sphere Intersection	22
4.3. อุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย	22
4.3.1. ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ (Cyber Glove)	22
4.3.2. อุปกรณ์ระบุตำแหน่งแบบ 6 แกน (6 Degree of freedom Tracker)	23
บทที่ 5 วิธีการทดลองและผลการทดลองสำหรับวัตถุที่แตกหักได้	
5.1 การทดลองหาค่ามวลที่เหมาะสมบริเวณขอบของวัตถุ	25
5.1.1 การทดลอง โดยใช้แรงภายนอกมากกว่าเท่าที่เท่ากับ 6 N.	26
5.1.2 การทดลอง โดยใช้แรงภายนอกมากกว่าเท่าที่เท่ากับ 3 N.	27
5.2 การทดลองหาค่า Normalize Root Mean Square Error เมื่อใช้แรงภายนอก กระทำเท่ากับ 6 N. และเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้น	28
5.3 การทดลองหาค่าแรงเฉลี่ยที่กระจายออกไป เมื่อมวลบริเวณขอบเท่ากับ 30 เท่า ของบริเวณอื่น	29
5.4 การทดลองหาระดับการกระจายแรงสูงสุดภายในเวลา 1 มิลลิวินาที สำหรับวิธีการ Bounded Force Propagation	30
5.5 การทดลองเปรียบเทียบเวลาการคำนวณการกระจายของแรงแบบคิดทั้งวัตถุ และแบบ Bounded Force Propagation	31
5.6 การทดลองเพิ่มมวลที่ขอบในแต่ละระดับของการทำ Bounded Force Propagation	32
5.6.1 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางของวัตถุ	32

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
5.6.2 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุ	34
5.6.3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุ	36
บทที่ 6 ผลการทดลองการปรับเปลี่ยนเส้นโค้งสามมิติแบบเสมือนโดยใช้การจำลองวัตถุเชิงกายภาพเทียม	
6.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองทั้งหมด	39
6.2 ผลการทดลอง	39
6.2.1 การทดลองเปรียบเทียบความแตกต่างที่เกิดขึ้นจากการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์	39
6.2.2 การเปรียบเทียบระยะเวลาในการประมวลผลระหว่างการจำลองเชิงกายภาพเทียม กับ การจำลองเชิงกายภาพ	41
6.2.3 การเปรียบเทียบระยะเวลาในการใช้งานของผู้ใช้ในการสร้างรูปทรง 1 รูป ระหว่างโปรแกรมจำลองเชิงกายภาพเทียม กับ โปรแกรม Illustrator	42
บทที่ 7 สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัยและพัฒนา	
7.1 สรุปผลการดำเนินโครงการ	44
7.2 ข้อเสนอแนะ	44
บรรณานุกรม	47

ประสิทธิภาพในการออกแบบโมเดลกราฟิก 3 มิติ ทั้งนี้เพื่อแก้ไขปัญหาคอมพิวเตอร์ที่ซับซ้อนยากต่อการใช้งานของโปรแกรมออกแบบโมเดลกราฟิก 3 มิติในปัจจุบัน ที่อาศัยการติดต่อด้วย Mouse และ WIMP Metaphor เป็นส่วนใหญ่

## 1.2 วัตถุประสงค์

1. เพื่อพัฒนาเทคนิค I/O เพื่อการติดต่อระหว่างผู้ใช้กับคอมพิวเตอร์ภายใต้ระบบเสมือนในระดับพื้นฐาน อันได้แก่เทคนิคการรู้จำท่าทางและการเคลื่อนไหวของมือ การสร้างหรือเรนเดอร์ภาพ ตลอดจนโปรโตคอลเพื่อการสื่อสารระหว่าง Virtual Environment
2. เพื่อพัฒนาเทคนิคการปฏิสัมพันธ์แบบ 3D Direct Manipulation และการจำลองกายภาพสำหรับการประยุกต์กับการใช้งานด้านการออกแบบผลิตภัณฑ์ โมเดล 3 มิติ และการฝึกฝนที่ต้องอาศัยทักษะการใช้มือ

## 1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. พัฒนาและตีพิมพ์เผยแพร่องค์ความรู้พื้นฐานด้านการเชื่อมต่อระหว่างผู้ใช้กับคอมพิวเตอร์ และการจำลองกายภาพโดยอาศัยเทคโนโลยีวีอาร์
2. เพื่อเป็นพื้นฐานในการพัฒนาโปรแกรมและระบบคอมพิวเตอร์ซึ่งอาศัยเทคนิคด้านสื่อประสมและวีอาร์ สำหรับการใช้งานด้าน Computer-aided Design and Training
3. เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาในระดับปริญญาโทของนักศึกษาในสาขาวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ

## 1.4 ทฤษฎีหรือกรอบแนวคิด

โครงการวิจัยนี้ อาศัยหลักการและทฤษฎีพื้นฐานในด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. Low-level I/O techniques for VR devices
  - Calibration and filtering of electronic glove data
  - Static and dynamic hand gesture recognition
  - Collision detection techniques
  - 3D and image-based rendering
2. High-level 3D direct manipulation techniques
  - Gesture-based HCI for virtual hand object manipulation

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- VR-based HCI for computer-based training
3. Simulation techniques
- Pseudo-physical simulation of string elements
  - Haptic physical simulation of brittle material



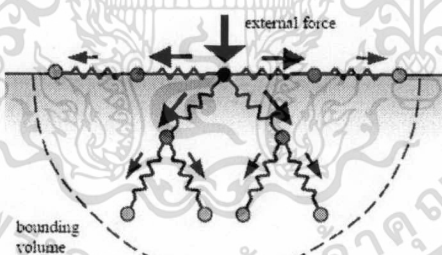
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 การศึกษาการกระจายของแรงภายในวัตถุและการจำลองการแตกหัก

K.S. Choi และคณะ[1] ได้อธิบายถึงการจำลองการโมเดลวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยใช้แมสสปริงโมเดล และวิธีการกระจายแรงเมื่อมีแรงภายนอกกระทำที่โหนดใด ๆ ไปยังโหนดต่าง ๆ โดยกำหนดจำนวนชั้นการกระจายของแรงที่จำกัด เพื่อลดเวลาในการคำนวณ แรงที่เกิดขึ้นในแต่ละโหนดประกอบไปด้วย แรงภายนอก, แรงสปริงที่เชื่อมต่อกับโหนดใกล้เคียง และแรงหน่วงที่เกิดจากความเร็วในการเคลื่อนที่ของสปริง (damping force) และแรงที่เกิดจากความเร่งของวัตถุนั้น การใช้แมสสปริงโมเดล เป็นวิธีที่ง่าย ไม่ซับซ้อน และการกำหนดจำนวนชั้นการกระจายของแรง เป็นวิธีลดการคำนวณทำให้ประสิทธิภาพการทำงานของโปรแกรมดีขึ้น ซึ่งเหมาะกับงานประเภท real time เช่น การจำลองวัตถุที่มีความยืดหยุ่นบน Web, การจำลองการการผ่าตัดเพื่อฝึกฝนนักศึกษาแพทย์ เป็นต้น

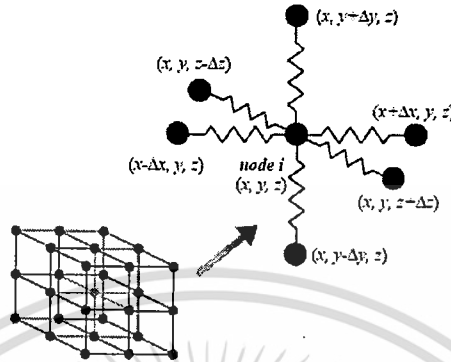


รูปที่ 2.1 การกระจายแรงโดยใช้แมสสปริงโมเดล

- สมการของแรงที่กระทำต่อระบบ

สำหรับวัตถุที่มีปริมาตรที่ถูกแบ่งเป็นโหนดและเชื่อมต่อกันด้วยสปริง แต่ละสปริงจะเป็นไปตามกฎ Hook's Law และการเคลื่อนที่ของแต่ละโหนดจะถูกหน่วงด้วย damping force ที่มีสัดส่วนตามความเร็วของแต่ละโหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 การจำลองวัตถุที่มีความยืดหยุ่นด้วย mass-spring model

จากรูปที่ 2.2 โหนด  $i$  ถูกเชื่อมต่อดังสปริงกับโหนดใกล้เคียงอีก 6 โหนด แรงทั้งหมดที่กระทำกับโหนด  $i$  เป็นผลมาจากแรงจากโหนดใกล้เคียงเหล่านี้ และแรงภายนอก  $F_i$ , พฤติกรรมของโหนด  $i$  จะเป็นตามกฎการเคลื่อนที่ของ Newton

$$m_i \frac{d^2 u_i}{dt^2} + d_i \frac{du_i}{dt} + \sum_{j \in \text{connected nodes}} \frac{k_{ij} (|r_{ij}| - l_{ij})}{|r_{ij}|} r_{ij} = F_i \quad (2.1)$$

จากสมการข้างบน  $m_i$ ,  $u_i$  และ  $d_i$  เป็นค่าของ มวล, ตำแหน่ง และ ค่า damping constant ของโหนด  $i$  และ  $r_{ij} = u_j - u_i$  เป็นเวกเตอร์จากโหนด  $i$  ไปยังโหนด  $j$ ,  $l_{ij}$  เป็นค่าความยาวของสปริงในสภาวะปกติ (Natural length) ส่วน  $u_i$  จะใช้ในแก้สมการ differential equation โดยใช้วิธีการ finite difference method คือ ให้  $\Delta t$  เป็นเวลาในแต่ละ time step, ตำแหน่งของโหนด  $i$  ที่เวลา  $t + \Delta t$  คือ  $u_i(t + \Delta t)$  ซึ่งจะถูกคำนวณโดยใช้ตำแหน่งในเวลาปัจจุบัน  $u_i(t)$  และตำแหน่งในช่วงเวลาที่ผ่านไป  $u_i(t - \Delta t)$

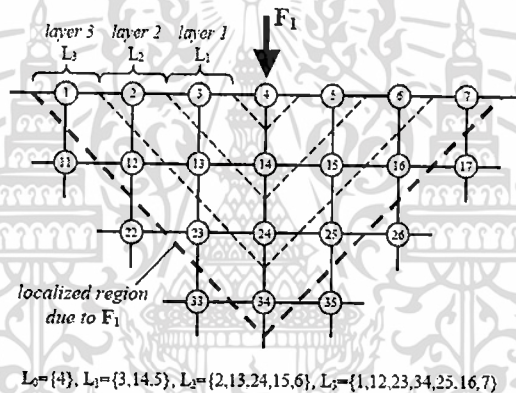
$$\frac{du}{dt} \approx \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u(t + \Delta t) - u(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.2)$$

$$\frac{d^2 u}{dt^2} \approx \frac{\Delta^2 u}{(\Delta t)^2} = \frac{u(t + \Delta t) - 2u(t) + u(t - \Delta t)}{(\Delta t)^2} \quad (2.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- การกำหนดขอบเขตกระจายของแรง

จากรูปที่ 2.3 แสดงอาร์เรย์ของโหนดใน 2 มิติ เมื่อ โหนด 4 มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากแรงภายนอก  $F_1$  , มากระทำ โหนด 4 จะเปลี่ยนตำแหน่งไปจากผลของแรง  $F_1$  , และแรงจากสปริงของโหนดใกล้เคียง (คือ 3, 4 และ 5 ในเลเยอร์ที่ 1 (layer 1)) และกระบวนการนี้จะถูกทำซ้ำสำหรับทุก ๆ โหนดในเลเยอร์ที่ 1 ตัวอย่างเช่น โหนด 3 จะเปลี่ยนตำแหน่งโดยแรงจากสปริงที่โหนด 2, 13 และ 4 และถ้าโหนดในเลเยอร์ที่ 1 เชื่อมต่อกับโหนดอื่น ๆ ในเลเยอร์ที่ 2 จะส่งผลให้โหนดเหล่านั้นมีการเปลี่ยนตำแหน่งด้วย (โหนด 2, 13, 24, 15 และ 6) และจากโหนด 4 ที่ส่งไปยังโหนดอื่นในเลเยอร์ที่มากขึ้น จะถูกลดทอนลงเนื่องจากสปริง และแรงเหล่านี้จะถูกกระจายไปยังทุก ๆ โหนดของวัตถุใน 1 time step



รูปที่ 2.3 การกระจายของแรงใน 2 มิติ ที่ความลึกเท่ากับ

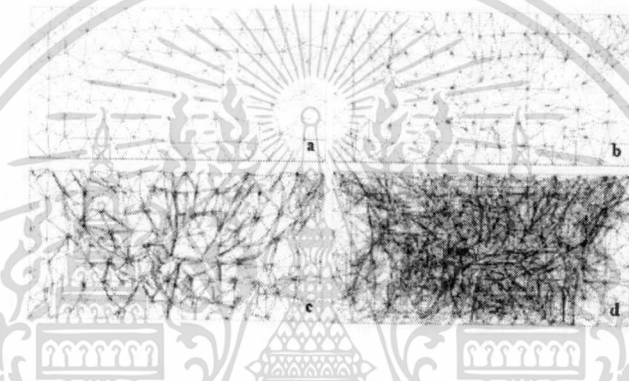
สำหรับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบไม่มาก โหนดที่อยู่ไกลมาก ๆ เราสามารถไม่สนใจได้ "penetration depth" เป็นวิธีจำกัดจำนวน เลเยอร์ของโหนดที่จะถูกกระจายแรงไป จำนวนโหนดที่ถูกกระจายแรงไป (affected nodes) เป็นไปตามสมการที่ 1.4

$$N = \frac{1}{3}(n+1)((2n^2 + 4n + 3)) \quad (2.4)$$

โดย  $n$  คือจำนวนเลเยอร์ ดังนั้นเราสามารถควบคุมความซับซ้อนของการคำนวณได้โดยการควบคุมค่า  $n$

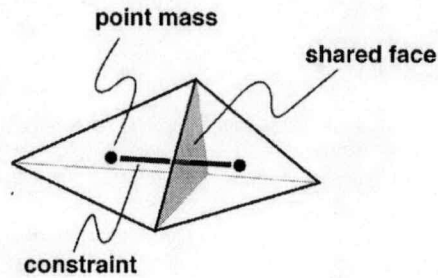
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

James F., O'Brien, Jessica K. และ Hodgins[2] ได้นำเสนอเทคนิคการจำลองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น รวมทั้งการโมเดลการแตกหักและการกระจายเส้นทางการแตกกับวัตถุ 3 มิติที่มีปริมาตร โดยใช้วิธีการไฟไนต์ เอลิเมนต์ (finite element method) วิเคราะห์ความเค้นภายในวัตถุเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ ในการจำลองนี้จะกำหนดจุดเริ่มต้นของการแตกที่เหมาะสมและทิศทางของการแตกที่ควรกระจายไป จากผลการทดลองโดยใช้วัตถุที่มีจำนวนโหนดเท่ากับ 338 โหนด 1109 เอลิเมนต์ พบว่าเวลาที่ใช้ในการจำลองการแตกหักนี้มีค่าเท่ากับ 339 วินาที ซึ่งเป็นเวลานานและไม่เหมาะกับงานแบบ real time เป็นอย่างยิ่ง



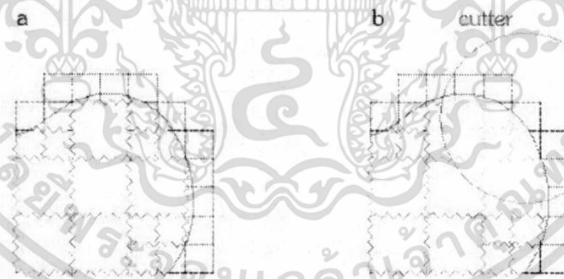
รูปที่ 2.4 พื้นผิวของวัตถุ : a พื้นผิวเริ่มต้นของวัตถุ; b พื้นผิวเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ; c เหมือน b แต่มีแรงมากขึ้น d: การแตกภายในวัตถุ แสดงเป็น wire frame

J. Smith, A. Witkin และ D. Baraff [3] ได้นำเสนอเทคนิคสำหรับการจำลองการแตกหักของวัตถุที่มีความแข็งแต่เปราะ โดยวัตถุจะประกอบไปด้วยรูปทรง tetrahedra ขึ้นเล็กๆ ต่อกันเป็นรูปทรง และตรงกลางของ tetrahedral จะถูกแทนด้วยจุดมวล เชื่อมต่อกันด้วย distance-preserving linear constraints แทนการเชื่อมต่อแบบสปริง ข้อกำหนดของวัตถุที่มีความแข็ง คือแต่ละจุดบนวัตถุที่มีความแข็งจะรักษาระยะห่างระหว่างจุดให้คงที่เสมอ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ การใช้ข้อกำหนดนี้แทนการปรับค่าความแข็งของสปริง ทำให้ลดเวลาในการคำนวณ พร้อมทั้งสามารถควบคุมคุณสมบัติของการแตกของวัตถุได้ และใช้วิธีการของ Lagrange multipliers สำหรับการคำนวณการกระจายของแรงไปยังจุดมวลต่าง ๆ และเมื่อผลลัพธ์ของแรงที่กระจายไปมากกว่าค่าแรงยึดเกาะระหว่างกันจะทำให้เกิดการแตกหักขึ้น



รูปที่ 2.5 ลักษณะการเชื่อมต่อของจุดมวลระหว่าง 2 tetrahedra

H. T. Yau และคณะ[4] นำเสนอการจำลองการฝึกหัดการกรอหินร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส โดยพื้นจะถูกสร้างจาก voxel เล็ก ๆ ประกอบขึ้นมาเป็นตัวพื้น แต่ละขอบของ voxel จะถูกแทนด้วยสปริงดังรูปที่ 2.6a เมื่ออุปกรณ์กรอหินสัมผัสกับพื้น (แทนด้วยวงกลม) แรงที่ส่งกลับมายังผู้ใช้นี้ จะเท่ากับผลรวมของแรงสปริงทั้งหมดที่ intersect กับอุปกรณ์กรอหิน ดังรูปที่ 2.6b และเมื่อแรงต้านนี้สูงพอถึงค่า ๆ หนึ่ง จะนำ voxel บริเวณที่ intersect นี้ออกไป งานวิจัยนี้ไม่ได้ใช้การคิดวิธีการกระจายของแรงภายในวัตถุเมื่อมีแรงภายนอกกระทำ จึงไม่เหมาะกับการจำลองการแตกหัก นอกจากนี้ voxel มีจำนวนมากเกินไป จะทำให้ใช้เวลาคำนวณมากขึ้นเท่านั้น

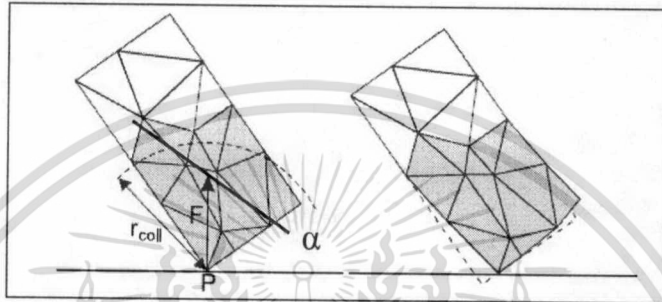


รูปที่ 2.6 การจำลองพื้นโดยใช้ voxel ร่วมกับสปริงโมเดล

Matthias Müller และคณะ[5] นำเสนอการจำลองการเปลี่ยนแปลงรูปทรงและการแตกหักของวัตถุที่มีความแข็งแบบ real-time โดยใช้วิธี Finite element โดยละเอียดแรงจากการสั่น เมื่อมีแรงภายนอกกระทำกับวัตถุ และแบ่งวัตถุออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนแรกคือส่วนที่ไม่แตกหักหรือส่วนที่อยู่ไกลออกไปจากจุดที่มีแรงภายนอกกระทำ (อยู่ภายนอกรัศมี  $r_{coll}$  ดังรูปที่ 2.7) ส่วนนี้จะเปรียบเสมือนว่าถูกยึดไว้และคำนวณการเคลื่อนที่แบบ static ส่วนที่สองคือ ส่วนที่จะแตกหัก(อยู่ในรัศมี  $r_{frac}$  ดังรูปที่ 2.7) โดยส่วนนี้จะต้องหาค่าแรงต้านจากแรงภายนอก ซึ่งจะใช้การ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

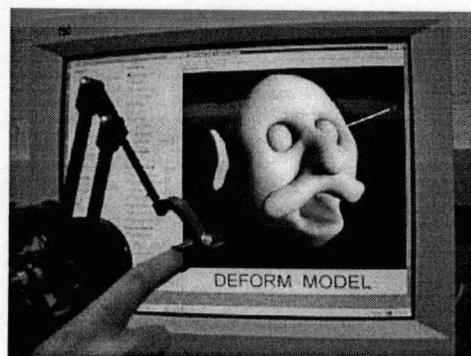
คำนวณแบบ dynamic นอกจากนี้จะสร้างเพลน  $\alpha$  ขึ้นเพื่อพิจารณาว่าวัตถุที่อยู่ภายในรัศมี  $r_{coll}$  และอยู่ด้านบนและด้านล่างของเพลนนี้จะถูกแบ่งเป็น 2 ส่วนเพื่อจำลองการแตกหัก วิธีการนี้ใช้เวลาการคำนวณที่เร็ว แต่มีข้อจำกัดคือ มีการคิดการแตกหักเฉพาะรอบ ๆ จุดที่สัมผัสโดยการชนกันแบบ real-time อาจมีการชนแบบหลายจุดได้ และความเป็น real-time จะถูกกำหนดด้วยข้อกำหนดทางกราฟิกคือ ต้องการการตอบสนองที่ 30 Hz



รูปที่ 2.7 การจำลองการแตกหักโดยกำหนดรัศมีการคำนวณที่ต้องใช้การคำนวณแบบ dynamic

## 2.2 การศึกษาและพัฒนาเทคนิคการปรับเปลี่ยนเส้นโค้งสามมิติแบบเสมือนโดยใช้การจำลองวัตถุเชิงกายภาพเทียม

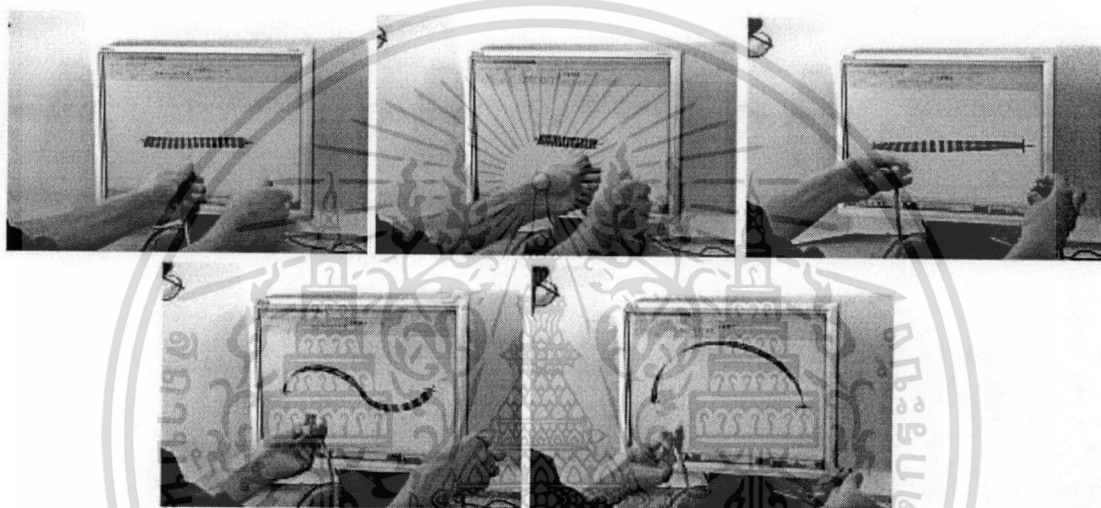
Kevin T. McDonnell, Hounq Qin และ Robert A. Wlodarczyk[6] ได้เสนอวิธีการแกะสลักดินเหนียวจำลองโดยใช้อุปกรณ์จำลองแรง (Force feedback) ที่เรียกว่า Haptics โดยวัตถุเสมือนที่สร้างขึ้นเป็นวัตถุเสมือนประเภท Volume Matrix Model ที่ให้ความสำคัญกับปริมาตรของวัตถุ และได้จำลองคุณสมบัติทางกายภาพของดินเหนียวใส่ลงไปในวัตถุเสมือน อีกทั้งยังสามารถคำนวณการสร้างวัตถุได้ในแบบเรียลไทม์ (real time) ในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของชิ้นนี้ได้ใช้คุณสมบัติของสปริงจำลอง (Virtual Spring Simulation) ใส่เข้าไปกับวัตถุเสมือนเพื่อจำลองคุณสมบัติทางกายภาพของวัตถุจริงในธรรมชาติซึ่งแตกต่างจากงานวิจัยฉบับนี้ที่ไม่ได้ใช้การจำลองคุณสมบัติทางกายภาพ



รูปที่ 2.8 แสดงการใช้งานอุปกรณ์จำลองแรงในการปรับเปลี่ยนรูปทรงของดินเหนียวจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

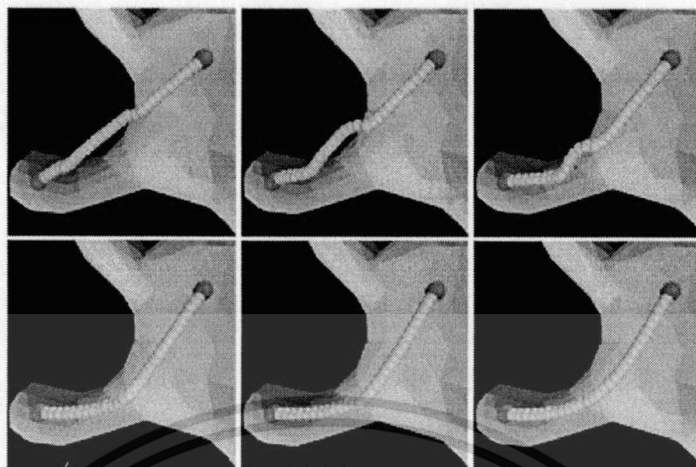
Ignacio Llamas , Alexander Powell , Jarek Rossignac และ Chris D. Shaw[7] ได้เสนอวิธีการปรับเปลี่ยนรูปทรงของวัตถุเสมือนสามมิติโดยใช้รีบบิ้นจำลองเป็นเครื่องมือ ซึ่งผู้ใช้งานจะเลือกวัตถุและตำแหน่งที่ต้องการปรับเปลี่ยนรูปทรงแล้วจึงสร้างรีบบิ้นจำลองขึ้นมาควบคุมการปรับเปลี่ยนรูปทรงของวัตถุนั้น ดังตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 2.3 อย่างไรก็ตามงานวิจัยชิ้นนี้มีข้อจำกัดนั่นก็คือ การที่จะต้องสร้างรีบบิ้นจำลองขึ้นมาก่อนทำให้ต้องเสียเวลาในการจำลองคุณสมบัติของรีบบิ้นอีกทั้ง คุณสมบัติของรีบบิ้นเองก็ยังมีข้อจำกัดอยู่ในเรื่องรูปทรง และความยาวของรีบบิ้น



รูปที่ 2.9 แสดงการควบคุมรีบบิ้นจำลอง

Wan-Chun Ma, Fu-Che Wu และ Ming Ouhyoung[8] ได้เสนอวิธีการปรับเปลี่ยนรูปทรงของวัตถุเสมือนสามมิติโดยการสร้างโครงร่าง (skeleton) ขึ้นมาใช้ในการควบคุมวัตถุเสมือนรูปทรงต่างๆได้ โดยในรูปที่ 2.10 เป็นการแสดงกระบวนการในการสร้างโครงร่างของวัตถุเสมือน อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้ไม่ได้สนใจคุณสมบัติและลักษณะของโครงร่างที่สร้างขึ้นรวมทั้งวัตถุเสมือนที่นำมาใช้ก็ไม่ได้มีคุณสมบัติทางกายภาพ จึงทำให้ผู้ใช้งานเกิดความสับสนในคุณสมบัติของโครงร่างจึงเป็นผลให้การใช้งานทำได้ยากลำบากยิ่งขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 แสดงกระบวนการในการสร้างโครงร่างของวัตถุเสมือน

อย่างไรก็ตามงานวิจัยนี้สามารถนำเทคนิคการปรับเปลี่ยนเส้นโค้งเสมือนโดยใช้การจำลองวัตถุเชิงกายภาพเทียมมาประยุกต์ใช้งานได้โดยการกำหนดคุณสมบัติให้กับโครงร่างที่สร้างขึ้นได้โดยกำหนดตามคุณสมบัติพื้นฐานของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

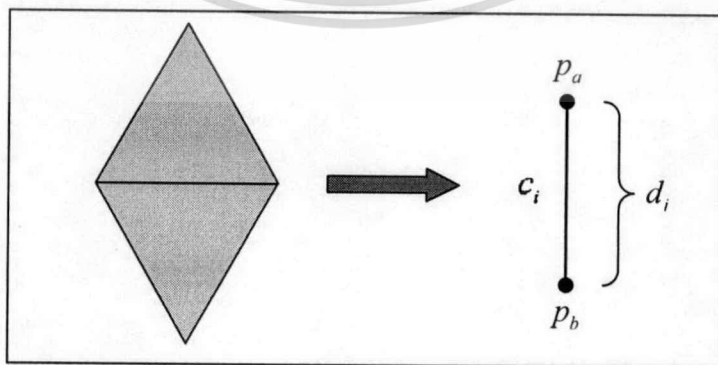
### บทที่ 3

#### โมเดลการจำลองการแตกหัก

งานวิจัยนี้เป็นการจำลองการแตกหักของวัสดุร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส โดยการจำลองการแตกหักนั้นได้ปรับปรุงวิธีการใน [3] เพราะวิธีการเดิมที่ใช้นั้น เป็นการนำไปใช้กับงานกราฟิกเท่านั้นโดยไม่มีการใช้อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสร่วมด้วย และการประมวลผลเป็นแบบ off-line และแรงที่กระทำต่อวัตถุให้มีการแตกหักเป็นแรงที่เกิดจากการโยนลูกเหล็กใส่วัตถุ ดังนั้นเราจึงพัฒนาและปรับปรุงวิธีการเดิมให้สามารถตอบสนองแบบ real-time และสามารถใช้แรงจากมือของผู้ใช้ผ่านทางอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสในการทำให้วัตถุเกิดการแตกหัก โดยการปรับปรุงโครงสร้างของวัตถุให้มีความซับซ้อนน้อยลง นอกจากนี้ยังต้องปรับปรุงอัลกอริทึมให้ใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง ด้วยวิธี Bounded Force Propagation การทำ Position Prediction และปรับปรุงอัลกอริทึมการตรวจสอบการชนกันระหว่างอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือน เพื่อเพิ่มความเร็วและเพิ่มประสิทธิภาพให้มากขึ้น ซึ่งวิธีการข้างต้น จะได้กล่าวต่อไป

#### 3.1 โครงสร้างของวัตถุที่แตกหักได้

วัตถุที่สามารถแตกหักได้ ถูกสร้างจากโพลีกอนสามเหลี่ยมขึ้นเล็ก ๆ เชื่อมต่อกันเป็นวัตถุชิ้นใหญ่ โดยแต่ละชิ้นของโพลีกอนจะถูกแทนด้วยจุดมวล (point-mass) ซึ่งถูกวางไว้ที่ตรงกลางของชิ้นโพลีกอน จุดมวลเหล่านี้จะถูกเชื่อมต่อกันด้วยตัวยึด (bond) เรียกว่า "Rigid-constraint" ซึ่งเป็นข้อกำหนดหรือตัวบังคับให้วัตถุมีสภาพคงรูปเป็นของแข็ง ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 โครงสร้างของวัตถุที่แตกหักได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$p_a$  และ  $p_b$  เป็นตำแหน่งของจุดมวลที่เชื่อมต่อกันด้วย constraint ที่  $i$  และ  $d_i$  คือขนาดความยาวของ constraint ส่วน  $c_i$  คือ rigid-constraint ค่ามวลของแต่ละจุดมวลถูกกำหนดโดยพื้นที่แต่ละชั้นของ โพลีกอนและค่าความหนาแน่นของโพลีกอนของวัตถุ ซึ่งทำให้เราสามารถควบคุมคุณสมบัติของ วัตถุได้ ส่วนค่าของแรงยึดเกาะ (bond's strength) ระหว่างกันของแต่ละชั้นของโพลีกอนนั้นก็จะมี ค่าแตกต่างกันโดยอาศัยฟังก์ชันการสุ่มของ noise and turbulence function [10] ซึ่งค่าแรงยึด เกาะนี้จะเป็นตัวชี้ว่าส่วนไหนของวัตถุจะแตก เมื่อมีแรงมากระทำ

### 3.2 การจำลองการแตกหัก

จากรูปที่ 3.1 ค่า constraint  $c_i$  สามารถแทนด้วยสมการที่ 3.1

$$c_i(p_a, p_b) = \|p_a - p_b\| - d_i$$

หรือ

$$c_i(p_a, p_b) = \left\| \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \right\| - d_i$$

(3.1)

$\mathbf{c}$  คือ เมตริกซ์ของ constraint ทั้งหมดแสดงดังสมการที่ 3.2 โดยมีขนาดเท่ากับ  $m \times 1$  โดย  $m$  คือ จำนวน constraint

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}$$

(3.2)

แรงที่กระทำกับวัตถุนี้ จะกระทำผ่านจุดมวลและกระจายไปยังจุดมวลอื่น ๆ ทั้งวัตถุ การคำนวณแรงที่กระจายไปยังส่วนต่างๆ ของวัตถุเราอาศัยวิธีการของ Lagrange multipliers ซึ่งแสดงดังสมการที่ 3.3

$$\mathbf{J}\mathbf{W}\mathbf{J}^T\lambda = -\mathbf{J}\mathbf{W}\mathbf{Q}^T$$

(3.3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 3.3 เวกเตอร์  $\lambda$  คือ ตัวคูณ (multipliers) ซึ่งเป็นตัวที่เราต้องคำนวณหาค่า ส่วน  $W$  คือ inverse matrix ของมวล ซึ่งมีขนาด  $3n \times 3n$  โดย  $n$  คือ จำนวนจุดมวลทั้งหมด และ  $Q$  คือ เวกเตอร์ของแรงภายนอกที่กระทำกับจุดมวลทั้งหมด ซึ่งมีขนาด  $3n \times 1$  และ  $J$  คือ Jacobian matrix ของ matrix  $c$  (rigid constraint) ซึ่งมีขนาด  $m \times 3n$  กำหนดสมการที่ 3.4

$$J = \frac{\partial c}{\partial p} \quad (3.4)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial c_1}{\partial x_1} & \frac{\partial c_1}{\partial y_1} & \frac{\partial c_1}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial c_1}{\partial z_n} & \frac{\partial c_1}{\partial z_n} & \frac{\partial c_1}{\partial z_n} \\ \frac{\partial c_2}{\partial x_1} & \frac{\partial c_2}{\partial y_1} & \frac{\partial c_2}{\partial z_1} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial c_m}{\partial x_1} & \frac{\partial c_m}{\partial y_1} & \frac{\partial c_m}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} \\ \frac{\partial c_m}{\partial x_1} & \frac{\partial c_m}{\partial y_1} & \frac{\partial c_m}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} \end{bmatrix}$$

โดย  $p$  คือ เวกเตอร์แสดงตำแหน่งของจุดมวล และแต่ละแถวของ  $J$  คืออนุพันธ์ของ constraint  $c$  เทียบกับตำแหน่งของจุดมวล และ matrix  $J$  จะต้องมีการอัปเดตหรือเปลี่ยนแปลงทุกครั้งเมื่อวัตถุเกิดการแตก เพราะการเชื่อมต่อของ constraint กับจุดมวลจะเปลี่ยนแปลงไป

จากสมการที่ 3.3 สามารถแก้สมการหาค่า  $\lambda$  ได้ คือ

$$\lambda = (JWJ^T)^{-1}(-JWQ^T) \quad (3.5)$$

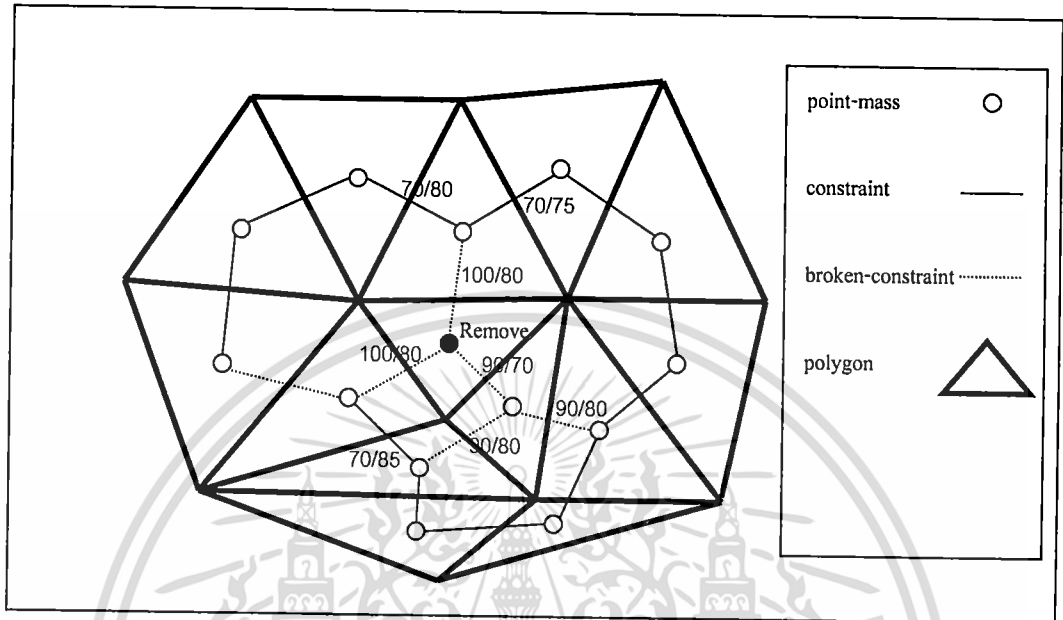
หลังจากได้ค่า  $\lambda$  แล้ว ต่อไปจะหาค่า constraint force ( $\hat{Q}$ ) หรือ ผลลัพธ์ของแรงภายนอกทั้งหมดที่ถูกกระจายไปยัง constraint ทั้งหมด เพื่อนำไปพิจารณาว่า constraint ใดสมควรจะแตกหัก ซึ่งสามารถหาได้จากสมการที่ 3.6

$$\hat{Q} = J^T \lambda \quad (3.6)$$

ในรูปที่ 3.2 ถ้า ค่า constraint force ( $\hat{Q}$ ) มากกว่า constraint strength ( $a > b$ ) จะทำให้แรง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ยึดเกาะถูกทำลายลงแทนด้วยเส้นประ และถ้าแรงยึดเกาะของจุดมวลใด ๆ ถูกทำลายลงหมด จะทำให้จุดมวลนั้นถูกทำลาย หรือโพลีกอนนั้นแตก แสดงดังวงกลมทึบ



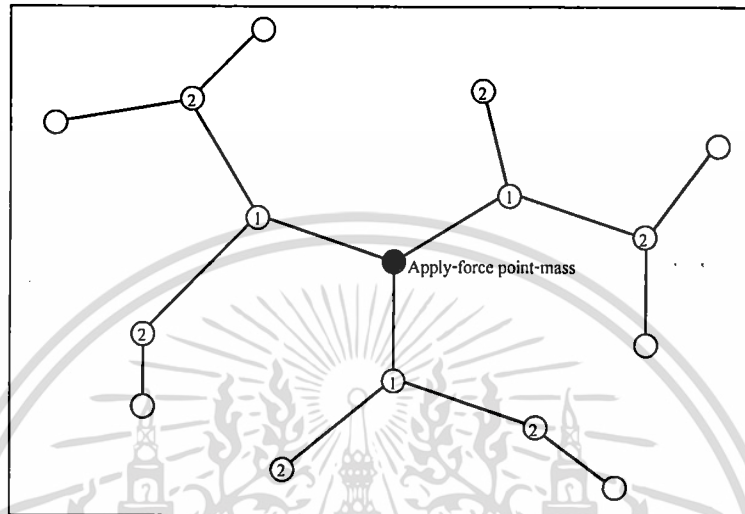
รูปที่ 3.2 การแตกของโพลีกอน (a/b: a คือ constraint force และ b คือ constraint strength)

การคำนวณการแตกหักนี้ เป็นการคิดการกระจายของแรงในทุก ๆ ส่วนของวัตถุ และถ้าวัตถุประกอบไปด้วยจำนวนโพลีกอนมาก ๆ นั่นคือจำนวนจุดมวลและ constraint ที่เพิ่มขึ้นตามไปด้วย ส่งผลให้เมตริกซ์  $JWJ^T$  มีขนาดใหญ่มากขึ้น ทำให้การหาค่าอินเวอร์สเมตริกซ์  $JWJ^T$  ในสมการที่ 3.5 ใช้เวลานาน และไม่สามารถคำนวณหาค่าผลลัพธ์ในแบบ real-time ได้ และเราพบว่าวัตถุโดยทั่วไป เมื่อเราออกแรงกระทำต่อวัตถุ วัตถุจะเกิดการแตกเฉพาะบริเวณรอบ ๆ ของจุดที่ถูกกระทำเท่านั้น และขนาดความกว้างของบริเวณนี้จะขึ้นอยู่กับความแรงที่กระทำต่อวัตถุ ดังนั้นจึงใช้หลักการดังกล่าวมาพัฒนาวิธีการจำกัดขอบเขตการกระจายของแรง (Bounded Force Propagation) เพื่อลดขนาดของเมตริกซ์ลง นอกจากนี้ เมตริกซ์  $JWJ^T$  สามารถจัดเตรียมไว้ล่วงหน้าได้ก่อนที่จะเกิดการชนกันจริง ๆ โดยอาศัยการทำนายตำแหน่งล่วงหน้าของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (Position Prediction)ว่าจะเกิดการชนกับวัตถุหรือไม่ ซึ่งรายละเอียดจะอธิบายในหัวข้อถัดไป

### 3.2.1 การจำกัดขอบเขตการกระจายของแรง (Bounded Force Propagation)

เมื่อวัตถุมีแรงมากกระทำ แรงจะถูกกระทำผ่านจุดมวลภายในโพลีกอนนั้น และกระจายไปยังจุดมวลข้างเคียงผ่านทาง rigid-constraint ดังนั้นจุดมวลที่ถูกแรงกระทำ จะเป็นจุดมวลเริ่มต้น และเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

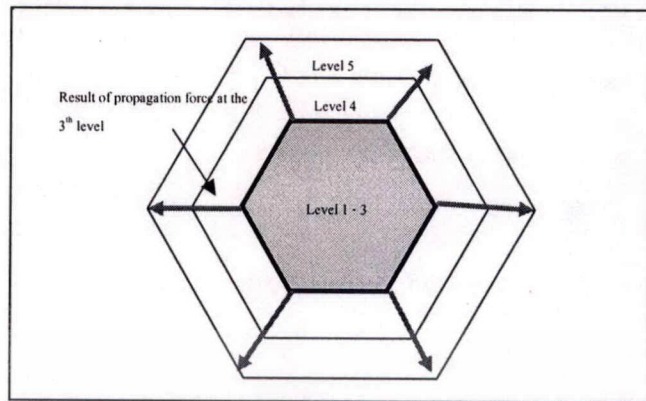
จุดมวลอื่นที่เป็นจุดมวลข้างเคียงของจุดมวลเริ่มต้น จะถูกกำหนดให้อยู่ในระดับที่ 1 และจุดมวลข้างเคียงทั้งหมดของจุดมวลในระดับที่ 1 จะกลายเป็นจุดมวลในระดับที่ 2 ของจุดมวลเริ่มต้นโดยจุดมวลในระดับที่ 2 จะไม่ซ้ำกับระดับที่ 1 และเป็นแบบนี้ไปเรื่อย ๆ



รูปที่ 3.3 จุดมวลในแต่ละระดับ

หลังจากมีแรงมากกระทำกับวัตถุ จะทำการกำหนดระดับสูงสุดที่แรงสามารถกระจายไปได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของเครื่องคอมพิวเตอร์นั้น ๆ ว่าสามารถคำนวณระดับสูงสุดได้ที่ระดับเพื่อให้สามารถตอบสนองการสร้างแรงต้านของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกลับมายังผู้ใช้ได้ในแบบ real-time ซึ่งในการจำลองแรงสัมผัสนั้นต้องการการตอบสนองได้ภายใน 1000 Hz หรือภายใน 1 มิลลิวินาที ดังนั้นในขั้นตอนแรกของโปรแกรม จึงต้องทำการทดสอบหาค่าระดับสูงสุดที่คอมพิวเตอร์เครื่องนั้น ๆ สามารถคำนวณได้ทัน จุดมวลและ constraint ทั้งหมดที่เกี่ยวข้องจะอยู่ภายในระดับสูงสุดนี้ ทำให้เมตริกซ์มีขนาดเล็กลง นอกจากนี้ เพื่อป้องกันไม่ให้วัตถุมีการเคลื่อนที่ขณะมีแรงมากกระทำ ดังนั้นจุดมวลบริเวณขอบ หรือจุดมวลในระดับสูงสุดทั้งหมดจะถูกกำหนดให้มีความสูงมาก ๆ นอกจากนี้เมื่อวัตถุเกิดการแตก พบว่าบริเวณรอบ ๆ ของจุดที่แตกจะสามารถแตกได้ง่ายขึ้น ดังนั้นเพื่อความสมจริงมากขึ้น เมื่อโพลีกอนใดเกิดการแตก ค่าแรงยึดเกาะของโพลีกอนข้างเคียงจะถูกลดทอนลง เพื่อให้บริเวณใกล้เคียงสามารถแตกได้ง่ายขึ้น หลังจากขั้นตอนการกระจายแรงในแบบ real-time เพื่อให้สามารถคำนวณค่าแรงต้านมายังผู้ใช้ได้ทันแล้วนั้น เราจึงค่อยกระจายแรงต่อไปในระดับขั้นที่สูงขึ้นทีละระดับ โดยการกระจายแรงนี้ต้องทำภายใน 30 Hz หรือภายในเวลาประมาณ 33.3 มิลลิวินาที เพื่อให้กราฟิกสามารถทำงานได้อย่างราบรื่นไม่เกิดการกระตุกขึ้น ดังรูปที่ 3.4 สมมติให้ระดับสูงสุดที่สามารถคำนวณแรงต้านได้ทันเท่ากับ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 พื้นที่แรงเงาคือระดับสูงสุดที่สามารถคำนวณแรงตอบสนองได้ทันในแบบ real-time และการกระจายแรงต่อไปในระดับที่สูงขึ้น

### 3.2.2 การทำนายตำแหน่งล่วงหน้าของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (Position Prediction)

ในการทำนายตำแหน่งล่วงหน้า ทำได้โดยใช้ค่าความเร็วในการเคลื่อนที่ของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส ในแต่ละรอบเวลาการทำงานของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสนั้น ซึ่งตำแหน่งล่วงหน้าแสดงดังสมการที่ 3.7

$$pp = n\vec{v}\Delta t \quad (3.7)$$

โดย  $pp$  คือตำแหน่งล่วงหน้า,  $n$  คือจำนวน time step ล่วงหน้า,  $\vec{v}$  คือความเร็วของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส และ  $\Delta t$  คือรอบการทำงานของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส

## บทที่ 4

### การศึกษาและพัฒนาเทคนิคการปรับเปลี่ยนเส้นโค้งสามมิติแบบเสมือน โดยใช้การจำลองวัตถุเชิงกายภาพเทียม

ในบทที่ 4 นี้ จะกล่าวถึงลักษณะโดยทั่วไปของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ (Bezier curve), การปรับเปลี่ยนรูปทรงของเส้นโค้งเบซิเยร์, การตรวจสอบการชนกันของวัตถุ (Collision Detection) และอุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

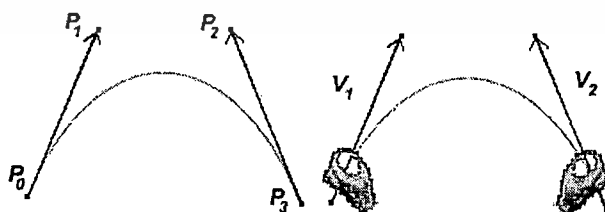
#### 4.1 เส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ (Bezier curve)

เส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ (Bezier curve) เป็นเส้นโค้งที่สร้างขึ้นโดยใช้จุดควบคุม (Control Point) เป็นจุดที่กำหนดรูปร่างและลักษณะของเส้นโค้ง ซึ่งเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์สามารถมีจุดควบคุมได้ตั้งแต่ 3 จุดขึ้นไป แต่โดยทั่วไปนิยมใช้จุดควบคุม 4 จุด โดยเรียกเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ ชนิดที่มีจุดควบคุม 4 จุดว่า Cubic Bezier Curve โดยที่เส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ สามารถคำนวณได้ตามสมการที่ (4.1) ดังต่อไปนี้

$$C(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2 (1-t) P_2 + t^3 P_3 \quad (4.1)$$

โดยที่  $P_0, P_1, P_2, P_3$  คือ Control Point ทั้ง 4 จุดของBezier

อย่างไรก็ตามในงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้พัฒนาโดยคำนึงถึงพื้นฐานของมือมนุษย์เป็นหลัก ดังนั้นเมื่อเปรียบเทียบโครงสร้างของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์กับมือของมนุษย์แล้ว จะสังเกตเห็นความคล้ายคลึงกัน ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 4.1 แสดงเปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันของเส้นโค้งชนิด Bezier กับการปรับเปลี่ยนรูปทรง  
โดยใช้มือของมนุษย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้  $V_1$  และ  $V_2$  คือเวกเตอร์ทิศทาง และ  $\alpha$  และ  $\beta$  เป็นขนาดของเวกเตอร์ทิศทาง จะได้ว่า

$$\alpha V_1 = P_1 - P_0 \quad (4.2)$$

$$\beta V_2 = P_2 - P_3 \quad (4.3)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (4.1) สามารถเปลี่ยนรูปได้ใหม่ดังต่อไปนี้

$$R(t) = (t-1)^2(2t-1)P_0 + 3t(1-t)^2 \alpha V_1 + 3t^2(1-t)\beta V_2 + t^2(3-2t)P_3 \quad (4.4)$$

#### 4.1.1. Curve control parameter mapping

เมื่อมีการปรับเปลี่ยนรูปทรงของเส้นโค้งเบซิเยร์ จำเป็นต้องมีการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาจุดควบคุมใหม่ โดยกำหนดให้ จุดควบคุม  $P_0$  และ  $P_3$  ยังคงเป็นจุดเดิม ไม่มีการเปลี่ยนแปลง จากสมการ (4.4) สามารถตั้งเป็น 2 สมการได้ดังต่อไปนี้

$$R(t_1) = (t_1-1)^2(2t_1-1)P_0 + 3t_1(1-t_1)^2 \alpha V_1 + 3t_1^2(1-t_1)\beta V_2 + t_1^2(3-2t_1)P_3 \quad (4.5)$$

$$R(t_2) = (t_2-1)^2(2t_2-1)P_0 + 3t_2(1-t_2)^2 \alpha V_1 + 3t_2^2(1-t_2)\beta V_2 + t_2^2(3-2t_2)P_3 \quad (4.6)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} a_1 &= (1-t_1)^2(1+2t_1) & a_2 &= (1-t_2)^2(1+2t_2) \\ b_1 &= 3t_1(1-t_1)^2 & b_2 &= 3t_2(1-t_2)^2 \\ c_1 &= 3t_1^2(1-t_1) & c_2 &= 3t_2^2(1-t_2) \\ d_1 &= t_1^2(3-2t_1) & d_2 &= t_2^2(3-2t_2) \end{aligned} \quad (4.7)$$

จะได้ว่า

$$R(t_1) = a_1 P_0 + b_1 \alpha V_1 + c_1 \beta V_2 + d_1 P_3 \quad (4.8)$$

$$R(t_2) = a_2 P_0 + b_2 \alpha V_1 + c_2 \beta V_2 + d_2 P_3 \quad (4.9)$$

จากสมการ (4.8) และ (4.9) สามารถแก้สมการได้ ดังต่อไปนี้

$$\alpha V_1 = \frac{c_2 R(t_1) - c_1 R(t_2) + (a_2 c_1 - a_1 c_2) P_0 + (c_1 d_2 - c_2 d_1) P_3}{b_2 c_1 - b_1 c_2} \quad (4.10)$$

$$\beta V_2 = \frac{b_2 R(t_1) - b_1 R(t_2) + (a_2 b_1 - a_1 b_2) P_0 + (b_1 d_2 - b_2 d_1) P_3}{b_2 c_1 - b_1 c_2} \quad (4.11)$$

$V_1$  และ  $V_2$  ที่ได้คือเวกเตอร์ทิศทางใหม่ของเส้นโค้งเบซิเยร์

และ  $\alpha$  และ  $\beta$  คือขนาดของเวกเตอร์ทิศทางใหม่ของเส้นโค้งเบซิเยร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.1.2. การคำนวณหาความยาวของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์

กำหนดให้จุดควบคุมของเส้นโค้งเบซิเยร์ทั้ง 4 จุด มีดังต่อไปนี้  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ ,  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  และ  $P_3(x_3, y_3, z_3)$  และ กำหนดให้

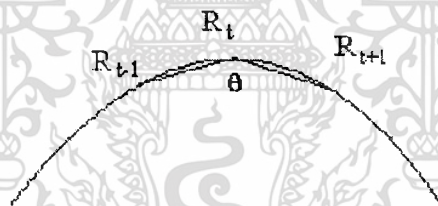
$$\begin{aligned} e_1 &= 3(x_1 - x_0) & e_2 &= 3(x_0 - 2x_1 + x_2) & e_3 &= -x_0 + 3x_1 - 3x_2 + x_3 \\ f_1 &= 3(y_1 - y_0) & f_2 &= 3(y_0 - 2y_1 + y_2) & f_3 &= -y_0 + 3y_1 - 3y_2 + y_3 \\ g_1 &= 3(z_1 - z_0) & g_2 &= 3(z_0 - 2z_1 + z_2) & g_3 &= -z_0 + 3z_1 - 3z_2 + z_3 \end{aligned} \quad (4.12)$$

ดังนั้น ความยาวของเส้นโค้งเบซิเยร์ คำนวณได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$L = \int_0^1 \sqrt{(e_1 + 2e_2t + 3e_3t^2)^2 + (f_1 + 2f_2t + 3f_3t^2)^2 + (g_1 + 2g_2t + 3g_3t^2)^2} dt \quad (4.13)$$

#### 4.1.3. การคำนวณความโค้งของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์

กำหนดให้ความโค้งของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ คือค่า  $\cos\theta$  ของมุมที่มีค่าน้อยที่สุดหรือก็คือค่า  $\cos\theta$  ที่มากที่สุด ที่เกิดจากส่วนของเส้นตรงย่อย ที่ประกอบขึ้นมาเป็น เส้นโค้งเบซิเยร์ ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 4.2 การคำนวณหาความโค้งของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์

ซึ่งค่า  $R(t-1)$ ,  $R(t)$  และ  $R(t+1)$  คำนวณได้จากสมการที่ 3.4 ดังนั้น ค่าความโค้งของเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ คำนวณได้ดังสมการที่ 3.14

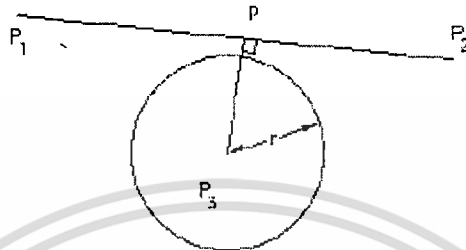
$$\cos \theta_{\max} = \max_{t=0 \rightarrow 1} \cos \left( \frac{R_t R_{t-1} \bullet R_{t+1} R_t}{\|R_t R_{t-1}\| \|R_{t+1} R_t\|} \right) \quad (4.14)$$

#### 4.2. การตรวจจับการชนกัน ( Collision Detection )

สำหรับการทำ 3D Direct Manipulation นั้นจำเป็นต้องมีการคำนวณหาจุดที่เกิดการชนกันระหว่างถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ กับวัตถุเสมือนที่ต้องการปรับเปลี่ยน วิธีที่ง่ายที่สุดนั้นคือการสร้างทรงกลมสมมติขึ้นมาที่บริเวณฝ่ามือเพื่อใช้เป็นจุดศูนย์กลางสำหรับคำนวณ และโดยทั่วไปแล้วเส้นโค้งชนิดเบซิเยร์ จะเกิดจากเส้นตรงเส้นเล็กๆ จำนวนมากมาประกอบกันเป็นเส้นโค้ง ดังนั้น จุดที่เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เกิดการชนกันสามารถคำนวณหาได้โดยใช้ทฤษฎี Line Segment-Sphere Intersection และ Sphere-Sphere Intersection

#### 4.2.1 Line Segment-Sphere Intersection



รูปที่ 4.3 แสดงการคำนวณโดยใช้ line segment-sphere intersection

จากรูปที่ 4.3 จุด P เป็นจุดใดๆ บนเส้นตรงที่กำหนดโดย จุด  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  ดังนี้

$$P = P_1 + u(P_2 - P_1) \quad (4.15)$$

และทรงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $P_3(x_3, y_3, z_3)$  และมีรัศมี  $r$  เขียนเป็นสมการทรงกลมได้ดังนี้

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = r^2 \quad (4.16)$$

ซึ่งสมการเส้นตรงบนทรงกลมเขียนได้ในรูปของสมการพีชคณิตกำลังสองดังนี้

$$a u^2 + b u + c = 0 \quad (4.17)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} a &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \\ b &= 2[(x_2 - x_1)(x_1 - x_3) + (y_2 - y_1)(y_1 - y_3) + (z_2 - z_1)(z_1 - z_3)] \\ c &= x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - 2[x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2] - r^2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

จากการแก้สมการพีชคณิตกำลังสอง จะสามารถคำนวณหาผลลัพธ์ได้โดย

$$u = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4.19)$$

เมื่อพิจารณา เทอมของ  $b^2 - 4ac$  จะได้ว่า

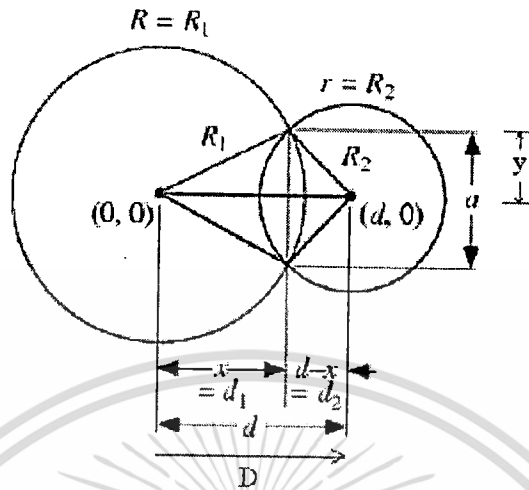
ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  แสดงว่าเส้น ตรงและทรงกลม ไม่ชนกัน

ถ้า  $b^2 - 4ac = 0$  แสดงว่าเส้น ตรงเป็นเส้นสัมผัสทรงกลม

และถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  แสดงว่าเส้นตรงตัดผ่านทรงกลม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.2.2 Sphere-Sphere Intersection



รูปที่ 4.4 แสดงการคำนวณหาจุดตัดกันของวงกลม 2 วง

จากรูปที่ 4.4 สามารถคำนวณหาค่า  $x$  ได้จากสมการ (3.20) ต่อไปนี้

$$x = \frac{d^2 - r^2 + R^2}{2d} \quad (4.20)$$

จะได้ว่า

$$a = \frac{1}{d} \sqrt{(-d+r-R)(-d-r+R)(-d+r+R)(d+r+R)} \quad (4.21)$$

โดยที่  $y = a/2$  ดังนั้น  $R$ , จึงคำนวณได้จาก

$$R_i = \left( x^* \frac{D}{\|D\|} \right) + \left( y^* \frac{D_\perp}{\|D_\perp\|} \right) \quad (4.22)$$

โดยที่  $D$  คือเวกเตอร์ทิศทางที่เกิดขึ้นระหว่างจุดศูนย์กลางของทรงกลมทั้ง 2 และ  $D_\perp$  คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์  $D$

เมื่อทราบค่าของเวกเตอร์  $R$ , ก็จะสามารถหาจุดตัดได้ แต่ค่า  $R$ , ที่คำนวณได้นี้จะมีค่าเป็นไปได้ 2 ค่า ขึ้นอยู่กับ  $D_\perp$  ว่าใช้ค่าบวกหรือลบ

### 4.3. อุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

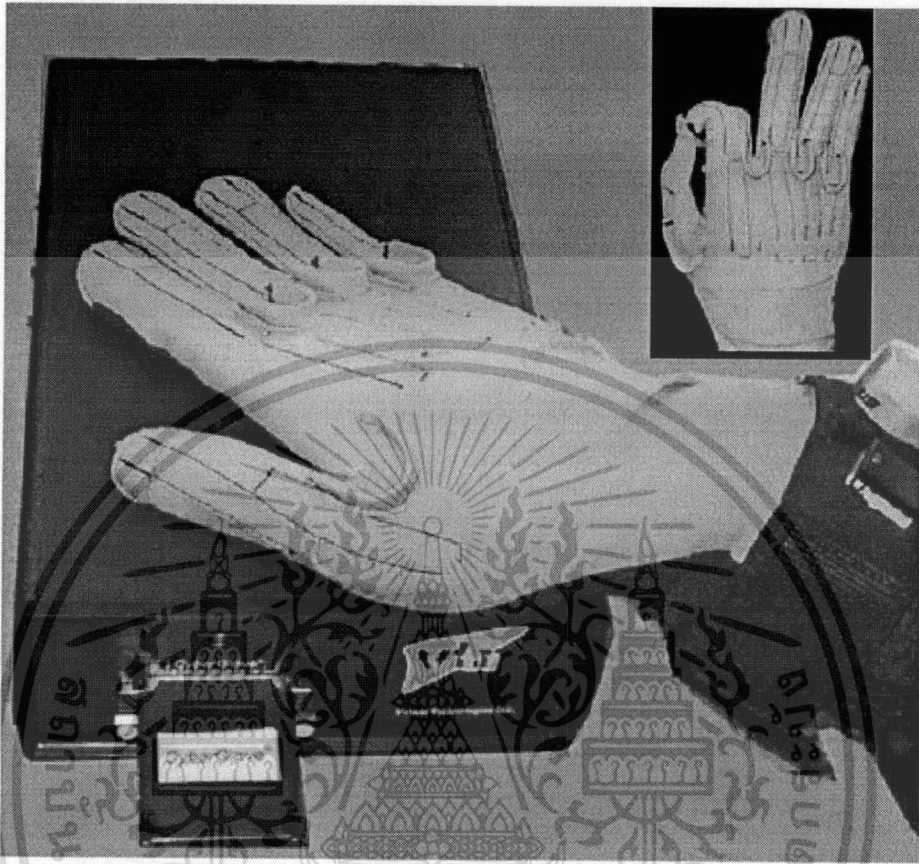
ในงานวิจัยนี้ได้ใช้อุปกรณ์ที่ติดต่อระหว่างผู้ใช้งานกับโปรแกรมมีดังต่อไปนี้

#### 4.3.1. ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ (Cyber Glove)

ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์เป็นอุปกรณ์ที่ใช้สวมใส่ที่มือ แล้วใช้เซนเซอร์ตรวจจับการเคลื่อนไหวต่างๆของมือ ซึ่งตำแหน่งของเซนเซอร์นั้นได้ถูกออกแบบมาให้วางอยู่ตรงกับสรีระของมือ ดังรูปที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5

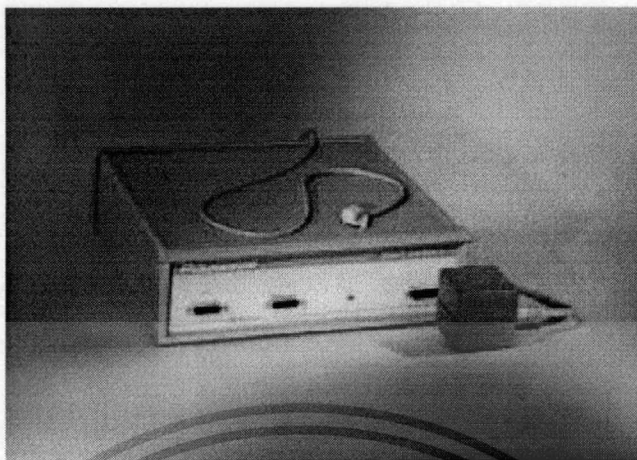


รูปที่ 4.5 แสดงถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

#### 4.3.2. อุปกรณ์ระบุตำแหน่งแบบ 6 แกน (6 Degree of freedom Tracker)

อุปกรณ์ระบุตำแหน่งแบบ 6 แกน ที่นำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ ทำงานด้วยระบบแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งผลิตโดยบริษัท Polhemus รุ่น 3 SPACE<sup>®</sup> ISOTRAK II<sup>™</sup> ดังรูปที่ 3.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 แสดงอุปกรณ์ระบุตำแหน่งแบบ 6 แชน ของบริษัท บริษัท Polhemus รุ่น 3 SPACE<sup>®</sup> ISOTRAK II<sup>™</sup>

โดยอุปกรณ์ระบุตำแหน่งแบบ 6 แชนนี้ ประกอบไปด้วยส่วนต่างๆดังนี้

4.3.2.1. อุปกรณ์ส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Transmitter) ทำหน้าที่ เป็นตัวส่งสัญญาณและกำหนดตำแหน่งของจุดอ้างอิงเริ่มต้น เมื่อเทียบกับอุปกรณ์รับสัญญาณ โดยมีรัศมีทำการประมาณ 60 นิ้ว

4.3.2.2. อุปกรณ์รับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Receiver) ภายในมีจุดรวมสัญญาณไฟฟ้าสำหรับทำหน้าที่รับสัญญาณตำแหน่งพิกัด และองค์การหมุน โดยสัมพันธ์กับอุปกรณ์ส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Transmitter)

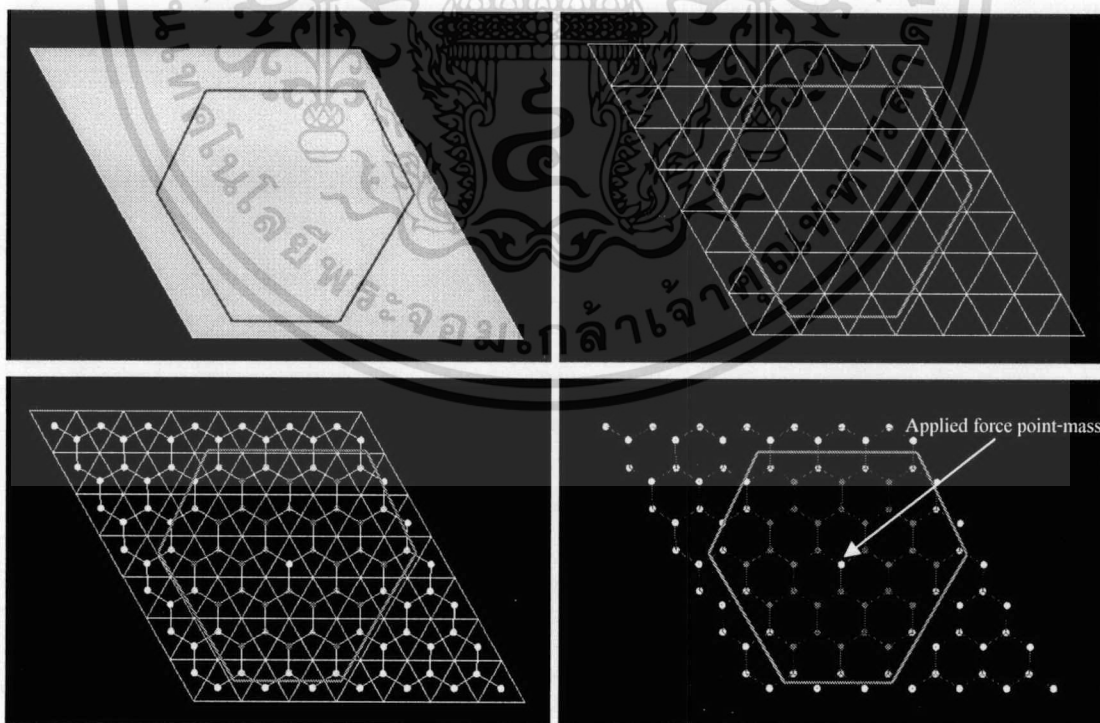
## บทที่ 5

### วิธีการทดลองและผลการทดลองสำหรับวัตถุที่แตกหักได้

#### 5.1 การทดลองหาค่ามวลที่เหมาะสมบริเวณขอบของวัตถุ

ในการจำลองการแตกหักของวัตถุ เราจำเป็นต้องเพิ่มค่ามวลบริเวณขอบของวัตถุให้มีค่าสูง ๆ เพื่อเป็นการยึดวัตถุนั้นให้อยู่กับที่ ไม่เกิดการเคลื่อนที่เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ ดังนั้นการทดลองนี้เป็นการทดลองเพื่อหาค่ามวลบริเวณขอบที่เหมาะสม โดยมีวิธีการคือเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้นเป็นจำนวนเท่าของค่ามวลในบริเวณอื่น โดยเริ่มต้นที่ 1 ถึง 50 เท่าของค่ามวลปกติ และหาค่าเฉลี่ยของผลลัพธ์ของแรงที่กระจายออกไปในทุก ๆ point-mass โดยในการทดลอง มีค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

1. วัตถุสร้างจากโพลีกอนสามเหลี่ยม, point-mass และ constraint ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดอยู่ภายในพื้นที่หกเหลี่ยมดังรูปที่ 5.1 โดยวัตถุที่ทดลองมีลักษณะเป็นพื้นผิว 2 มิติอยู่ในระนาบเดียวกัน และมีจำนวนโพลีกอนเท่ากับ 98 โพลีกอน จำนวน point-mass เท่ากับ 98 point-mass และ constraint เท่ากับ 133 constraint



รูปที่ 5.1 แสดงวัตถุที่ใช้สำหรับการทดลอง, โพลีกอน, point-masses และ constraints เกี่ยวข้อง

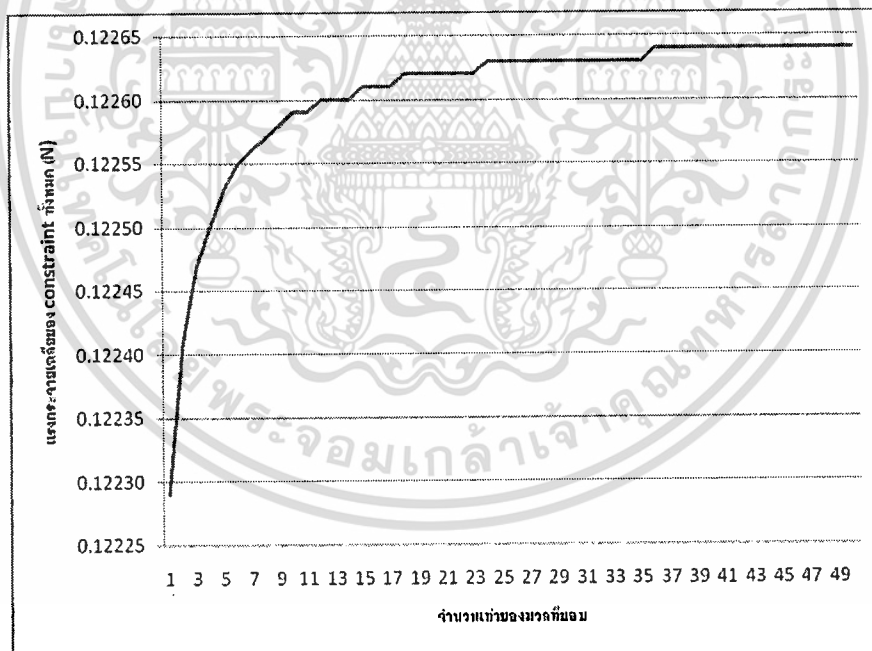
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. มวลแต่ละ point-mass เท่ากับ 0.02 กิโลกรัม
3. Bond strength แต่ละ constraint เท่ากับ 0.0005 N.

### 5.1.1 การทดลอง โดยใช้แรงภายนอกมากระทำเท่ากับ 6 N.

แรงภายนอกที่มากระทำจะกระทำกับ point-mass ที่อยู่ตรงกลางภายในพื้นที่หกเหลี่ยมในรูปที่ 5.1 และเนื่องจากแรงสูงสุดที่อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสสามารถทำได้คือ 8.5 N. ดังนั้นเราจึงเลือกค่าแรงให้ลดลงเล็กน้อย คือ 6 N. และมีทิศทางในแนวแกน Z (ทิศทางพุ่งเข้าไปในกระดาษ) หลังจากนั้นหาค่าแรงที่กระจายออกไปในทุก ๆ constraint (constraint force) ด้วยสมการที่ 3.6 และนำมาเฉลี่ยสำหรับทุก ๆ constraint ด้วยสมการที่ 5.1 หลังจากนั้นทำการเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้นทีละ 1 เท่าและนำค่าแรงกระจายเฉลี่ยของการเพิ่มมวลแต่ละเท่ามาวาดเป็นกราฟ โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.2

$$\text{Constraint force เฉลี่ย} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก ๆ constraint)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมด}} \quad (5.1)$$

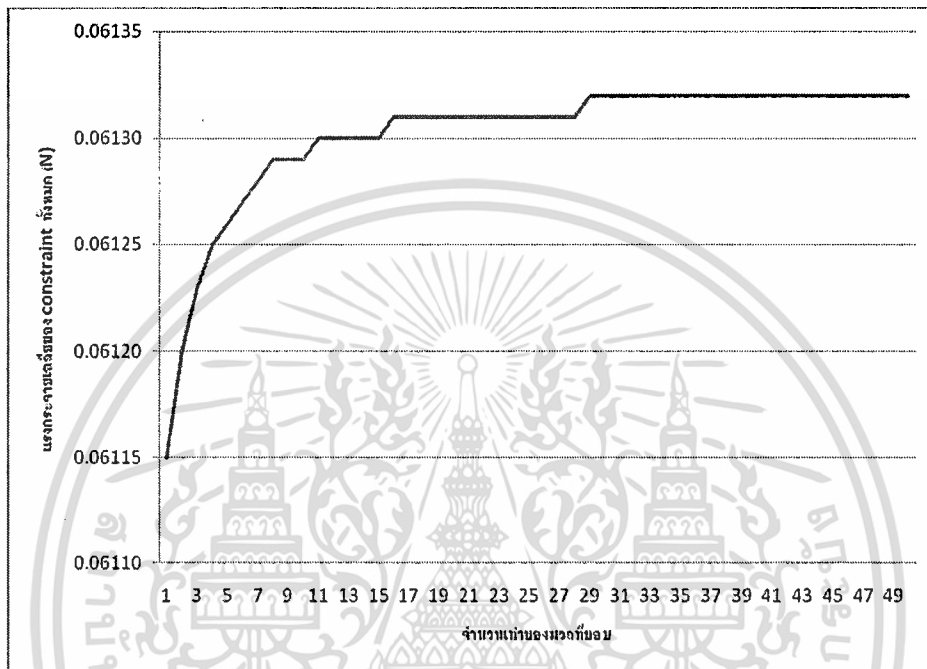


รูปที่ 5.2 ผลการทดลองโดยมีแรงภายนอกเท่ากับ 6 N. และเพิ่มค่ามวลที่ขอบ ตั้งแต่ 1 ถึง 50 เท่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.1.2 การทดลอง โดยใช้แรงภายนอกกระทำเท่ากับ 3 N.

เป็นการทดลองเหมือนกับการทดลองที่ 5.1.1 แต่เปลี่ยนค่าแรงภายนอกเป็น 3 N. หรือแรงลดลงครึ่งหนึ่งจากการทดลองที่ 5.1.1 และใช้สมการที่ 3.6 สำหรับหาค่าแรงที่กระจายออกไปในแต่ละ constraint และใช้สมการที่ 5.1 สำหรับคิดแรงกระจายเฉลี่ย โดยผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 ผลการทดลองโดยมีแรงภายนอกเท่ากับ 3 N.

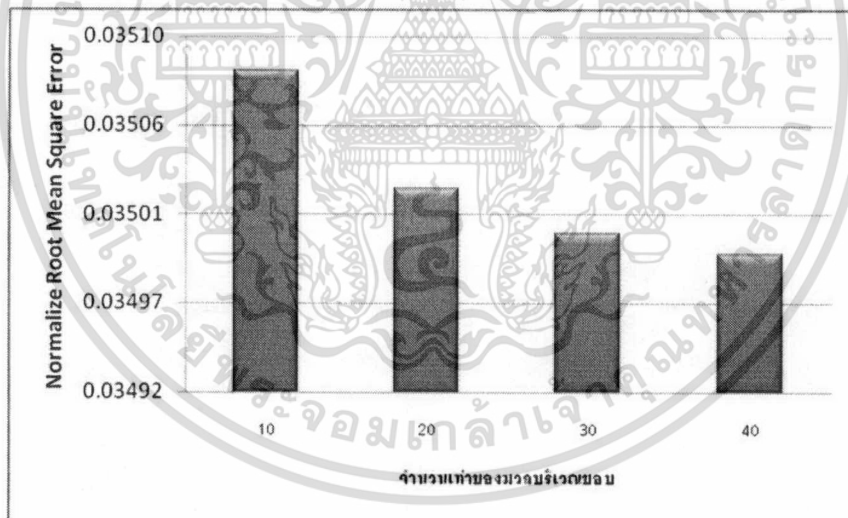
จากผลการทดลองที่ 5.1.1 และ 5.1.2 พบว่าถ้ามวลบริเวณขอบของวัตถุมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ให้แรงกระจายเฉลี่ย (constraint force) มีค่าเพิ่มขึ้นแบบเอกซ์โพเนนเชียล และเมื่อมวลที่ขอบเพิ่มไปถึงค่า ๆ หนึ่ง แรงกระจายเฉลี่ยจะเริ่มคงที่ ซึ่งเห็นได้จากรูปที่ 5.2 และ 5.3 ทั้งนี้เป็นเพราะว่าเมื่อวัตถุมีมวลที่เท่ากันหมดเปรียบเสมือนวัตถุเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระไม่ได้ถึงยึดไว้ แรงภายในวัตถุจึงมีค่าน้อย และทำให้วัตถุเคลื่อนที่ได้โดยไม่เกิดการแตกหัก แต่ถ้ามวลที่ขอบวัตถุมีค่าสูงมาก ๆ เปรียบเสมือนว่าวัตถุจะถูกยึดไว้ ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ ทำให้แรงภายในวัตถุมีค่ามากขึ้น ส่งผลให้วัตถุเกิดการแตกหักได้ ดังนั้นจากผลการทดลองที่ 5.1.1 และ 5.1.2 เราจึงเลือกมวลที่ขอบที่ 30 เท่า เพราะค่านี้ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยเริ่มมีการคงที่ อย่างไรก็ตามการเพิ่มมวลที่ขอบนั้นมีความผิดพลาดเมื่อเปรียบเทียบกับค่าคำนวณหาแรงต้านการเคลื่อนที่เมื่อยึดขอบของวัตถุให้อยู่กับที่ โดยแรงเฉลี่ยที่ได้เมื่อมีแรงกระทำเท่ากับ 6 N. และ 3 N. เท่ากับ 0.13843 และ 0.6922 N. ตามลำดับ โดยคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเท่ากับ 11.41 เปอร์เซ็นต์

## 5.2 การทดลองหาค่า Normalize Root Mean Square Error เมื่อใช้แรงภายนอกกระทำเท่ากับ 6 N. และเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้น

การทดลองนี้เป็นการทดลองเพื่อหาค่าความผิดพลาดสำหรับการเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้น เปรียบเทียบกับการคำนวณหาแรงต้านเมื่อวัตถุถูกยึดกับตัวยึด เช่น พื้นหรือผนัง เป็นต้น โดยการทดลองนี้จะใช้แรงภายนอกมากกว่าที่ 6 N. และมวลบริเวณขอบถูกปรับให้สูงขึ้นเป็น 10, 20, 30 และ 40 เท่า และหาค่า Normalize Root mean square error จากสมการที่ 5.2

$$E_i = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (C_{Lj} - C_{Gj})^2}}{\sum_{j=1}^n C_{Gj}} \quad (5.2)$$

โดย  $E_i$  คือ ค่า Normalize root mean square error,  $n$  คือ จำนวน constraint ที่เกี่ยวข้องทั้งหมด,  $C_{Lj}$  คือ ค่าแรงกระจายเฉลี่ยใน constraint ที่  $j$  (constraint force) เมื่อปรับค่ามวลบริเวณขอบให้สูงขึ้น และ  $C_{Gj}$  คือ ค่าแรงกระจายเฉลี่ยใน constraint ที่  $j$  เมื่อวัตถุถูกยึดอยู่กับที่ และคำนวณหาแรงต้านบริเวณที่ถูกยึด ผลที่ได้แสดงดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 Normalize RMSE เปรียบเทียบการคำนวณแรงต้านกับการเพิ่มมวลที่ขอบ

จากการทดลองที่ 5.2 พบว่าการเพิ่มมวลบริเวณขอบเพื่อยึดวัตถุให้อยู่กับที่มีข้อผิดพลาด เมื่อเปรียบเทียบกับการคำนวณหาแรงต้านวัตถุให้อยู่กับที่ แต่อย่างไรก็ตามการเพิ่มมวลบริเวณขอบให้มีค่าสูงขึ้นจะช่วยลดการผิดพลาดของการกระจายแรงนี้ได้ และการเพิ่มมวลที่ขอบก็มีข้อดีอีกอย่างคือสามารถทำการคำนวณได้เร็วขึ้น เพราะไม่จำเป็นต้องใช้การคำนวณการเคลื่อนที่แบบ Dynamic เพื่อหาแรงต้านบริเวณที่วัตถุถูกยึด และจากการทดลองที่ 5.1 และ 5.2 จำนวนเท่าของ

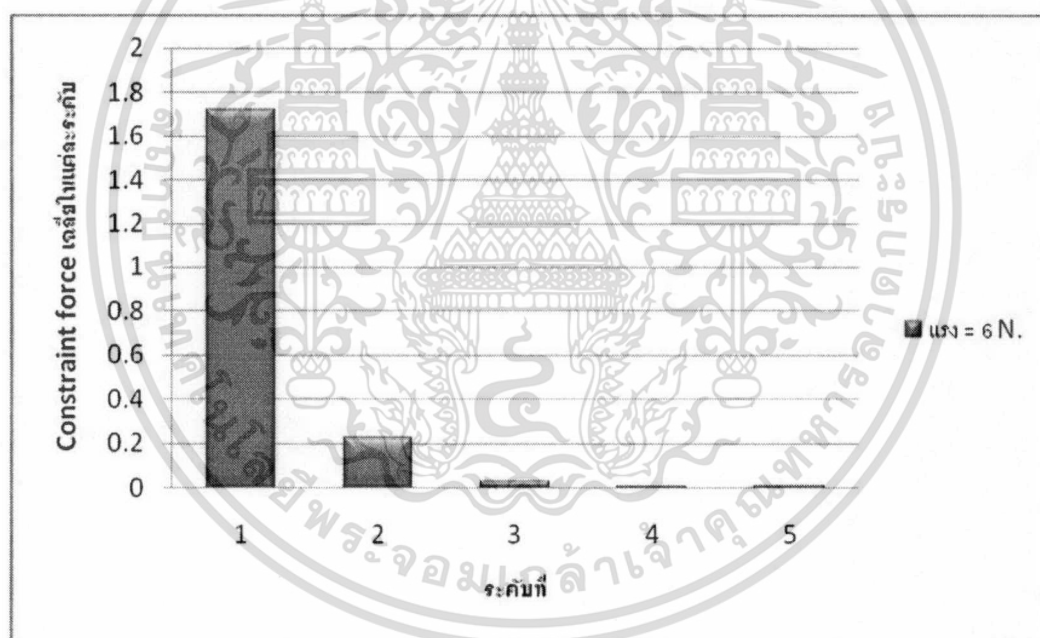
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มวลบริเวณขอบจะถูกกำหนดที่ 30 เท่า เพราะผลการกระจายแรงของการเพิ่มมวลบริเวณขอบที่สูงกว่านี้ จะมีผลเริ่มคงที่

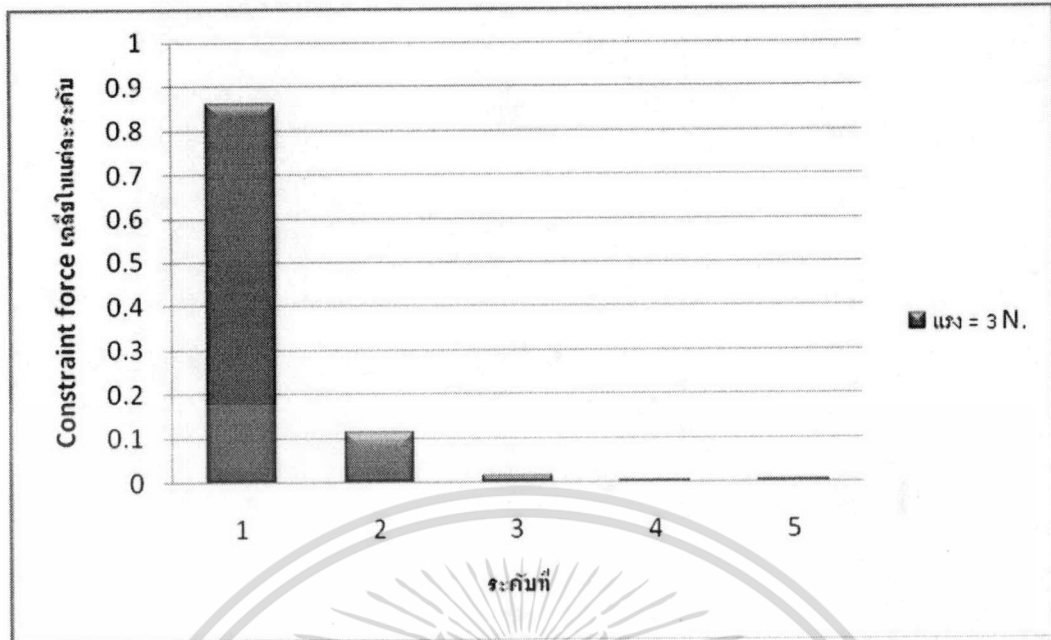
### 5.3 การทดลองหาค่าแรงเฉลี่ยที่กระจายออกไป เมื่อมวลบริเวณขอบเท่ากับ 30 เท่าของบริเวณอื่น

การทดลองนี้เป็นการทดลองเพื่อหาค่าของแรงกระจายเฉลี่ยที่กระจายออกไปในแต่ละระดับ เมื่อบริเวณขอบมีมวลมากกว่าบริเวณปกติ 30 เท่า โดยมีแรงภายนอกมากระทำเท่ากับ 6 และ 3 N. และสมการที่ใช้สำหรับหาค่าแรงกระจายเฉลี่ยเป็นดังสมการที่ 5.3 โดยผลการกระจายของแรงแสดงดังรูปที่ 5.5 และ 5.6 ตามลำดับ

$$\text{Constraint force เฉลี่ยแต่ละระดับ} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก constraint ในระดับนั้น ๆ)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมดในระดับนั้น ๆ}} \quad (5.3)$$



รูปที่ 5.5 แรงกระจายเฉลี่ยของ point-mass ในแต่ละระดับ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำที่ 6 N.



รูปที่ 5.6 แรงกระจายเฉลี่ยของ point-mass ในแต่ละระดับ เมื่อมีแรงภายนอกกระทำที่ 3 N.

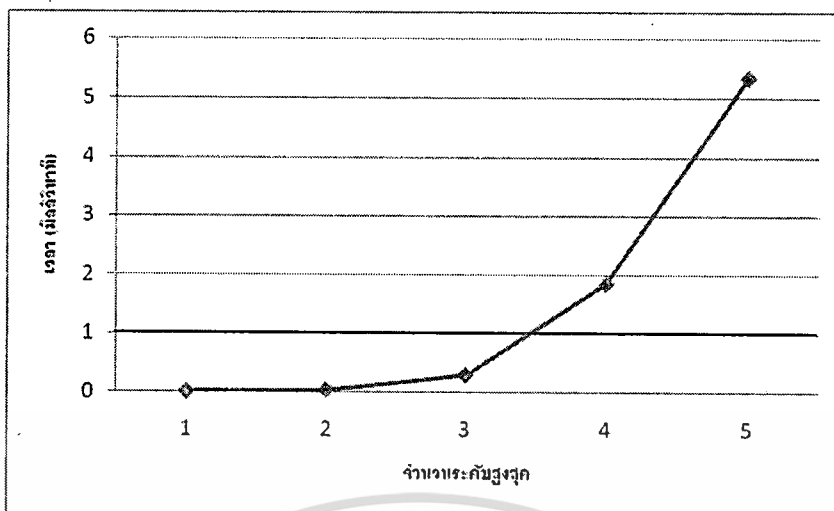
จากการทดลองที่ 5.3 พบว่าเมื่อป้อนแรงภายนอกแก่วัตถุ แรงจะถูกลดทอนและกระจายออกไปในแต่ละระดับ นอกจากนี้ยังพบว่า ถ้าแรงภายนอกลดลงจาก 6 N. ไปเป็น 3 N. หรือลดลง 50 เปอร์เซ็นต์ พบว่าแรงที่กระจายออกไปที่ constraint เดียวกันจะมีค่าลดลงตามไปด้วย 50 เปอร์เซ็นต์

#### 5.4 การทดลองหาระดับการกระจายแรงสูงสุดในเวลา 1 มิลลิวินาที สำหรับวิธีการ Bounded Force Propagation

ดังที่ได้กล่าวจากบทที่ผ่านมา เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยมีความสำคัญต่อการประมวลผลแบบ real-time อย่างยิ่ง ดังนั้นในการทดลองนี้เป็นการทดสอบความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีรายละเอียดดังบทที่ผ่านมา ว่าสามารถรองรับการกระจายสูงสุดได้ที่ระดับภายในเวลา 1 มิลลิวินาที โดยการทดลองจะใช้วัตถุเดิม ดังรูปที่ 5.1 และเพิ่มระดับไปที่ละ 1 ระดับ และจับเวลาการทำงานของอัลกอริทึม Bounded Force Propagation ในแต่ละระดับจากระดับสูงสุดเท่ากับ 1 จนถึงระดับสูงสุดเท่ากับ 5 จำนวน 10 ครั้งแล้วหาค่าเฉลี่ยจากสมการที่ 5.4 โดย  $T_{i,avg}$  คือเวลาเฉลี่ยในแต่ละระดับ ( $i$  เท่ากับ 1 ถึง 5) มีหน่วยเป็นมิลลิวินาที,  $t_n$  คือเวลาการทำงานของอัลกอริทึม Bounded Force Propagation (หัวข้อที่ 3.2.1) ในแต่ละระดับมีหน่วยเป็นมิลลิวินาที โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.7

$$T_{i,avg} = \frac{1}{10} \sum_{n=1}^{10} t_n \quad (5.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.7 เวลาที่ใช้ในการคำนวณ Bounded Force Propagation ที่ระดับสูงสุดต่าง ๆ

จากการทดลองที่ 5.4 พบว่า ระดับสูงสุดที่เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้สามารถทำได้ในเวลาน้อยกว่า 1 มิลลิวินาที คือ 3 ระดับ ดังนั้นเราจะทำการคำนวณแรงใน 3 ระดับแรก และค่อยกระจายแรงต่อไปในระดับที่ 4 และ 5 ต่อไป

### 5.5 การทดลองเปรียบเทียบเวลาการคำนวณการกระจายของแรงแบบคิดทั้งวัตถุและแบบ Bounded Force Propagation

การทดลองนี้เป็นการทดลองเปรียบเทียบเวลาการคำนวณเมื่อคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุในครั้งเดียว เปรียบเทียบกับการกระจายแรงแบบ Bounded force propagation โดยการใช้วิธี Bounded force propagation นั้นจะมีขั้นตอนดังนี้

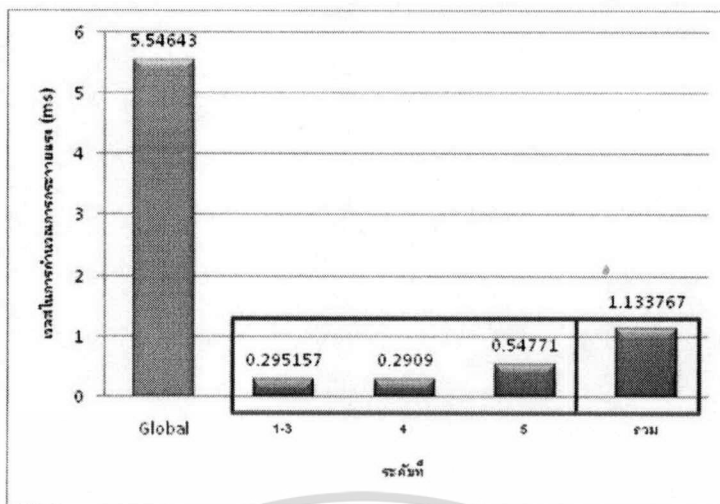
- ลำดับแรก กระจายแรงไปใน 3 ระดับแรก (จากผลการทดลองที่ 5.4 พบว่าการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยสามารถคำนวณระดับสูงสุดภายใน 1 มิลลิวินาทีได้ 3 ระดับ)

- ลำดับที่ 2 กระจายแรงต่อไปในระดับที่ 4

- ลำดับที่ 3 กระจายแรงต่อไปในระดับที่ 5

ผลของเวลาในการคำนวณแสดงดังรูปที่ 5.8 คือการคำนวณการกระจายแรงภายในวัตถุสามารถทำได้เร็วขึ้นเนื่องจากการหาค่า  $\lambda$  (สมการที่ 3.5) ในแต่ละระดับมีขนาดเมตริกซ์เล็กลง ดังนั้นการคำนวณในแต่ละระดับจึงทำได้เร็วและส่งผลให้การคำนวณการกระจายของแรงไปทั้งวัตถุสามารถคำนวณได้เร็วขึ้นด้วย ซึ่งสามารถตอบสนองความต้องการของความเป็น real-time ของ Haptic (การอัปเดตน้อยกว่า 1 มิลลิวินาที) และกราฟิก (น้อยกว่า 33 มิลลิวินาที)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.8 เวลาที่ใช้การคำนวณทั้งวัตถุเปรียบเทียบกับวิธี Bounded Force Propagation

## 5.6 การทดลองเพิ่มมวลที่ขอบในแต่ละระดับของการทำ Bounded Force Propagation

การทดลองนี้เป็นการทดลองเพิ่มมวลที่ขอบของแต่ละรอบการกระจายแรง คือ ในรอบแรกแรงจะกระจายออกไปโดยมีระดับสูงสุดเท่ากับ 3 ดังนั้น point-mass ในระดับที่ 3 นี้จะถูกเพิ่มมวลขึ้นเปรียบเสมือนถูกยึดไว้กับบริเวณข้างเคียง หลังจากนั้นแรงจะถูกกระจายไปในระดับที่สูงขึ้นพร้อมทั้งกำหนดค่ามวลที่ขอบในระดับที่สูงขึ้นให้สูงขึ้นเหมือนการกระจายในรอบแรก โดยการเพิ่มค่ามวลของขอบแต่ละระดับจะเพิ่มขึ้นทีละ 10 เปอร์เซ็นต์ และหาค่าของแรงกระจายเฉลี่ยในทุก ๆ constraint (แรงที่ถูกกระจายออกไปในแต่ละ constraint หาได้จากสมการที่ 3.6) เปรียบเทียบกับการคำนวณครั้งเดียวทั้ง 5 ระดับ ซึ่งแรงภายนอกจะมีค่าเท่ากับ 6 N. โดยผลการทดลองแยกเป็น 3 การทดลองย่อยดังนี้

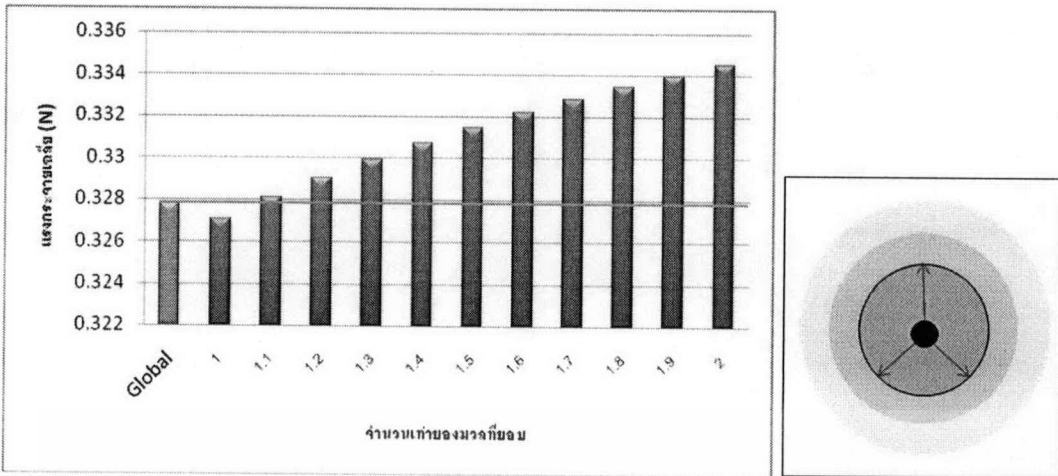
### 5.6.1 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางของวัตถุ

เมื่อมีแรงกระทำกับวัตถุจะแบ่งการกระจายแรงเป็นลำดับดังนี้

- ลำดับที่ 1 กระจายแรงไปในระดับที่ 1 – 3 โดยเพิ่มมวลในระดับที่ 3 ครั้งละ 10 เปอร์เซ็นต์ และหาค่าแรงกระจายเฉลี่ยด้วยสมการที่ 5.5 ผลของแรงกระจายเฉลี่ยแสดงดังรูปที่ 5.9

$$\text{Constraint force เฉลี่ยในระดับที่ 1-3} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก constraint ในระดับที่ 1-3)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมดในระดับที่ 1-3}} \quad (5.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

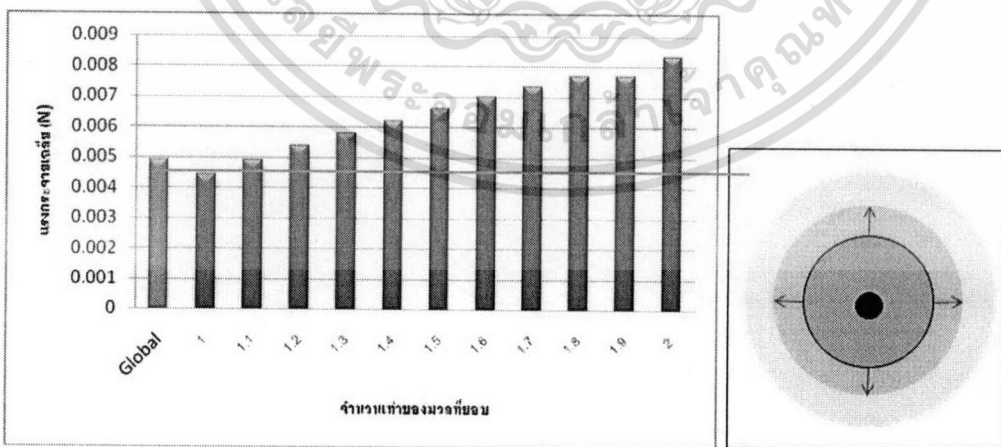


รูปที่ 5.9 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.9 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1.1 เท่า

- ลำดับที่ 2 ใช้ผลของแรงในระดับที่ 3 กระจายต่อไปในระดับที่ 4 โดยเพิ่มมวลในระดับที่ 4 ขึ้นทีละ 10 เปอร์เซ็นต์ และหาค่าแรงกระจายเฉลี่ยด้วยสมการที่ 5.6 ผลของแรงกระจายเฉลี่ยแสดงดังรูปที่ 5.10

$$\text{Constraint force เฉลี่ยในระดับที่ 4} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก constraint ในระดับที่ 4)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมดในระดับที่ 4}} \quad (5.6)$$



รูปที่ 5.10 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 4 ให้สูงขึ้น

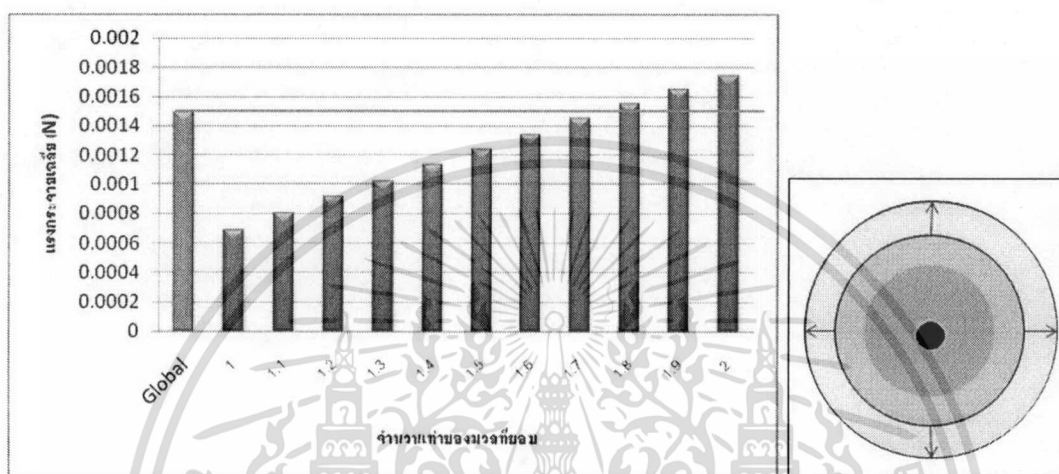
จากรูปที่ 5.10 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้ง

วัตถุคือ 1.1 เท่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ลำดับที่ 3 ใช้ผลของแรงในระดับที่ 4 กระจายต่อไปในระดับที่ 5 และเพิ่มมวลในระดับที่ 5 ขึ้นทีละ 10 เปอร์เซ็นต์ และหาค่าแรงกระจายเฉลี่ยด้วยสมการที่ 5.7 ผลของแรงกระจายเฉลี่ยแสดงดังรูปที่ 5.11

Constraint force เฉลี่ยในระดับที่ 4 =  $\frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก constraint ในระดับที่ 4)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมดในระดับที่ 4}}$  (5.7)



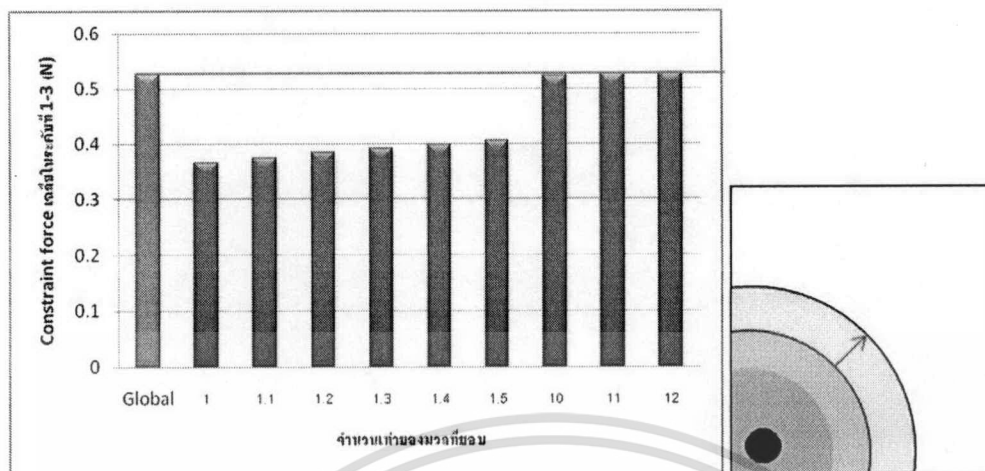
รูปที่ 5.11 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.11 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1.8 เท่า

#### 5.6.2 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุ

การทดลองนี้มีวิธีการเหมือนกับการทดลองที่ 5.5.1 แต่มีแรงกระทำที่บริเวณจุดมุมของวัตถุ โดยลำดับการกระจายแรงแบ่งเป็น 3 ลำดับเหมือนกัน โดยผลที่ได้เป็นดังนี้

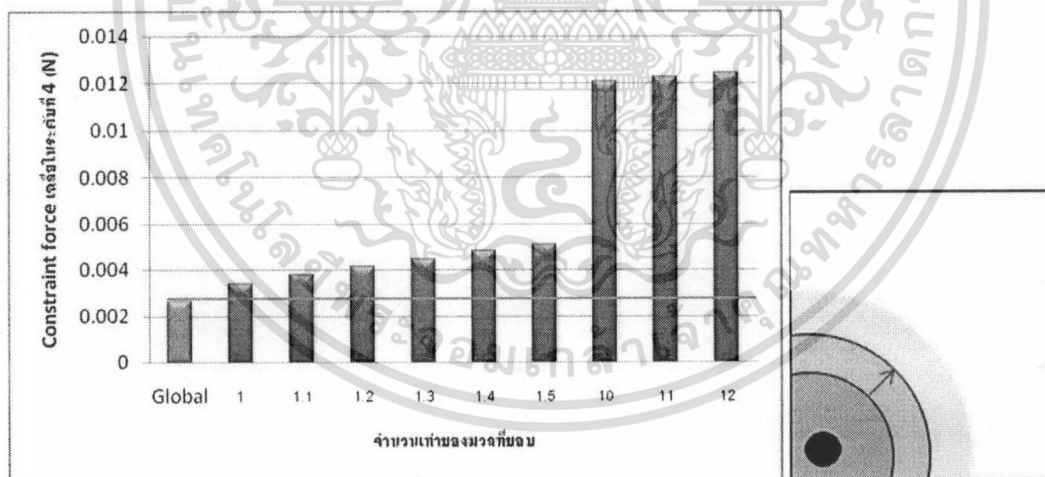
- ลำดับที่ 1 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.5 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.12



รูปที่ 5.12 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.12 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 11 เท่า

- ลำดับที่ 2 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.6 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.13

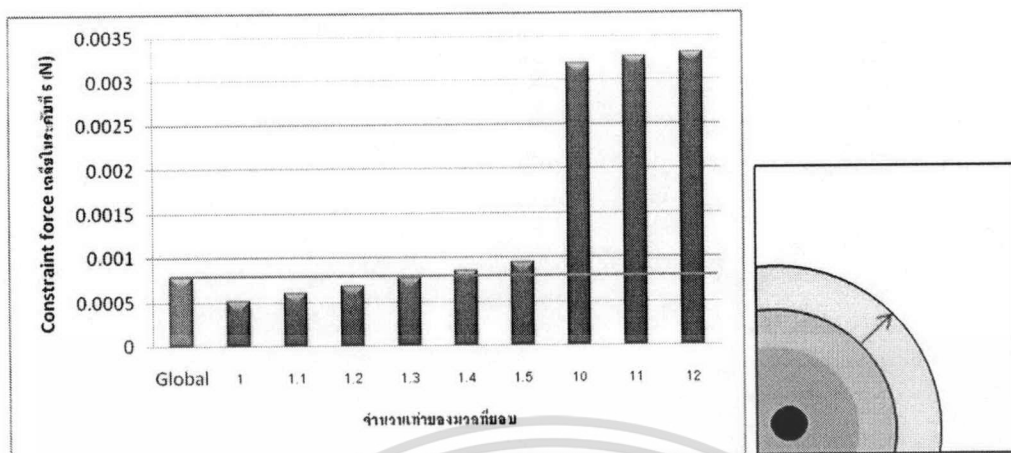


รูปที่ 5.13 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 4 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.13 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1 เท่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ลำดับที่ 3 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.7 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.14



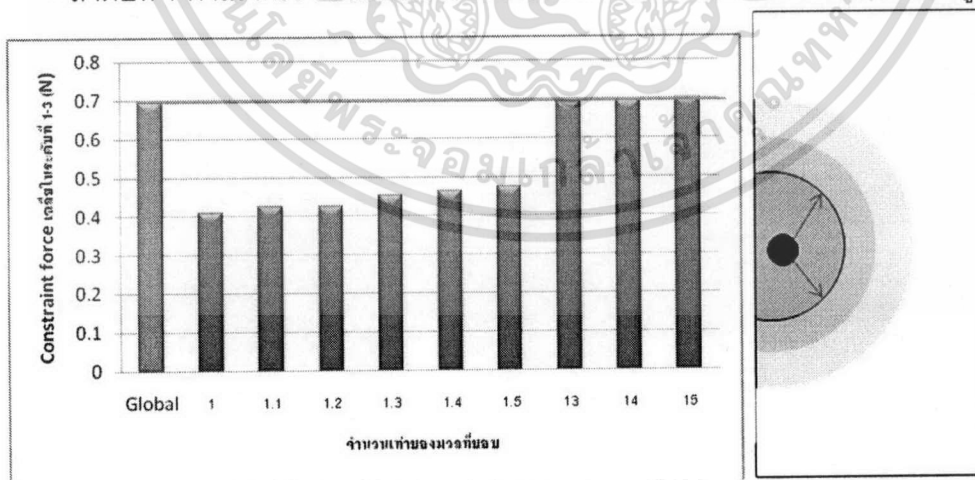
รูปที่ 5.14 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.14 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1.3 เท่า

### 5.6.3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุ

การทดลองนี้มีวิธีการเหมือนกับการทดลองที่ 5.5.1 แต่มีแรงกระทำที่บริเวณขอบของวัตถุ โดยลำดับการกระจายแรงแบ่งเป็น 3 ลำดับเหมือนกัน โดยผลที่ได้เป็นดังนี้

- ลำดับที่ 1 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.5 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.15



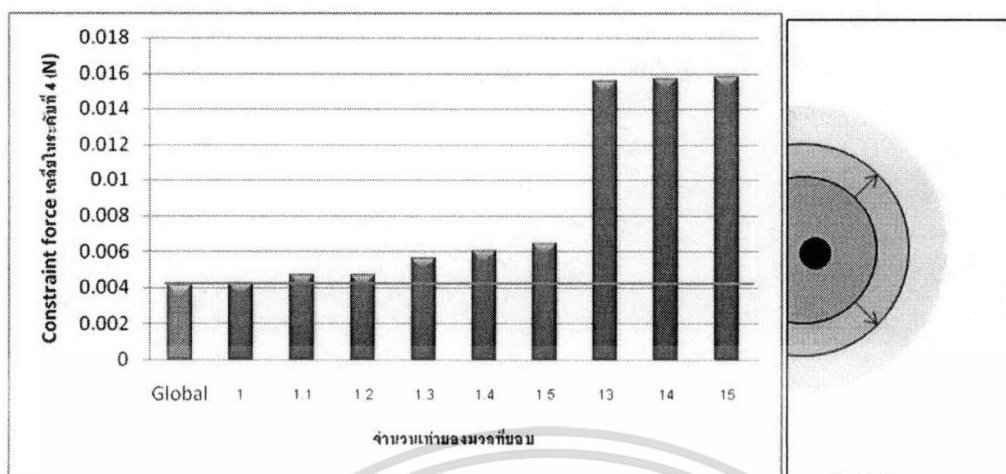
รูปที่ 5.15 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.15 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้ง

วัตถุคือ 1.4 เท่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

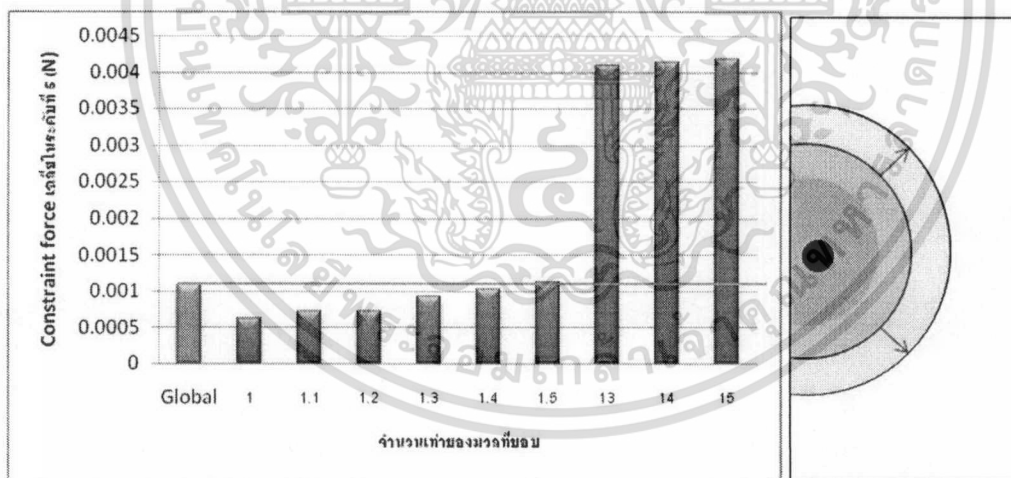
- ลำดับที่ 2 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.6 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.16



รูปที่ 5.16 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 4 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.16 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1 เท่า

- ลำดับที่ 3 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.7 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.17

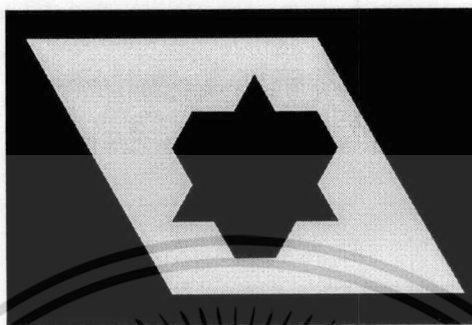


รูปที่ 5.17 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น

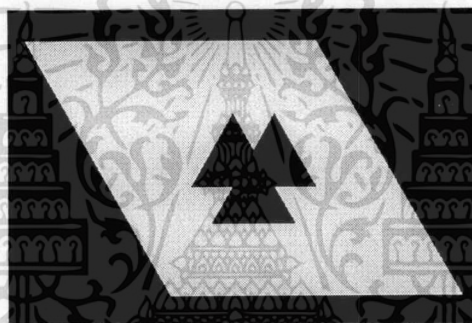
จากรูปที่ 5.17 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1.5 เท่า

จากผลการทดลองในรูปที่ 5.18 ถึง 5.20 พบว่าการเพิ่มมวลบริเวณขอบในแต่ละระดับการกระจายของแรง ทำให้ผลการกระจายของแรงมีค่าใกล้เคียงกับการคำนวณทั้งวัตถุมากขึ้น รูปที่เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.18 แสดงรูปการแตกหักโดยคำนวณการกระจายของแรงทั้งวัตถุ เปรียบเทียบกับรูปที่ 5.19 ที่คำนวณในระดับที่ 1 ถึง 3 และรูปที่ 5.20 แสดงการกระจายของแรงออกไปในระดับที่ 4 และ 5 โดยที่ไม่มีการเพิ่มมวลบริเวณขอบ และรูปที่ 5.21 แสดงการกระจายของแรงออกไปในระดับที่ 4 และ 5 โดยเพิ่มมวลของขอบให้เหมาะสม



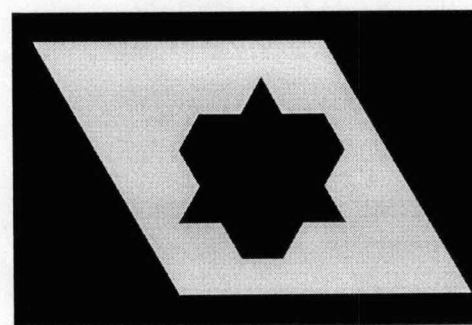
รูปที่ 5.18 การแตกหักเมื่อคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุ



รูปที่ 5.19 การแตกหักเมื่อคิดการกระจายแรงในระดับ 1 ถึง 3



รูปที่ 5.20 การแตกหักเมื่อการกระจายแรงในระดับ 4 และ 5 โดยไม่เพิ่มมวลบริเวณขอบ



รูปที่ 5.21 การแตกหักเมื่อการกระจายแรงในระดับ 4 และ 5 โดยเพิ่มมวลบริเวณขอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารทูลงรณเวสสาหรับการเขางานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมออนุญาตหนาไปเซประยชนดานการคา  
ไมวากรณีใดๆทั้งสิ้น อิกทั้งห้ามมิใหัดดแปลงเนื้อหา และตองอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช

## บทที่ 6

### ผลการทดลองการปรับเปลี่ยนเส้นโค้งสามมิติแบบเสมือนโดยใช้การ จำลองวัตถุเชิงกายภาพเทียม

#### 6.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองทั้งหมด

- เครื่องคอมพิวเตอร์ PC Intel Pentium 4 1.8 GHz
- ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ (Cyber Glove) มือขวาชนิด 22 เซนเซอร์ พัฒนาโดยบริษัทอิมเมอร์ชัน โควอเปอร์เรต (Immersion Corporate) สำหรับใช้ติดต่อกันระหว่างผู้ใช้งานกับโปรแกรม
- อุปกรณ์บอกตำแหน่งแบบ 6 แกน (6 DOF Tracker) พัฒนาโดยบริษัท Polhemus รุ่น 3 SPACE® ISOTRAK II™ จำนวน 1 เซนเซอร์
- โปรแกรมต้นแบบพัฒนาขึ้นเพื่อจำลองสภาวะแวดล้อมเสมือน ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดขึ้น โดยติดต่อกับถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ (Cyber Glove) , อุปกรณ์บอกตำแหน่งแบบ 6 แกน (6 DOF Tracker) และโปรแกรมจัดเก็บข้อมูล โดยพัฒนาจาก Microsoft Visual C++ 6.0
- Virtual Hand Library Version 2.4
- OpenGL Library 1.2

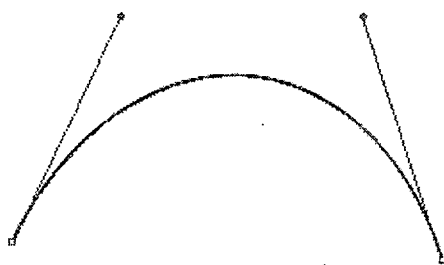
#### 6.2 ผลการทดลอง

การทดลองแบ่งออกเป็น 3 การทดลอง คือ การทดลองเปรียบเทียบความแตกต่างที่เกิดขึ้นจากการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์  $w_1$  และ  $w_2$  , การเปรียบเทียบระยะเวลาในการประมวลผลระหว่างการจำลองเชิงกายภาพเทียม กับ การจำลองเชิงกายภาพ และการเปรียบเทียบระยะเวลาในการใช้งานของผู้ใช้ในการสร้างรูปทรง 1 รูป ระหว่างโปรแกรมจำลองเชิงกายภาพเทียม กับ โปรแกรม Illustrator

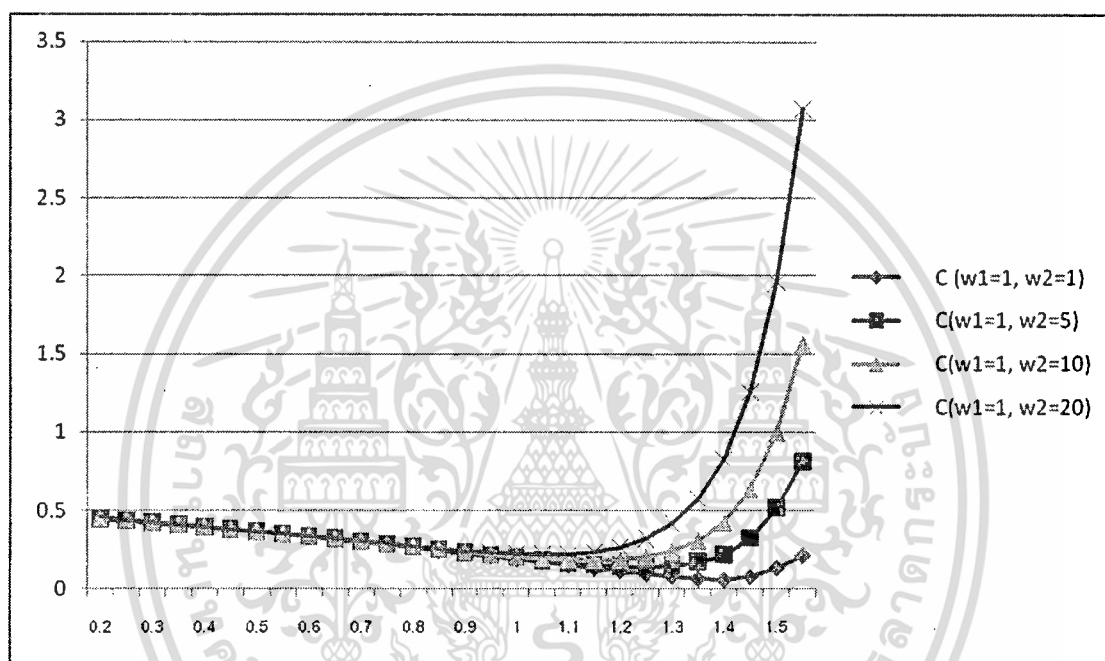
##### 6.2.1 การทดลองเปรียบเทียบความแตกต่างที่เกิดขึ้นจากการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์

ในการทดลองนี้จะเป็นการเปรียบเทียบค่าความเสียหาย(Cost Value) ที่เกิดขึ้นจากการปรับพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนัก  $w_1$  และ  $w_2$  ของเส้นโค้งเบซิเยร์ 2 รูปแบบ คือเส้นโค้งเบซิเยร์แบบลู่เข้า และเส้นโค้งเบซิเยร์แบบลู่ออก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.1 แสดงเส้นโค้งเบซิเยร์แบบลู่เข้า

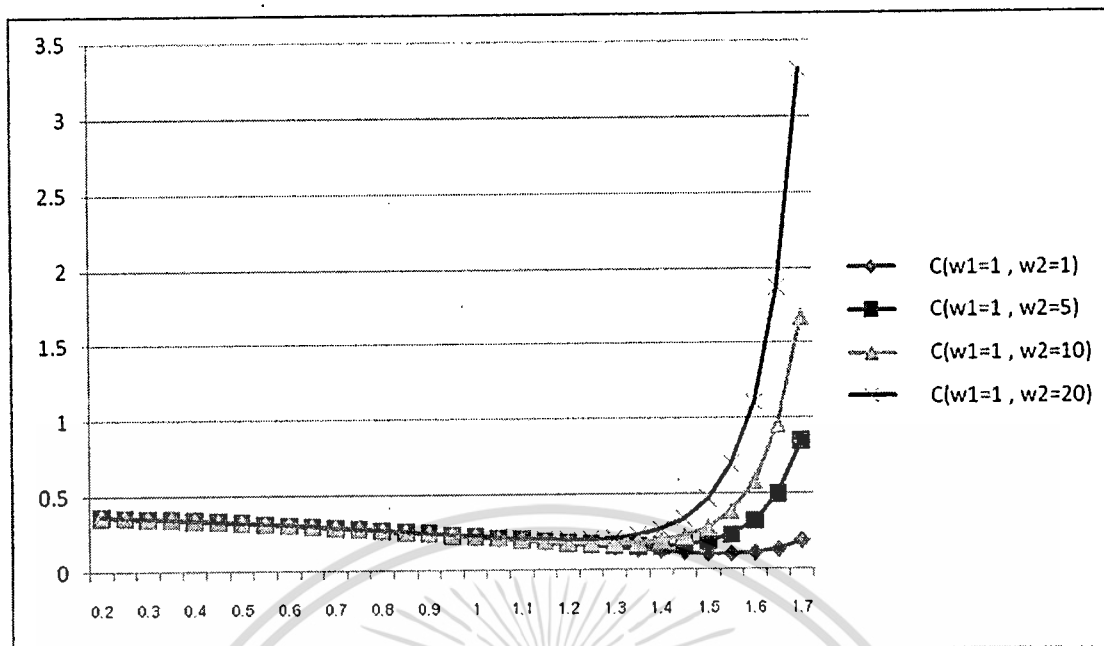


รูปที่ 6.2 แสดงกราฟการเปรียบเทียบระหว่างพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักค่าต่างๆ ของเส้นโค้งเบซิเยร์แบบลู่เข้า



รูปที่ 6.3 แสดงเส้นโค้งเบซิเยร์แบบลู่ออก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.4 แสดงกราฟการเปรียบเทียบระหว่างพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักค่าต่างๆ ของเส้นโค้งเบซิเยร์แบบลู่ออก

### 6.2.2 การเปรียบเทียบระยะเวลาในการประมวลผลระหว่างการจำลองเชิงกายภาพเทียบกับ การจำลองเชิงกายภาพ

เป็นการทดลองเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพ ในลักษณะของช่วงระยะเวลาในการประมวลผลการทำงาน โดยเป็นการทดลองย้ายตำแหน่งวัตถุใช้การจำลองเชิงกายภาพเทียบเปรียบเทียบกับ การย้ายตำแหน่งวัตถุที่ใช้การจำลองเชิงกายภาพ เป็นระยะทาง 30 เซนติเมตร โดยเริ่มจับเวลาเมื่อมือของผู้ทดลองไปจับวัตถุเสมือน จนไปสิ้นสุดเมื่อวัตถุเคลื่อนย้ายตำแหน่งมายังตำแหน่งใหม่ได้อย่างสมบูรณ์

ตารางที่ 6.1 แสดงเวลา(วินาที) ที่ใช้ในการย้ายตำแหน่งวัตถุเป็นระยะทาง 30 เซนติเมตร

การทดลองครั้งที่	การจำลองเชิงกายภาพเทียบ	การจำลองเชิงกายภาพ
1	4.28	8.42
2	4.58	8.22
3	3.69	8.39
เวลาเฉลี่ย	4.18	8.34

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 6.2.3 การเปรียบเทียบระยะเวลาในการใช้งานของผู้ใช้ในการสร้างรูปทรง 1 รูป ระหว่างโปรแกรมจำลองเชิงกายภาพเทียบกับ โปรแกรม Illustrator

การทดลองนี้เป็นการทดลองเพื่อเปรียบเทียบระยะเวลาที่ใช้ในการสร้างวัตถุเสมือนให้ เหมือนกับวัตถุต้นแบบที่กำหนดมาให้ โดยรูปของวัตถุต้นแบบที่กำหนดมาให้นั้น จะมีอยู่ด้วยกัน 2 รูปแบบคือ รูปหัวใจ กับ รูปโพธิ์ดำ ดังแสดงในรูปที่ 6.5



รูปที่ 6.5 แสดงรูปต้นแบบที่ใช้ในการทดลอง

ตารางที่ 6.2 แสดงเวลา(วินาที) ที่ใช้ในการสร้างวัตถุเสมือนให้มีรูปแบบเหมือนกับรูปต้นแบบรูปหัวใจ

การทดลองครั้งที่	สร้างโดยใช้การจำลองเชิงกายภาพ เทียม	สร้างโดยใช้โปรแกรม Illustrator
1	58.2	86.3
2	51.3	63.7
3	41.6	50.9
4	40.3	49.9
เวลาเฉลี่ย	47.85	62.7

ตารางที่ 6.3 แสดงเวลา(วินาที) ที่ใช้ในการสร้างวัตถุเสมือนให้มีรูปแบบเหมือนกับรูปต้นแบบรูปโพธิ์ดำ

การทดลองครั้งที่	สร้างโดยใช้การจำลองเชิงกายภาพ เทียม	สร้างโดยใช้โปรแกรม Illustrator
1	47.4	153.8
2	41.6	117.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3	40.3	111.5
4	33.8	99.7
เวลาเฉลี่ย	40.775	120.725



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 7

### สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัยและพัฒนา

#### 7.1 สรุปผลการดำเนินโครงการ

งานวิจัยในส่วนแรก พบว่าการจำลองการแตกหักโดยใช้ข้อกำหนดของของแข็งนั้น (Rigid-constraint) สามารถจำลองได้ และการจำลองจำเป็นต้องมีการยึดวัตถุให้อยู่กับที่โดยการเพิ่มมวลบริเวณขอบให้มีค่าสูงขึ้น และการจำลองการแตกหักนี้สามารถพัฒนาให้ใช้งานร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสและการประมวลผลแบบ real-time ได้ โดยใช้วิธี Bounded Force Propagation เข้ามาช่วยในการจำกัดการกระจายแรงให้อยู่ในวงจำกัดเพื่อใช้เวลาในการคำนวณลดลงให้ทันภายในเวลา 1 มิลลิวินาที หลังจากนั้นค่อยกระจายแรงออกไปเรื่อย ๆ จากผลการทดลองที่ 5.5 จะเห็นได้ว่าการคำนวณจะทำได้เร็วขึ้นประมาณ 4 เท่า แต่อย่างไรก็ตามการกระจายแรงออกไปในระดับสูงชันนั้น ก็มีข้อผิดพลาดคือ แรงกระจายเฉลี่ยในระดับเดียวกันโดยใช้วิธี Bounded Force Propagation มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับการคำนวณทั้งวัตถุโดยแรงกระจายเฉลี่ยจะลดลงประมาณ 17 เปอร์เซ็นต์ แต่เราสามารถลดข้อผิดพลาดนี้ได้โดยการเพิ่มมวลบริเวณขอบในระดับต่าง ๆ เพื่อเพิ่มค่าแรงกระจายเฉลี่ย (constraint force) ให้สูงขึ้นให้ใกล้เคียงกับการคำนวณทั้งวัตถุ

งานวิจัยย่อยที่สอง สรุปผลการทดลองได้ดังนี้

1. จากการทดลองที่ 6.2.1 เป็นการทดลองเพื่อทดสอบเทคนิคการจำลองเชิงกายภาพ เทียมว่าในแต่ละพารามิเตอร์นั้น จะให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างมากน้อยเพียงใด จากกราฟที่ได้แสดงในรูปที่ 6.2 และ 6.4 จะเห็นได้ว่า ณ จุดที่เป็นค่าต่ำสุดของค่าความเสียหาย (Cost Value) นั้น มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งกัน ในแต่ละพารามิเตอร์  $w_1$  และ  $w_2$  ที่ได้กำหนดให้

ซึ่งจากผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองทำให้ทราบว่า ยิ่งค่า  $w_1$  และ  $w_2$  มีค่าแตกต่างกันมากเท่าใด จะยิ่งทำให้เห็นความแตกต่างของเส้นโค้งที่เกิดขึ้นมากเท่านั้น

2. จากการทดลองที่ 6.2.2 เป็นการทดลองเพื่อเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของวัตถุเสมือนโดยใช้การจำลองเชิงกายภาพเทียม กับการจำลองเชิงกายภาพ ในการย้ายตำแหน่งไปยังตำแหน่งใหม่โดยสมบูรณ์ โดยระยะเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประมวลผลการจำลองเชิงกายภาพเทียบอยู่ที่ 4.18 วินาที และระยะเวลาเฉลี่ยที่ใช้ประมวลผลการจำลองเชิงกายภาพจะอยู่ที่ 8.34 วินาที ซึ่งมีความแตกต่างกันมากกว่า 2 เท่า เนื่องมาจากการจำลองเชิงกายภาพนั้น จำเป็นต้องมีการคำนวณผลที่เกิดขึ้นจากแรงกระทำที่ยังตกค้างอยู่ภายในวัตถุเสมือนแม้ว่าแรงที่มากระทำกับวัตถุเสมือนจะหมดไปแล้ว ซึ่งแตกต่างกับการจำลองเชิงกายภาพเทียบที่จะคำนวณหาตำแหน่งใหม่เพียงครั้งเดียวที่วัตถุมีแรงมากระทำนั่นเอง

3. จากการทดลองที่ 6.2.3 เป็นการทดลองเพื่อเปรียบเทียบระยะเวลาที่ใช้ในการทำให้เส้นโค้งมีรูปร่างเหมือนหรือใกล้เคียงกับรูปร่างต้นแบบที่กำหนดมาให้ โดยเปรียบเทียบระหว่างการสร้างเส้นโค้งโดยใช้โปรแกรมต้นแบบที่พัฒนาขึ้น กับ โปรแกรม Illustrator

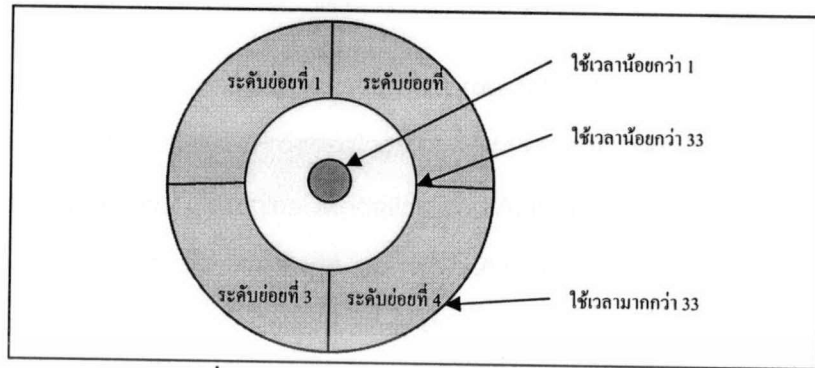
ในตารางที่ 6.2 เป็นตารางเปรียบเทียบระยะเวลาที่ใช้ในการสร้างรูปหัวใจ ซึ่งจะพบว่าเวลาเฉลี่ยของโปรแกรมต้นแบบคือ 47.85 วินาที และ เวลาเฉลี่ยของโปรแกรม Illustrator คือ 62.7วินาที ซึ่งแตกต่างกันค่อนข้างมาก

ในตารางที่ 6.3 ซึ่งเป็นตารางเปรียบเทียบระยะเวลาที่ใช้การสร้างรูปโพธิ์ดำ ซึ่งจะพบว่าเวลาเฉลี่ยของโปรแกรมต้นแบบคือ 40.775 วินาที และ เวลาเฉลี่ยของโปรแกรม Illustrator คือ 120.725 วินาที จะเห็นได้ว่าแตกต่างกันเกือบ 3 เท่า นั้นเป็นเพราะว่า การสร้างรูปโพธิ์ดำซึ่งมีความซับซ้อนมากกว่ารูปหัวใจนั่นเอง

และถ้าพิจารณาระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองแต่ละครั้ง จะพบว่าเวลาที่ใช้ลดน้อยลง นั้นเป็นเพราะว่า ผู้ใช้งานมีการเรียนรู้วิธีที่จะนำมาใช้สร้างรูปทรงให้เหมือนกับรูปต้นแบบนั่นเอง โดยระยะเวลาที่ใช้ในการสร้างรูปของโปรแกรมต้นแบบนั้นของการทดลองแต่ละครั้งจะไม่แตกต่างกันมาก ซึ่งแตกต่างกับระยะเวลาที่ใช้ในการสร้างรูปของโปรแกรม Illustrator ที่การทดลองครั้งถัดไป จะใช้เวลาอันน้อยลงมาก จึงสรุปได้ว่าการสร้างรูปทรงโดยใช้การจำลองเชิงกายภาพเทียบนั้น จะช่วยลดระยะเวลาในการเรียนรู้ของผู้ใช้งานได้

## 7.2 ข้อเสนอแนะ

สำหรับงานวิจัยในส่วนแรก สำหรับวิธี Bounded Force Propagation นั้นถ้าวัตถุที่จำลองมีขนาดใหญ่มาก ๆ การกระจายของแรงในระดับสูง ๆ อาจทำไม่ทันภายใน 33 มิลลิวินาที ดังนั้น อาจทำให้ภาพการแสดงผลเกิดความไม่ต่อเนื่องหรือกระตุกขึ้น ดังนั้นในระดับที่สูง ๆ อาจจำเป็นต้องแบ่งระดับนั้น ๆ ให้เป็นระดับย่อยลงไปอีก ดังรูปที่ 6.1 เพื่อลดเวลาในการคำนวณลง



รูปที่ 7.1 การแบ่งระดับย่อย ในระดับที่สูง ๆ

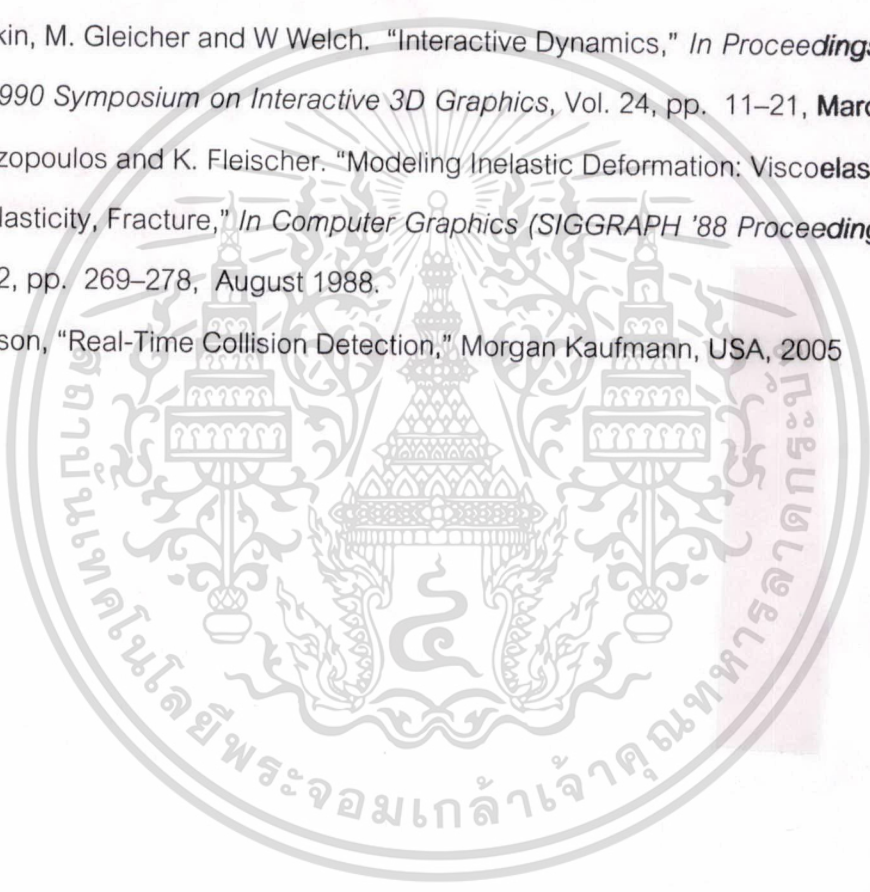
ส่วนอัลกอริทึมการตรวจสอบการชนกันของวัตถุนั้นสามารถใช้งานได้ดีแต่ยังขาดการจำลองคุณสมบัติพื้นผิวของวัตถุ ซึ่งสามารถจำลองได้แต่ความแข็งของวัตถุ แต่ไม่สามารถจำลองความขรุขระ หรือแรงเสียดทานสถิตและแรงเสียดทานจลน์ของวัตถุได้

ส่วนโปรแกรมจำลองการชูดหินปูน ยังขาดรายละเอียดต่าง ๆ อยู่ เช่น การจำลองลิ้น, การจำลองการพ่นน้ำของเครื่องชูดหินปูน เป็นต้น นอกจากนี้การฝึกหัดทางทันตกรรมอื่น ๆ สามารถจำลองได้ด้วยอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส เช่น การอุดฟัน, การกรอฟัน, การผ่าตัดในช่องปาก หรืออื่น ๆ อีกมากมาย

งานวิจัยย่อยที่สอง ได้แสดงให้เห็นถึงวิธีที่ช่วยลดระยะเวลาในการเรียนรู้ในการสร้างแบบจำลองวัตถุเสมือนของผู้ใช้งาน โดยเลียนแบบการตอบสนองของวัตถุในธรรมชาติ เพียงแต่ไม่ได้นำการจำลองเชิงกายภาพมาใช้ อันเนื่องมาจากการจำลองเชิงกายภาพนั้น จะใช้ระยะเวลาในการประมวลผลค่อนข้างมาก อีกทั้งการจำลองเชิงกายภาพยังทำให้วัตถุเสมือนสูญเสียคุณสมบัติความยืดหยุ่นที่วัตถุเสมือนควรจะมีไป อย่างไรก็ตามการจำลองเชิงกายภาพเทียมที่ได้พัฒนาขึ้นในวิทยานิพนธ์นี้ ใช้ได้กับวัตถุที่มีลักษณะเป็นเส้นเชือกเท่านั้น ถ้าต้องการจะนำไปใช้กับวัตถุเสมือนรูปทรงแบบอื่น สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ 2 ลักษณะ คือ 1. ประยุกต์ใช้กับวัตถุเสมือนที่สร้างจากพื้นผิวชนิดเบซิเยร์ และ 2. นำเส้นโค้งเบซิเยร์ไปประยุกต์ใช้กับโดยนำไปสร้างเป็นโครงร่าง (skeleton) ของแบบจำลอง[8]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [11] T. Moller. "A Fast Triangle-Triangle Intersection Test," *J. Graphics Tools*, 2(2):25--30, 1997.
- [12] K. Perlin. "An Image Synthesizer," *SIGGRAPH 85Conf. Proceedings*, pp. 287–296, 1985.
- [13] "Specifications for The PHANToM<sup>®</sup> Premium 1.5/6DOF Haptic Devices," [Online], available World Wide Web, URL: <http://www.sensable.com> (Accessed July 2004)
- [14] A. Witkin and D. Baraff, "Physically Based Modeling: Principles and Practice," *SIGGRAPH Course Notes, ACM SIGGRAPH*, 1997.
- [15] A. Witkin, M. Gleicher and W Welch. "Interactive Dynamics," *In Proceedings of the 1990 Symposium on Interactive 3D Graphics*, Vol. 24, pp. 11–21, March 1990.
- [16] D. Terzopoulos and K. Fleischer. "Modeling Inelastic Deformation: Viscoelasticity, Plasticity, Fracture," *In Computer Graphics (SIGGRAPH '88 Proceedings)*, Vol. 22, pp. 269–278, August 1988.
- [17] C. Ericson, "Real-Time Collision Detection," Morgan Kaufmann, USA, 2005



91888

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้