

รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

เรื่อง

แบบทดสอบความรู้คณิตศาสตร์ระดับ มัธยมศึกษาตอนปลาย

นางสาวอุบลวรรณ เงินวิจิตร

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
โดยการวิจัยปีงบประมาณ 2540

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

คำนำ

รายงานการวิจัยเรื่อง แบบทดสอบความรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่ใช้การเขียนโฮมเพจแบบ Interactive คือ ผู้ใช้สามารถโต้ตอบกับ Server ได้ โครงการนี้ใช้ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ก-ข ปีพ.ศ.2537-2539 ในการทดสอบสามารถประเมินผลการทำแบบทดสอบและสามารถตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้องได้

ผู้ทำวิจัยขอขอบพระคุณ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ให้เงินอุดหนุนการวิจัยปีงบประมาณ 2541

รศ.อุบลวรรณ เงินวิจิตร

RCH
QA
43
0835๕

เลขหม.....
เลขทะเบียน.....35819
วัน, เดือน, ปี 2.0 ส.ย. 2543

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทคัดย่อ

โครงการนี้ เป็นตัวอย่างการเขียนโฮมเพจแบบ Interactive คือ ผู้ใช้สามารถโต้ตอบกับ Server ได้ โดยใช้ CGI (Common Gateway Interface) ในการรับส่งข้อมูล ซึ่งโครงการนี้ ใช้ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปีพ.ศ.2537-2539 ในการทดสอบการรับส่งและใช้โปรแกรม Visual Basic สร้างโปรแกรมควบคุมการติดต่อกับฐานข้อมูล ทั้งการอ่านและเขียนลงฐานข้อมูล (Read/Write) ซึ่งสร้างโดยโปรแกรม Microsoft Access และใช้ในการสร้างโปรแกรมคำนวณค่าที่รับจากผู้ใช้ และส่งค่ากลับโดยใช้ภาษา HTML (HyperText Markup Language)

Abstract

This project studies about the example of creating interactive homepage, users can communicate to the server immediately, by using Common Gateway Interface to interface between users and server. The example data of this project is an Mathematics Entrance Examination of year 1994-1996. And we choose Visual Basic, well known virtual language, to connect to the Access Program that used to keep project's data. Furthermore, we use Visual Basic to create program that compute data and generate the results in HTML form to the browser.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
สารบัญ	ค

บทที่ 1 บทนำ	1-1
--------------	-----

1. ความสำคัญและที่มาของปัญหา
2. วัตถุประสงค์ของปัญหา
3. ขอบเขตของปัญหา
4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ
5. ขั้นตอนการทำงาน

บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักเกณฑ์ที่เกี่ยวข้อง	2-1
--	-----

1. อินเทอร์เน็ต
2. ภาษา HTML
3. การสร้างไฮเปอร์เท็กซ์แบบโต้ตอบ
4. การใช้ดาต้าเบสกับเว็บเพจ
5. การติดตั้งเครื่อง PC ให้เป็น World Wide Web Server

บทที่ 3 หน้าจอและวิธีใช้งาน	3-1
-----------------------------	-----

บทที่ 4 บทสรุปและข้อเสนอแนะ	4-1
-----------------------------	-----

ภาคผนวก

- ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปีพ.ศ.2537
- เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปีพ.ศ.2537
- ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปีพ.ศ.2538
- เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปีพ.ศ.2538
- ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปีพ.ศ.2539
- เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปีพ.ศ.2539

บรรณานุกรม

บทที่ 1

บทนำ

1. ความสำคัญ/ที่มาของปัญหา

การศึกษาวิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาวิชาคำนวณอื่นๆ เช่น ฟิสิกส์ เคมีคำนวณ ฯลฯ อีกทั้งวิชาคณิตศาสตร์เองยังมีความสำคัญต่อวิชาชีพหลายแขนงเช่น วิศวกรรมศาสตร์ สถาปัตยกรรมศาสตร์ ฯลฯ รวมถึงเป็นวิชาบังคับหลักในการสอบเข้ามหาวิทยาลัย (Entrance) อีกด้วย

ปัจจุบันได้มีการใช้คอมพิวเตอร์อย่างแพร่หลาย และได้มีการใช้เพื่อเพิ่มความสะดวกในการเรียนการสอน เช่น ระบบช่วยสอน (CAI) และ ระบบอินเทอร์เน็ต (Internet) จึงมีแนวความคิดที่จะนำข้อสอบทางคณิตศาสตร์มาไว้บน Internet ซึ่งเป็นที่แพร่หลายในปัจจุบัน เพื่อความสะดวกในการทำแบบทดสอบและความตื่นตัวในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาตนเองต่อไป

2. วัตถุประสงค์ของปัญหา

1. เพื่อศึกษาการเขียน Web แบบ Interactive
2. เพื่อเป็นที่ทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์

3. ขอบเขตของปัญหา

- ใช้ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปี พ.ศ. 2537-2539 ในการทดสอบ
- สามารถประเมินผลการทำแบบทดสอบ
- สามารถตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้องได้

4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพิ่มความตื่นตัวในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
2. เพิ่มความสะดวกในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1. ศึกษาความต้องการและกำหนดขอบเขตระบบ
2. ศึกษาและเลือกข้อสอบ
3. ศึกษาอินเทอร์เน็ต
4. ศึกษาภาษา HTML
5. เขียน Homepage
6. ศึกษาการสร้างไฮเปอร์เท็กซ์แบบโต้ตอบ
7. ศึกษาการใช้คำสั่งเว็บเพจ
8. เขียนโปรแกรม
9. ศึกษาการติดตั้ง Web Server
10. ติดตั้ง Program บน Web Server
11. ทดสอบและแก้ไขโปรแกรม
12. จัดทำคู่มือประกอบการใช้งาน
13. สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักเกณฑ์ที่เกี่ยวข้อง

1. อินเทอร์เน็ต

อินเทอร์เน็ตคืออะไร

อินเทอร์เน็ต คือ เครือข่ายของคอมพิวเตอร์ ซึ่งเครือข่ายเหล่านี้จะประกอบไปด้วยเครือข่ายย่อยเป็นจำนวนมากต่อเชื่อมเข้าด้วยกันภายใต้มาตรฐานเดียวกันจนเป็นสังคมเครือข่ายขนาดใหญ่ หรือเราอาจจะเรียกได้ว่า อินเทอร์เน็ตเป็น “เครือข่ายของเครือข่าย” อินเทอร์เน็ตเป็นเครือข่ายที่สามารถเชื่อมโยงเครื่องคอมพิวเตอร์ทั่วโลกเข้าด้วยกันได้ จึงจัดเป็นเครือข่ายที่มีบทบาทสำคัญที่สุดในยุคของสังคมข่าวสารขณะปัจจุบัน สมาชิกอินเทอร์เน็ตสามารถใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ตั้งอยู่ที่จุดใด ๆ ก็ตามเพื่อส่งข่าวสาร และแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างกันได้

การเชื่อมต่อเข้ากับอินเทอร์เน็ต

อุปกรณ์ที่ต้องใช้มีดังต่อไปนี้

1. เครื่องคอมพิวเตอร์ 1 เครื่อง ควรจะเป็นเครื่องรุ่น 486 ขึ้นไป, หน่วยความจำอย่างน้อย 8 MB, ฮาร์ดดิสก์อย่างน้อย 540 MB
2. Modem (ปัจจุบันควรใช้ที่มีความเร็วไม่ต่ำกว่า 28.8 Kbps เพื่อความรวดเร็วในการส่งข้อมูล)
3. เลขหมายโทรศัพท์ 1 เลขหมาย
4. หมายเลขบัญชีการขอเข้าใช้บริการ (Internet Account) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า Account โดยการที่จะได้ Account จะต้องสมัครเป็นสมาชิกของศูนย์บริการอินเทอร์เน็ต (Internet Service Provider หรือ ISP) ซึ่งจะมีทั้งของสถาบันอุดมศึกษาต่าง ๆ และ บริษัทที่เปิดให้บริการอินเทอร์เน็ต

ประโยชน์ของอินเทอร์เน็ต

อินเทอร์เน็ตช่วยให้สังคมมนุษย์สามารถติดต่อสื่อสารกันได้อย่างสะดวกและรวดเร็วและเป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้ในการถ่ายทอดเทคโนโลยีหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระหว่างสถาบันการศึกษา, หน่วยงานราชการ, หรือบริษัทธุรกิจทั้งภายในและต่างประเทศ อีกทั้งยังเป็นการเพิ่มคุณภาพของบุคลากรในด้านระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์ให้เพิ่มมากขึ้น

บริการในอินเทอร์เน็ต

1. จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ (Electronic Mail)
หรือเรียกสั้นๆ ว่า “E-mail” เป็นการรับส่งข้อความผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์
2. ใช้โปรแกรมบนเครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องอื่น (Remote Login)
หากเรามี Account ในเครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องใด เราสามารถใช้บริการเครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องนั้นจากเครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องอื่นได้ก็ ได้ที่อยู่ในอินเทอร์เน็ต
3. การขนถ่ายแฟ้มข้อมูล (File Transfer Protocol)
หรือเรียกสั้นๆ ว่า “FTP” เป็นการถ่ายโอนแฟ้มข้อมูลต่าง ๆ ซึ่งแฟ้มที่สามารถถ่ายโอนได้มีทั้งข้อมูลทั่วไป, ข่าวประจำวัน, บทความ, รวมทั้งโปรแกรมในระบบปฏิบัติการต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นระบบปฏิบัติการบนพีซี, ยูนิกซ์, หรือแมคอินทอช
4. บริการค้นหาแฟ้ม (Archie)
Archie จะทำหน้าที่ช่วยค้นหาชื่อคอมพิวเตอร์ที่เก็บแฟ้มข้อมูลที่ต้องการ
5. กลุ่มข่าว (Usenet)
เป็นการรวมกลุ่มกันของผู้ใช้อินเทอร์เน็ตเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในหัวข้อต่าง ๆ ผ่านทางอินเทอร์เน็ต
6. โกเฟอร์ (Gopher)
เป็น โปรแกรมประยุกต์ที่ใช้สำหรับการเปิดค้นหาข้อมูลและขอใช้บริการด้วยระบบเมนู
7. สนทนาทางอินเทอร์เน็ต (Internet Relay Chat)
หรือเรียกกันติดปากว่า “IRC” เป็นการคุยกันผ่านทางอินเทอร์เน็ต คล้ายกับการคุยกันผ่านทางโทรศัพท์ แต่ทำได้โดยการพิมพ์ข้อความผ่านทางอินเทอร์เน็ต ข้อความที่พิมพ์ผ่านแป้นพิมพ์จะไปปรากฏบนหน้าจอของกลุ่มสนทนา การสนทนาอาจเกิดขึ้นระหว่างบุคคล 2 คนหรือพร้อมกันเป็นกลุ่มก็ได้
8. WWW (World Wide Web)

WWW

WWW หรือ World Wide Web หรืออาจเรียกสั้น ๆ ว่า “Web” เป็นรูปแบบหนึ่งของการบริการบนอินเทอร์เน็ต ใช้ในการค้นหาข้อมูลข่าวสารบนอินเทอร์เน็ตจากแหล่งข้อมูลหนึ่งไปยังอีกแหล่งข้อมูลที่อยู่ห่างไกลออกไป ให้มีความง่ายต่อการใช้งานมากที่สุด

WWW จะแสดงผลอยู่ในรูปแบบของเอกสารที่เรียกว่า “ไฮเปอร์เท็กซ์(HyperText)” ซึ่งเป็นฐานข้อมูลชนิดหนึ่ง ทำหน้าที่รวบรวมข่าวสารข้อมูลที่อยู่กระจัดกระจายไปในที่ต่าง ๆ ทั่วโลกให้สามารถนำมาใช้งานได้เสมือนอยู่ที่เดียวกันคล้ายกับเส้นใยแมงมุมที่ถักทอเส้นสายเชื่อมโยงกันไปมา แม้ว่าจะมีเส้นใยจำนวนมาก แต่ละเส้นจะถูกจัดวางทับกันมีจุดเชื่อมต่อที่ทำให้ตัวแมงมุมสามารถที่จะเดินทางไปยังจุดใด ๆ บนเส้นใยเหล่านี้ได้ และนี่ก็เป็นที่มาของตัว “W” ตัวสุดท้าย ก็คือ เว็บ (Web) นั่นเอง

การให้บริการของอินเทอร์เน็ตแบบ WWW เป็นระบบงานที่ทรงพลังมากที่สุดในยุคปัจจุบัน ทำให้ระบบเครือข่ายอินเทอร์เน็ตเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายทั่วโลกโดยแท้จริง

สาเหตุที่บริการแบบ WWW ได้รับความนิยมมากที่สุดก็เนื่องมาจาก WWW สามารถให้บริการข้อมูลได้ทั้งในแบบข้อความ, เสียง, ภาพนิ่งและภาพเคลื่อนไหว ทำให้ข้อมูลที่นำมาแสดงมีความน่าสนใจยิ่งขึ้นเป็นอันมาก

การค้นหาข้อมูลแบบ WWW จะมีการเชื่อมโยงข้อมูลตามเส้นทางที่กำหนดไว้เรียกว่า “LINKS” โดยในแต่ละจุดเชื่อมโยงจะมีเส้นทางเดินไปยังจุดต่อไปติดตั้งอยู่เป็นระยะในรูปแบบของข้อความหรือรูปภาพ ทำให้ผู้ใช้สามารถเลือกที่จะเดินทางต่อไปยังจุดมุ่งหมายใดก็ได้ และที่นั่นผู้ใช้จะพบว่ายังมีทางเดินไปถึงจุดหมายอื่นได้อีก ทำให้สามารถค้นหาข้อมูลที่ได้รับ รายละเอียดมากยิ่งขึ้น แต่ก็ขึ้นอยู่กับผู้ใช้เองว่าต้องการที่จะเดินทางต่อไปอีกหรือหยุดการเดินทางเพียงเท่านี้

มีอยู่หลายครั้งที่เรากำลังค้นหาข้อมูลอยู่ที่ห้องสมุดภายในประเทศไทยแต่ปรากฏว่าข้อมูลนั้นได้เชื่อมโยงกับแหล่งข้อมูลในต่างประเทศอีกหลายประเทศ การเข้าไปใช้งานในอินเทอร์เน็ตแบบ WWW บ่อยครั้งทำให้เรามีความรู้สึกเสมือนได้เดินทางท่องเที่ยวไปยังประเทศต่าง ๆ หรือแม้แต่เดินทางไปยังดาวดวงอื่นอีกหลายดวง ทั้งในระบบสุริยจักรวาลหรือต่างเอกภพ ดังนั้นบรรดาผู้ใช้อินเทอร์เน็ตจึงมักเรียกดินแดนบนอินเทอร์เน็ตว่า “ไซเบอร์สเปซ” (CYBER SPACE)

โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ (Web Browser Program)

ไฮเปอร์เท็กซ์ที่ถูกสร้างขึ้นมาจะอยู่ในรูปแฟ้มเอกสาร HTML (Document Files) ที่มีการกำหนดคุณสมบัติ (markup) ของเว็บเพจเข้าไป ยังไม่สามารถแสดงผลข้อมูลออกมาให้ใช้งานได้โดยตรง ถ้าต้องการผลลัพธ์ที่เกิดจากการสร้างว่าเป็นอย่างไร จะต้องผ่านโปรแกรมที่ทำหน้าที่แปลคำสั่งนั้นก่อน เราเรียกโปรแกรมนี้อีกว่า “โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์” หน้าที่หลักของโปรแกรมนี้อีกคือ เป็นตัวแปลคำสั่งไฮเปอร์เท็กซ์แล้วแสดงผลออกมาเป็นรูปภาพ, เสียง, ข่าวสารและข้อมูล

คุณสมบัติอื่น ๆ ของโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ ไม่ว่าจะเป็นการดาวน์โหลดไฟล์, การดึงรูปภาพมาใช้งาน, การพิมพ์เอกสาร HTML ออกทางเครื่องพิมพ์, การส่งจดหมาย (E-mail) และความสามารถด้านอื่น ๆ อีกมากมาย ทำให้เราสามารถใช้งานอินเทอร์เน็ตได้อย่างสะดวก รวดเร็ว และสนุกสนาน

ปัจจุบันมีการนำเอาโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์มาใช้งานกันมากขึ้น นอกเหนือจากความสามารถในการแสดงผลแบบเท็กซ์แล้วยังรวมเอาคุณสมบัติทั้งภาพและเสียงเข้าไปด้วย มีอยู่ด้วยกันหลายโปรแกรม แต่โปรแกรมที่จะขอแนะนำให้รู้จักนี้ ได้รับความนิยมจากผู้ใช้งานกันมากที่สุด สามารถจัดหามาใช้งานได้ง่าย และสิ่งสำคัญโปรแกรมเหล่านี้ได้จัดทำเป็นเวอร์ชันสำหรับแจกฟรีให้ผู้สนใจนำไปทดลองใช้งานก่อน ถ้ามีคุณภาพดีและพึงพอใจจึงค่อยซื้อภายหลัง เช่น NCSA Mosaic , Netscape Navigator

ปัญหาเกี่ยวกับภาษาไทย

บางครั้งที่เราเข้าไปดูในบาง web site สิ่งที่เราพบออกมามากกลายเป็นตัวอักษรที่อ่านไม่ออกว่าเป็นภาษาของชนชาติใดเป็นผลมาจากการที่โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ที่เราใช้อยู่ไม่รู้จักรหัสภาษาไทย วิธีแก้ไขทำได้โดยการเปลี่ยนรูปแบบของตัวอักษร (Font) ในส่วนกำหนดค่าเริ่มต้น (Configuration หรือ Option) ของโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ โดยเลือกแบบของตัวอักษรที่เป็นภาษาไทย ในระบบ Windows Thai Edition จะมีชื่อตามหลังด้วยคำว่า UPC หรือมีชื่ออ่านสะกดออกเสียงได้เป็นภาษาไทยแล้วต่อท้ายด้วยคำว่า New เช่น AngsanaNew หรือ CordiaNew เพียงเท่านั้น เว็บเบราว์เซอร์ก็สามารถแสดงผลออกมาเป็นภาษาไทยได้ แต่สำหรับเว็บเบราว์เซอร์ตัวไหนที่ไม่สามารถเปลี่ยนแบบของตัวอักษรให้เป็นภาษาไทยได้ ก็คงไม่สามารถดำเนินการแก้ไขสิ่งใดได้อีกแล้ว นอกจากจะรอให้โปรแกรมนั้นอัปเดตเป็นรุ่นใหม่ที่สามารถใช้งานกับภาษาไทยได้ หรือเปลี่ยนไปใช้งานโปรแกรมอื่นแทน หรือเลิกใช้ภาษาไทยไปเลย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โฮมเพจ (Homepage)

โฮมเพจเป็นผลผลิตของไฮเปอร์เท็กซ์ที่ผู้เข้าไปใช้บริการบนอินเทอร์เน็ตพบเห็นกัน ได้มากที่สุด ผู้ให้บริการอินเทอร์เน็ต(ISP) และศูนย์บริการเว็บ(Web site) ทุกแห่งต่างมีโฮมเพจเป็นของตนเอง เพื่อเป็นข้อมูลเบื้องต้นที่แสดงให้ผู้ใช้บริการทราบว่าในสถานีนั้น ๆ ให้บริการสิ่งใดบ้างและเมื่อเข้าสู่โฮมเพจนั้น ๆ แล้วเราจะเดินทางไปยังแห่งใดได้ ทำหน้าที่เป็นจุดรวมของการเดินทางเข้าไปสู่ดินแดนแห่งใหม่ นับได้ว่าโฮมเพจเป็นหน้าตา เป็นการประชาสัมพันธ์ของสถานีหรือองค์กรนั้น และเราเรียกข้อมูลอื่น ๆ ซึ่งอาจเชื่อมโยงต่อจากโฮมเพจว่า “เว็บเพจ” (Web Page)

รูปร่างหน้าตาของโฮมเพจแต่ละแห่งจะแตกต่างกันออกไป ขึ้นอยู่กับประเภทและรูปแบบขององค์กรนั้น โฮมเพจที่ดีไม่ควรมีรูปภาพมากจนเกินไป เนื่องจากจะทำให้การทำงานช้าลง ไม่ควรมีหลายหน้าและควรมีส่วนแสดงให้ผู้ใช้ทราบว่าในสถานีนั้นมีบริการอะไรอยู่บ้าง

ด้วยการพัฒนาของไฮเปอร์เท็กซ์ ได้เกิดภาษาใหม่ที่กลายมาเป็นมาตรฐานบนอินเทอร์เน็ตภาษาหนึ่ง ที่นิยมนำมาใช้สร้างโฮมเพจและเว็บเพจบนอินเทอร์เน็ตกัน นั่นคือ “ภาษา HTML”

การทำงานของเว็บเพจ

เราสามารถแบ่งการทำงานของเว็บเพจ ได้เป็น 4 ประเภท คือ

1. การทำงานตามปกติหรือการทำงานที่ไม่มีการประมวลผลพิเศษ
2. การทำงานแบบมีการประมวลผลพิเศษที่เครื่องให้บริการ
3. การทำงานแบบมีการประมวลผลพิเศษที่เครื่องลูกข่าย
4. การทำงานแบบที่มีการประมวลผลพิเศษทั้งที่เครื่องให้บริการและเครื่องลูกข่าย

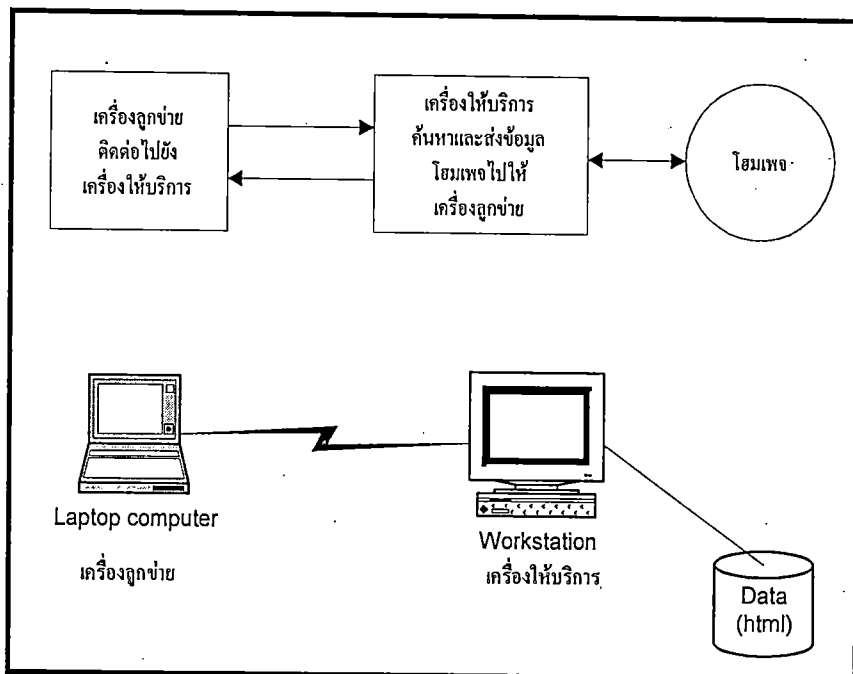
1. การทำงานตามปกติ

ในการทำงานของโฮมเพจตามปกตินั้นจะมีลักษณะถามและตอบระหว่างเครื่องลูกข่ายและเครื่องให้บริการ เครื่องลูกข่ายจะทำการติดต่อไปยังเครื่องให้บริการ โดยการกำหนดคำร้องขอในรูปแบบ URL ต่างๆ เช่น <http://www.yahoo.com>

จะเห็นได้ว่าในลักษณะนี้ข้อมูลที่ส่งผ่านนั้นเป็นข้อมูลที่ได้มีการจัดทำไว้ก่อนซึ่งมีรูปแบบตายตัว เครื่องให้บริการจะรับคำร้องขอจากเครื่องลูกข่าย ซึ่งเป็นการอ้างถึงชื่อไฟล์

โดยการกำหนดชื่อไฟล์ในรูปแบบของ URL เมื่อเครื่องให้บริการได้รับ URL ซึ่งบรรจุชื่อไฟล์แล้วก็จะทำการค้นหาและส่งไฟล์นั้นกลับไปให้เครื่องลูกข่าย

หน้าที่ของเครื่องให้บริการในการทำงานลักษณะนี้ก็เพียงแค่ตรวจสอบรายชื่อไฟล์ของโฮมเพจ และส่งกลับไปให้เครื่องลูกข่ายเท่านั้น จะไม่มีการประมวลผลพิเศษใดๆ เพิ่มเติม



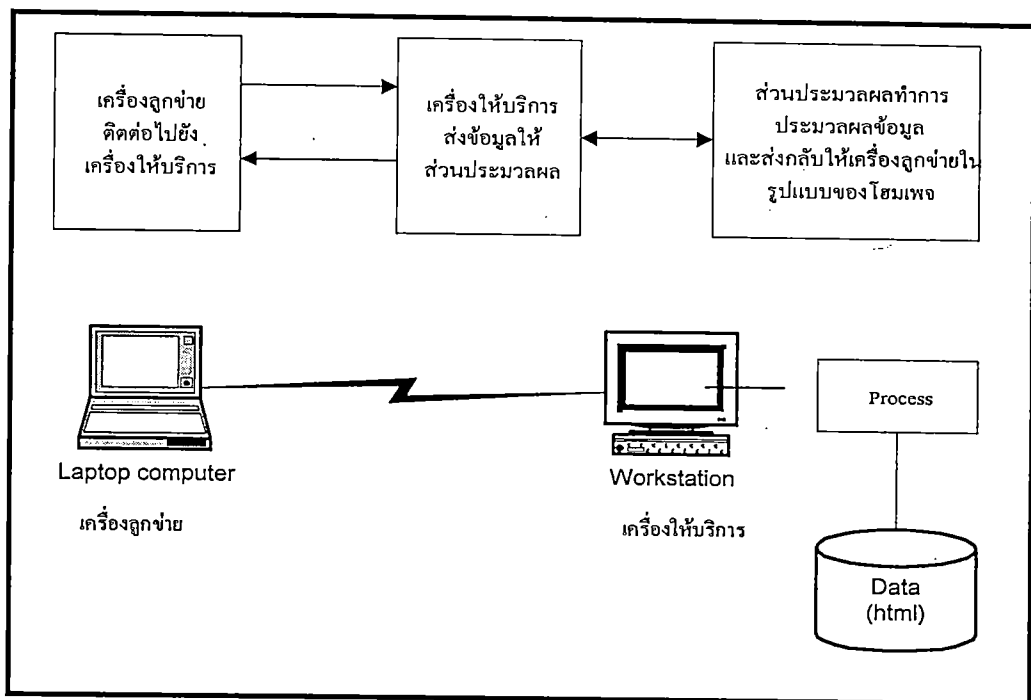
แสดงการส่งข้อมูลโฮมเพจในลักษณะที่มีการโต้ตอบ

2. การทำงานแบบมีการประมวลผลโดยใช้ความสามารถของเครื่องให้บริการ

การทำงานในลักษณะนี้เมื่อเครื่องลูกข่ายติดต่อมายังเครื่องให้บริการ เครื่องให้บริการจะทำการประมวลผลพิเศษแล้วจึงส่งผลลัพธ์ของการประมวลผลกลับไปให้เครื่องลูกข่าย ในการทำงานลักษณะนี้เครื่องลูกข่ายจะส่ง URL ซึ่งมีคำร้องขอพิเศษอยู่ด้วย ซึ่งเราเรียกว่า "query string" หรือ "command line" เช่น <http://search.yahoo.com/bin/search?p=cgi> เมื่อเครื่องให้บริการได้รับคำร้องขอลักษณะนี้ เครื่องให้บริการจะทำการเรียกโปรแกรมพิเศษขึ้นมาประมวลผลแล้วแปลงผลลัพธ์ของการประมวลผลนั้นให้อยู่ในรูปแบบของโฮมเพจ แล้วจึงค่อยส่งกลับไปให้เครื่องลูกข่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยปกติแล้วคำร้องขอพิเศษเหล่านี้ผู้ใช้งานไม่จำเป็นต้องระบุด้วยตัวเอง แต่จะมีโฮมเพจที่จัดเตรียมไว้ให้ผู้ใช้งานป้อนข้อมูลที่ต้องการ เช่น การกรอกแบบฟอร์ม หลังจากที่ได้รับข้อมูลเรียบร้อยแล้วเว็บเบราว์เซอร์ก็จะแปลงข้อมูลเป็นคำร้องขอพิเศษกลับไปให้เครื่องที่ให้บริการ โดยอัตโนมัติ



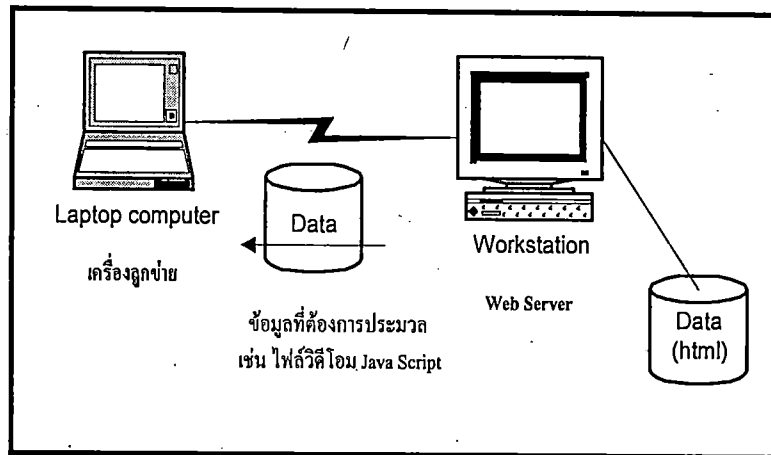
แสดงการส่งข้อมูลโฮมเพจในลักษณะที่มีการประมวลผลพิเศษที่เครื่องให้บริการ

3. การทำงานแบบมีการประมวลผลพิเศษที่เครื่องลูกข่าย

การทำงานในลักษณะนี้เครื่องให้บริการจะส่งข้อมูลพิเศษบางอย่างนอกเหนือจากข้อมูลตัวอักษรและภาพ เช่น ส่ง Javascript, ไฟล์เสียง, ไฟล์วิดีโอมาด้วย เมื่อเครื่องลูกข่ายได้รับข้อมูลพิเศษเหล่านี้ก็จะทำการดึงเอาโปรแกรมประยุกต์ (plug in) ที่ติดตั้งเพิ่มเติมไว้ในเครื่องลูกข่ายขึ้นมาประมวลผล

ลักษณะที่เห็นได้ชัด เช่น การใช้งานระบบ Java ที่เครื่องให้บริการจะส่งซอร์สโค้ดของ Java มากับส่วน heading ของโฮมเพจ เครื่องลูกข่ายจะทำการประมวลผลภาษา Java แล้วจึงแสดงผลที่หน้าจอ การทำงานในลักษณะนี้ต้องพึ่งพาความสามารถของเครื่องลูกข่ายเป็นหลัก ดังนั้น จึงเหมาะสำหรับการใช้งานเครื่องลูกข่ายที่มีคุณภาพสูงระดับ 486 หรือเพนเทียมขึ้นไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



แสดงการส่งข้อมูลโฮมเพจในลักษณะที่มีการประมวลผลพิเศษที่เครื่องลูกข่าย

4. การทำงานแบบมีการประมวลผลพิเศษทั้งที่เครื่องให้บริการและเครื่องลูกข่าย

การทำงานในลักษณะนี้มีการประมวลผลพิเศษทั้งที่เครื่องให้บริการและเครื่องลูกข่าย วิธีการนี้เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพสูง แต่ค่อนข้างยุ่งยากในการจัดทำจึงไม่เป็นที่นิยม

2. ภาษา HTML

HTML ย่อมาจาก HyperText Markup Language คือภาษาหลักที่ใช้ในการสร้างโฮมเพจ แฟ้มเอกสาร HTML ที่สร้างขึ้นจะนำไปแสดงผลได้ด้วยโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ ปัจจุบันภาษา HTML ด้ถูก หนดมาตรฐานนี้ ้่นำไปพบ ุ่ที่ 30 แล้ว ลักษณะของไฮเปอร์เท็กซ์ที่เราพบเห็นกันอยู่เสมอ ก็คือ การใช้ระบบ Help บนวินโดว์

การทำงานของ HTML

WWW แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็น Client และส่วนที่เป็น Server เหมือนกับที่มีแบ่งกันในระบบเครือข่ายทั่วไป ทั้งสองส่วนจะถูกเชื่อมโยงถึงกันผ่านทางอินเทอร์เน็ต โดยมี HTML เป็นส่วนฐานข้อมูลสำคัญ เมื่อเว็บเบราว์เซอร์ส่งข้อความร้องขอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบของไฟล์ HTML จากเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เราใช้งานอยู่ผ่าน โมเด็มหรืออุปกรณ์สื่อสารข้อมูลอื่นไปยังศูนย์บริการอินเทอร์เน็ต (ISP) ตามโพรโทคอล (Protocol) ที่กำหนดไว้ผ่านทาง URLs (Uniform Resource Locators) และเมื่อข้อมูลเดินทางมาถึงเว็บเซิร์ฟเวอร์ (Web Server) ศูนย์บริการปลายทางที่ผู้ใช้ต้องการ ณ ที่นี้เครื่องเว็บเซิร์ฟเวอร์ของศูนย์ฯ จะทำการอ่านข้อมูลที่ถูกส่งมาและจะทำงานตามคำสั่งที่กำหนด โดยอาจมีการเชื่อมโยงไปยังเว็บเซิร์ฟเวอร์อื่นอีก หลังจากจบสิ้นกระบวนการแล้วจะทำการจัดส่งข้อมูลคำตอบย้อนกลับมายังเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เราใช้งานอยู่ โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ที่เครื่องคอมพิวเตอร์ของเราก็จะแปลงสัญญาณคำสั่งและแสดงผลเป็นข้อความ, รูปภาพ, และเสียงให้เราได้ใช้งานกันต่อไป

การเขียน HTML

ก่อนที่จะลงมือเขียนโปรแกรมภาษา HTML เพื่อสร้างโฮมเพจนั้น ต้องตรวจเช็คความพร้อมของอุปกรณ์เครื่องมือสำหรับการสร้างก่อนว่ามีตามรายการดังต่อไปนี้หรือไม่

1. เครื่องคอมพิวเตอร์ ขนาดตั้งแต่ 486 ขึ้นไป
2. หน่วยความจำตั้งแต่ 8 MB
3. พื้นที่ฮาร์ดดิสก์ขนาดไม่น้อยกว่า 20 MB
4. Mouse
5. โปรแกรม DOS ตั้งแต่ Version 5.0 เป็นต้นไป
6. โปรแกรม MS-Windows ตั้งแต่ Version 3.0 เป็นต้นไป
7. โปรแกรม Netscape Navigator Version 1.0 เป็นต้นไป หรือ
8. โปรแกรม Mosaic ตั้งแต่ Version 2.0 เป็นต้นไป หรือโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์อื่นที่มีอยู่
9. โปรแกรม Web Editor

ไฟล์ของโปรแกรม HTML เป็นเท็กซ์ไฟล์ธรรมดาที่ใช้นามสกุลว่า .htm สำหรับเครื่องที่ใช้ระบบ DOS หรือ .html สำหรับเครื่องที่ใช้ระบบ UNIX หรือ Windows 95 หรือระบบปฏิบัติการอื่นที่สนับสนุนการตั้งชื่อได้ยาว ๆ

เราสามารถสร้างไฟล์ HTML จากโปรแกรมเท็กซ์อีดิเตอร์ (Text Editor) ทั่วไคก็ได้ ที่เก็บข้อมูลเป็นแบบ ASCII ไม่ว่าจะเป็นโปรแกรม Edit.com ของ DOS เอง หรือโปรแกรม Notepad ของระบบ Windows โปรแกรม vi ของ UNIX หรือโปรแกรมอื่นๆ ที่สามารถนำมาเขียนโปรแกรมภาษา HTML ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แม้ว่าโปรแกรม HTML ที่เราสร้างขึ้นนั้นจะเป็นเท็กซ์ไฟล์ธรรมดาที่จัดได้ว่าไม่ธรรมดา เพราะภายในตัวโปรแกรมจะต้องมีการกำหนดรหัสพิเศษ (Markup Code) ที่เรียกว่าคำสั่ง (Tags) ตามตำแหน่งที่ต้องการ เพื่อให้โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ทราบว่าต้องแสดงผลออกมาเป็นอย่างไร

โครงสร้างพื้นฐานของ HTML

โครงสร้างของ HTML ประกอบไปด้วยส่วนของคำสั่ง 2 ส่วน ได้แก่

1. Head หมายถึง ส่วนหัว
2. Body หมายถึง ส่วนของเนื้อหา

โดยมีรูปแบบของภาษาเป็นดังนี้ คือ

```
<HTML>
<HEAD>
<TITLE>ชื่อโปรแกรมหรือข้อมูลที่ต้องการแสดง</TITLE>
</HEAD>
<BODY>
... คำสั่งหรือข้อความที่ต้องการให้แสดง
</BODY>
</HTML>
```

จากโครงสร้างโปรแกรมข้างบน tag 'ตัวแรกคือ <HTML> ใส่ไว้ที่ต้นเอกสารทุก page เป็นการบอกว่าต่อจากนี้ไปเขียนในรูปแบบของ HTML และใส่ </HTML> ไว้ที่ท้ายสุดของเอกสาร ต่อมาคือ tag <HEAD> เป็นการบอกว่าบรรทัดที่หลังมันและอยู่หน้า </HEAD> เป็นหัวข้อของเนื้อหาของไฟล์นั้นๆ <TITLE> เป็น tag ที่จะนำชื่อของเอกสารไปใส่ไว้ที่ title bar ของหน้าต่างของโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการค้นหาโดย search engine ต่อไปได้ ส่วนที่เหลือของเนื้อหาทั้งภาพและตัวหนังสือจะอยู่ใน tag <BODY> และ </BODY>

3. การสร้างไฮเปอร์เท็กซ์แบบโต้ตอบ

แต่เดิม HTML จะมีลักษณะของการสื่อสารข้อมูลแบบสื่อทางเดียว (One Way) คือผู้ใช้สามารถอ่านข้อมูลได้เพียงอย่างเดียว แต่ด้วยความสามารถของ HTML 2.0 ทำให้เราสามารถสื่อสารกับผู้อื่นได้ในลักษณะสื่อสองทาง (Two Ways) หรือเรียกว่า “แบบโต้ตอบ” นั่นคือ นอกจากอ่านข้อมูลเพียงอย่างเดียวแล้ว เรายังสามารถส่งข้อมูลกลับไปยังศูนย์บริการได้ โดยผ่านแบบฟอร์ม(Form) และผลที่ส่งกลับไปยังสามารถนำไปผ่านกระบวนการคำนวณแล้วแสดงผลกลับมาให้เราทราบได้อีกด้วย โดยที่การโต้ตอบกลับไปกลับมาได้จะต้องอาศัยตัวกลางที่ทำหน้าที่เชื่อมโยงข้อมูลระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์ผู้ใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์เซิร์ฟเวอร์ที่เรียกว่า “CGI”

แบบฟอร์ม (Form)

แบบฟอร์มหรือแบบสอบถามบนอินเทอร์เน็ตก็เป็นเหมือนแบบฟอร์มทั่วไปที่เราได้พบเห็นกัน ไม่ว่าจะเป็นแบบฟอร์มที่เราต้องกรอกกันตั้งแต่สมัครเข้าเรียนหนังสือ, สมัครงาน, สั่งซื้อสินค้า การตอบแบบสอบถาม สรุปก็คือ เอกสารใด ๆ ที่จัดเรียงข้อมูลให้อยู่อย่างเป็นระเบียบ มีช่องให้เราเติมข้อความลงไป หรือ มีตัวเลือกให้เราเลือกแล้วเรียกว่า แบบฟอร์ม ทั้งสิ้น

CGI Programming

CGI ย่อมาจาก Common Gateway Interface เป็นโปรโตคอลเพื่อติดต่อกับภายนอกเว็บ ซึ่งภายนอกเว็บก็หมายถึงเครื่องของเรา ซึ่ง CGI script ความจริงแล้วคือโปรแกรมที่เราเขียนขึ้นมาด้วยภาษาใดก็ได้ เช่น Delphi, Visual Basic หรือ Perl แล้วคอมไพล์ให้เป็นไฟล์ที่มีจุดเป็น EXE โปรแกรมขนาดเล็กๆ นี้จะทำงานอยู่บน Web Server และสามารถถูกปลุกโดยการเชื่อมต่อในเอกสาร HTML โปรแกรม CGI จะรับพารามิเตอร์บางอย่าง เช่น ข้อมูลที่ผู้ใช้กรอกไว้บนฟอร์ม และคืนผลที่ได้กลับมาให้ด้วย ผลลัพธ์อาจเป็นเท็กซ์หรือกราฟิกก็ได้ แต่มีเงื่อนไขว่าต้องเป็นโค้ด HTML ด้วยเพื่อให้โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์นำผลลัพธ์ขึ้นมาแสดงได้ทันที โปรแกรม Database CGI ต้องทำหน้าที่ 3 อย่าง คือ

1. รับข้อมูลจากโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ ซึ่งปกติจะเป็นพารามิเตอร์ที่ได้จากฟอร์ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. นำพารามิเตอร์ที่ได้มาแปลงให้เป็นประโยคควิรีที่จะทำงานได้บนคาค่าเบสเซอร์ฟเวอร์ โดยมากจะใช้ Standard Query Language (SQL)
3. ผลลัพธ์ที่ได้จะถูกแปลงให้เป็น HTML ขึ้นตอนสุดท้ายนี้ค่อนข้างยุ่งยากมาก และส่วนผลลัพธ์นี้จะแยกกันอยู่หลายๆ पेจ ดังนั้นจึงต้องพร้อมที่จะให้ผู้ใช้เลื่อนไปดูที่ पेจ ใดก็ได้

ตัวอย่างที่ 1

```

<HTML>
<HEAD> <title>TestCGIOne</title> </HEAD>
<BODY>
<H1>TestDelphiCGI</H1><BR>
<A HREF="mycgi cgione.exe">TestOne</A>
</BODY>
</HTML>

```

ในการสร้างโฮมเพจด้วยเทคนิค CGI ซึ่งเป็นความสามารถที่มีอยู่แล้วใน Web Server เกือบทุกโปรแกรม และสามารถใช้งานได้บนเครื่องคอมพิวเตอร์ทุกชนิด ตั้งแต่โน้ตบุ๊กไปจนถึงเครื่องระดับเวิร์กสเตชัน

CGI script

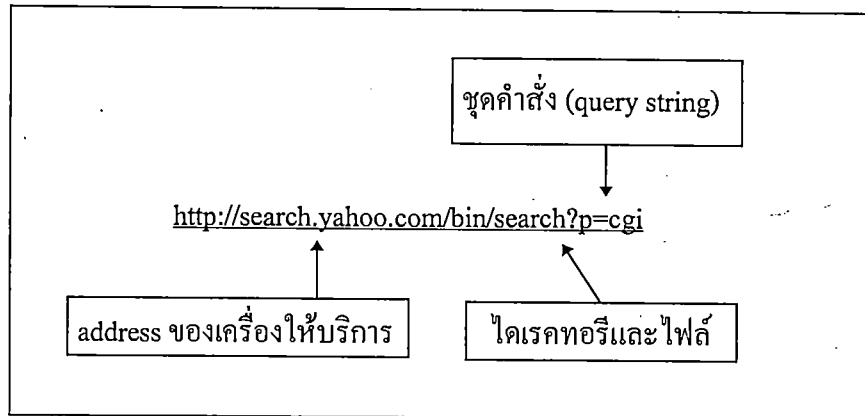
ทางด้านของสคริปต์แบ่งออกได้เป็น 6 รูปแบบใหญ่ คือ

- เพื่อแสดงข้อความ ซึ่งหาโอกาสในการใช้งานยาก เพราะสามารถใช้เอกสาร HTML ธรรมดาได้ง่ายกว่าอยู่แล้ว
- เพื่อแจ้งกลับ ดังแบบสอบถามตามเอกสาร HTML ซึ่งถ้าต้องการส่งข้อมูลที่ผู้อ่านป้อนกลับไป จะต้องเขียนสคริปต์โดยการใช้ร่วมกับวิธีอื่นด้วย เช่น การเก็บลงฐานข้อมูล
- เพื่อจัดเก็บลงฐานข้อมูล เมื่อผู้อ่านเอกสารแจ้งความจำนงค์ใดมา เช่น ตามแบบฟอร์ม จะต้องเก็บลงฐานข้อมูลเพื่อดำเนินการต่อไป
- เพื่อการค้นหาข้อมูล เพื่อให้ผู้ใช้ค้นหาข้อมูลที่ต้องการ
- เพื่อการโต้ตอบ ดังเช่นเมื่อผู้ใช้ค้นหาและเมื่อพบแล้วอาจแจ้งให้ผู้ใช้ทราบเพื่อดำเนินการต่อไป
- เพื่อแสดงไดอะล็อกบ็อกซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การใช้งานโปรแกรม CGI

เราสามารถใช้งานโปรแกรม CGI บนเครื่อง Web Server ได้ โดยการระบุ URL ที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมนั้นๆ เกือบทุก Server จะเก็บโปรแกรมประยุกต์ของ CGI ไว้ในไดเรกทอรีที่ชื่อ cgi-win หรือ cgi-bin และส่วนใหญ่จะกำหนดให้มีนามสกุลของไฟล์นั้นเป็น cgi แต่สามารถกำหนดให้เป็นนามสกุลอื่นๆ เช่น pl, c, awk, exe หรือไม่ต้องมีนามสกุลก็ได้



อธิบายส่วนต่างๆ ของ URL ที่มีการเรียกใช้งานโปรแกรม CGI

URL ของโปรแกรม CGI จะแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ

1. ชื่อเครื่องให้บริการ
2. ไดเรกทอรีและไฟล์ของโปรแกรม CGI
3. ชุดคำสั่งพิเศษ (Command line หรือ query string)

4. การใช้ดาต้าเบสกับเว็บเพจ

เทคโนโลยีที่ใช้

ปกติการเชื่อมต่อระหว่างโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์และดาต้าเบสต้องใช้ CGI โดย CGI จะทำงานอยู่บน Web Server และสามารถถูกปลุกโดยการเชื่อมต่อในเอกสาร HTML ของผู้ใช้ เช่น ปุ่ม Submit ที่มีอยู่บนฟอร์ม HTML ปกติใช้เป็นตัวกระตุ้น CGI ที่ทำงานอยู่บน Web Server

โปรแกรม CGI จะรับพารามิเตอร์บางอย่าง เช่น ข้อมูลที่ผู้ใช้กรอกไว้บนฟอร์ม และคืนผลที่ได้กลับมาให้ด้วย ผลลัพธ์อาจเป็นเท็กซ์หรือกราฟก็ได้ แต่มีเงื่อนไขว่าต้องเป็นโค้ด HTML ด้วยเพื่อให้โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์นำผลลัพธ์ขึ้นมาแสดงได้ทันที

โปรแกรม Database CGI ต้องทำหน้าที่ 3 อย่าง คือ รับข้อมูลจากโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ ซึ่งปกติจะเป็นพารามิเตอร์ที่ได้จากฟอร์ม นำพารามิเตอร์ที่ได้มาแปลงให้เป็นประโยคควิรี่ที่จะทำงานได้บนดาต้าเบสเซอร์ฟเวอร์ โดยมากจะใช้ Standard Query Language (SQL) ทำงานบนดาต้าเบสเซอร์ฟเวอร์ประสิทธิภาพสูง ผลลัพธ์ที่ได้จะถูกแปลงให้เป็น HTML ขั้นตอนสุดท้ายนี้ค่อนข้างยุ่งยากมาก และส่วนผลลัพธ์นี้จะแยกกันอยู่หลาย ๆ เพจ ดังนั้น จึงต้องพร้อมที่จะให้ผู้ใช้เลื่อนไปดูที่เพจใดก็ได้

ดาต้าเบส (Database)

ดาต้าเบสส่วนใหญ่จะอยู่เบื้องหลังการทำงานของ CGI ปัจจุบันมีดาต้าเบสที่มีคุณภาพสูงขึ้นกว่าเดิมมาก โดยทั่วไปไม่จำเป็นต้องเก็บดาต้าเบสไว้เครื่องเดียวกันกับ Web Server และ CGI ตำแหน่งที่อยู่ของดาต้าเบสจะขึ้นอยู่กับตัวระบบปฏิบัติการและดาต้าเบสเซอร์ฟเวอร์ที่เลือกใช้มากกว่า

การเชื่อมโยงระหว่างดาต้าเบสกับ Web Server และ โปรแกรม CGI นั้นปกติจะถูกจัดการด้วยซอฟต์แวร์ Data transport ตัวอย่างของซอฟต์แวร์ชนิดนี้เช่น ODBC ที่สนับสนุนการใช้กับผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ เช่น Oracle, DB2, Sybase เป็นต้น ในบางกรณีอาจจะเลือกใช้ซอฟต์แวร์ที่มีประสิทธิภาพไม่สูงมากนัก เช่น FileMaker Pro ซึ่งมีทั้งรุ่นที่ทำงานบน Windows และ แมคอินทอช

5. การติดตั้งเครื่อง PC ให้เป็น World Wide Web Server

การติดตั้งโปรแกรม World Wide Web Server นั้นแต่เดิมมักจะทำการติดตั้งลงบนระบบ UNIX หรือ Windows NT ซึ่งต้องทำการติดตั้งโดยผู้ดูแลระบบ (System Administrator) หรือผู้ที่มีความรู้ทางด้านนี้โดยเฉพาะ และมักเป็นเรื่องที่ยุ่ยากสำหรับผู้ใช้งานคอมพิวเตอร์ทั่วๆ ไปที่ไม่คุ้นเคยกับระบบ UNIX และ Windows NT แต่ในปัจจุบันการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ติดตั้งโปรแกรม WWW Server นั้นสามารถติดตั้งบนเครื่องคอมพิวเตอร์ธรรมดาๆ ที่มีระบบปฏิบัติการเป็น Windows 3.11 หรือ Windows 95 ได้ ทำให้ผู้ใช้ระบบอินเทอร์เน็ตทั่วๆ ไปสามารถติดตั้งโปรแกรมด้วยตนเองได้ โดยติดตั้งลงบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลของตนเอง เมื่อติดตั้งโปรแกรมแล้วเครื่องนั้นก็ยังสามารถใช้งานโปรแกรมอื่นๆ ได้ตามปกติพร้อมๆ กัน การแก้ไขข้อมูลในโฮมเพจก็สามารถทำได้โดยตรงจากฮาร์ดดิสก์ อีกทั้งยังสามารถใช้ WWW Server นี้ติดต่อกับโปรแกรมต่างๆ บนวินโดวส์ เช่น โปรแกรม Visual Basic, Access ฯลฯ หรือโปรแกรมต่างๆ บนคอสม โดยผ่านระบบ Common Gateway Interface (CGI) ได้อีกด้วย และเมื่อเชื่อมต่อเครื่องคอมพิวเตอร์เข้าสู่ระบบอินเทอร์เน็ตก็จะกลายเป็น Web Server ที่สามารถติดต่อกับระบบอินเทอร์เน็ตทั่วทุกมุมโลกได้ทันที

ปัจจุบันมีโปรแกรม WWW Server หลายโปรแกรมที่สามารถทำงานบน Microsoft Windows ได้ ส่วนในการทำโครงการพิเศษครั้งนี้ได้ใช้โปรแกรม WebSite Server โปรแกรม WebSite Server เป็นโปรแกรม WWW Server ที่ทำงานบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่มีระบบปฏิบัติการเป็น Microsoft Windows 95 และ Windows NT มีความสามารถเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ทำงานบนระบบยูนิกซ์ โดยสามารถรองรับการทำงานของฟังก์ชัน HTML มาตรฐาน และสามารถทำ Common Gateway Interface ได้เช่นกัน

อุปกรณ์ที่ใช้ในการติดตั้ง

- เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล 486 ขึ้นไป
- หน่วยความจำอย่างน้อย 8 เมกะไบต์

ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม Web Site Server

1. เรียกไฟล์ setup จากแผ่นโปรแกรม เมื่อทำการขยายไฟล์เรียบร้อยแล้วจะได้ไฟล์และซิปไดเรกทอรีต่างๆ ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงรายชื่อไดเรกทอรีต่างๆ ของโปรแกรม WebSite Server

Directory	Comment
htdocs	สำหรับเก็บโฮมเพจต่าง ๆ
logs	เก็บสถิติต่าง ๆ ของ Web Server
cgi-bin	เก็บโปรแกรม Common Gateway Interface (CGI)
cgi-src	เก็บตัวอย่าง source code ของโปรแกรม CGI
cgi-dos	เก็บตัวอย่าง CGI ที่เป็นโปรแกรม batch บน Dos
cgi-win	เก็บตัวอย่าง CGI ที่เป็นโปรแกรมบน Windows

2. ในระหว่างการติดตั้งโปรแกรมติดตั้งจะถามโปรโตคอล TCP/IP ของเครื่อง ซึ่งค่า TCP/IP นี้สามารถดูได้ที่ Control Panel เลือกไอคอน Network จะปรากฏหน้าจอ Network แล้วเลือก property เพื่อดูค่า IP Address เช่น 161.246.11.175 เป็นต้น

3. เมื่อทำการติดตั้งโปรแกรมเรียบร้อยแล้วจะปรากฏไอคอนของโปรแกรม Web Site Server

ทดสอบการใช้งาน WWW Server ส่วนตัว

เมื่อได้ทำการติดตั้งโปรแกรม WebSite Server ตามที่กล่าวมาแล้ว ก็ให้ทำการทดสอบระบบโดยมีวิธี ดังนี้

1. เรียกโปรแกรม WebSite Server โดยการคลิกที่ไอคอนของโปรแกรม WebSite Server
2. จากนั้นให้เรียกโปรแกรม Browser (ในที่นี้ใช้โปรแกรม Netscape Navigator) แล้วคลิกปุ่ม Open ของโปรแกรม Netscape ให้ป้อนหมายเลข IP Address ของเครื่องตามที่ได้กำหนดไว้
3. จากนั้นให้กดปุ่ม Open หากระบบทำงานตามปกติหน้าจอของโปรแกรม Netscape จะปรากฏโฮมเพจของ WebSite Server แล้วให้สังเกตที่บล็อก Location ถ้าปรากฏ http:// แสดงว่าได้ติดตั้งระบบ WWW ได้เรียบร้อยแล้วถูกต้อง เครื่อง PC สามารถใช้งาน WWW Server ได้ตามต้องการ แต่ถ้าที่ Location ปรากฏ c:\ แสดงว่ายังมีข้อผิดพลาดในการติดตั้งอยู่

การประยุกต์ใช้งาน Web Server ส่วนตัว

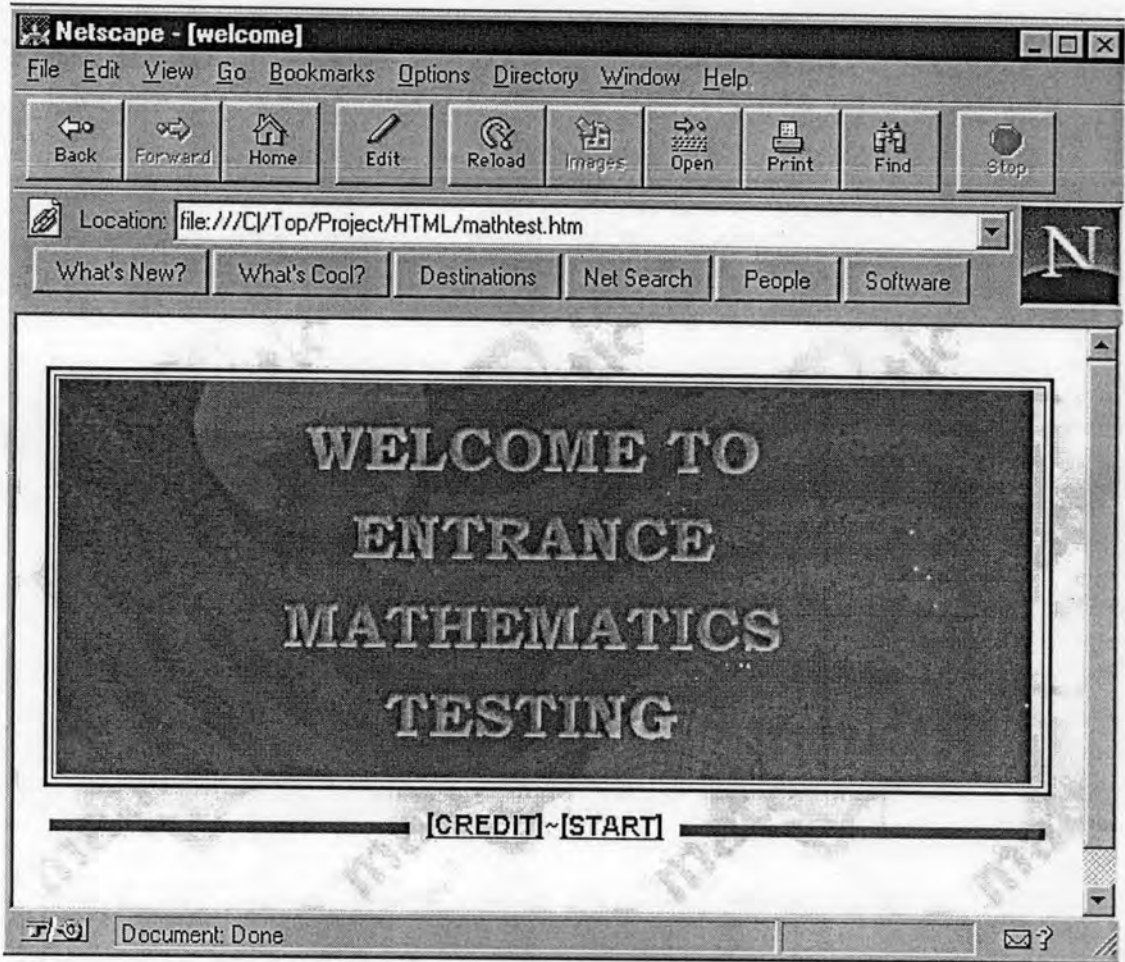
ข้อดีของการมี WWW ส่วนตัว คือ ความสะดวกในการแก้ไขและปรับปรุง โปรแกรมและข้อมูลต่างๆ ที่ผู้ใช้งานสามารถทำได้ด้วยตนเอง โปรแกรม WebSite Server นี้ มีข้อจำกัดอยู่ตรงความเร็วซึ่งจะด้อยกว่า Web Server ที่ทำงานบนระบบปฏิบัติการยูนิกซ์ หรือ Windows NT แต่เมื่อคำนึงถึงความสะดวกในการติดตั้งและการดูแลรักษาแล้ว โปรแกรม WebSite Server นี้ นับว่าเหมาะสำหรับผู้ใช้งานในระยะเริ่มต้นมาก เพราะไม่ต้องสิ้นเปลืองเวลาในการศึกษาการทำงานของระบบปฏิบัติการยูนิกซ์ หรือ Windows NT เนื่องจากโปรแกรม WebSite Server ทำงานบนระบบปฏิบัติการวินโดวส์ ซึ่งผู้ใช้งานคุ้นเคยกันเป็นอย่างดีอยู่แล้ว

ข้อได้เปรียบอีกอย่างหนึ่งก็คือ โปรแกรม WebSite Server สามารถเรียกใช้งานโปรแกรมประยุกต์ต่างๆ ที่มีอยู่ในวินโดวส์ได้ เช่น Visual Basic, Access หรือโปรแกรมต่างๆ บนคอสมิค ตัวอย่างเช่น หากมีข้อมูลมีข้อมูลขององค์กรที่เก็บด้วยโปรแกรม เช่น FoxPro, Access ก็สามารถเชื่อมต่อเข้ากับโปรแกรม WebSite Server โดยผ่านระบบ CGI ทำให้การใช้ Web Server ไม่จำกัดอยู่เพียงแต่โฮมเพจธรรมดาๆ แต่สามารถเชื่อมโยงกับ Database ได้อีกด้วย

บทที่ 3

หน้าจอและวิธีใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

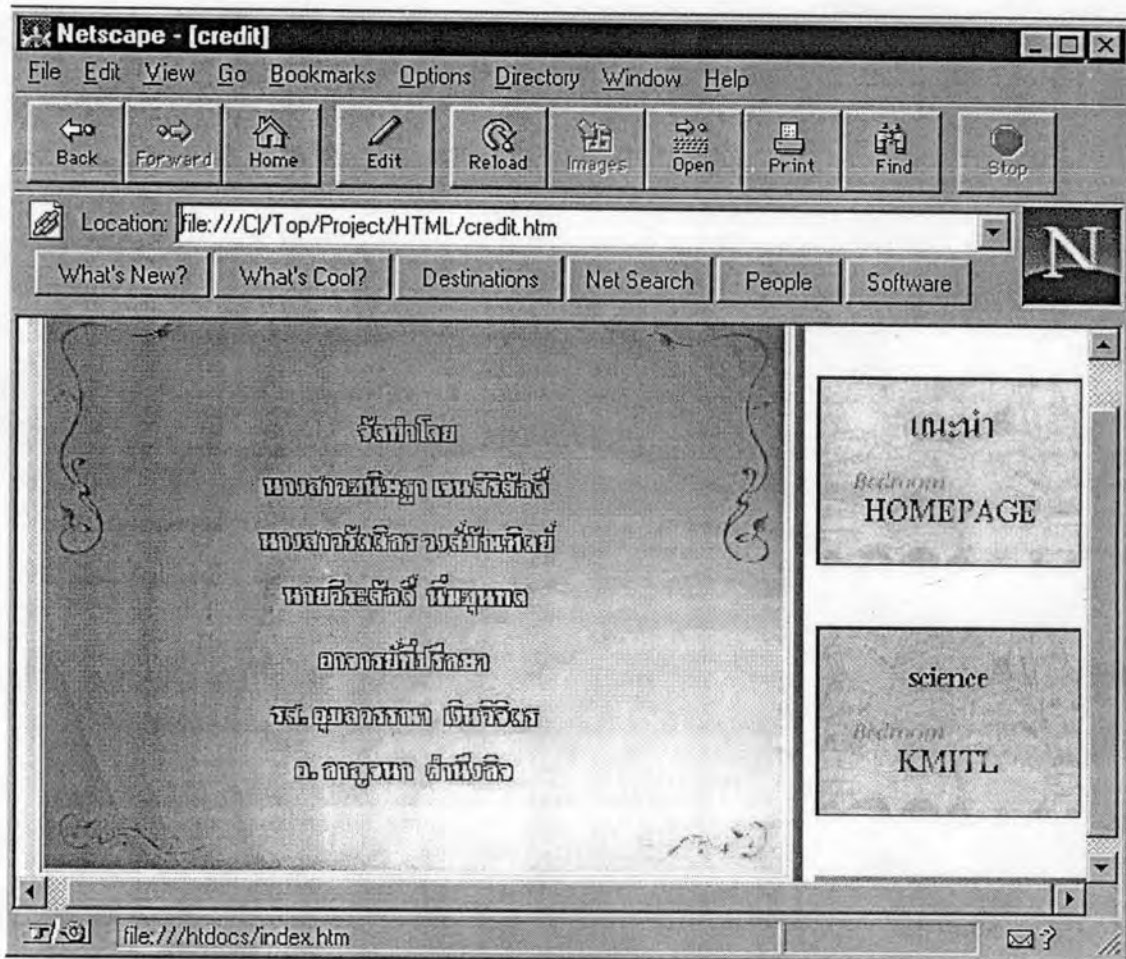


หน้าจอนี้แสดง Page : Welcome ซึ่งเป็น Page แรกที่ผู้ใช้จะให้เห็นเมื่อเข้ามาใน Homepage นี้

Page นี้สามารถ Link ไปยังอีก 2 Page คือ

- เมื่อ click ที่คำว่า "COPYRIGHT" แล้ว Page : Credit จะถูกแสดงขึ้นมา
- เมื่อ click ที่คำว่า "START" แล้ว Page : Introduction จะถูกแสดงขึ้นมา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



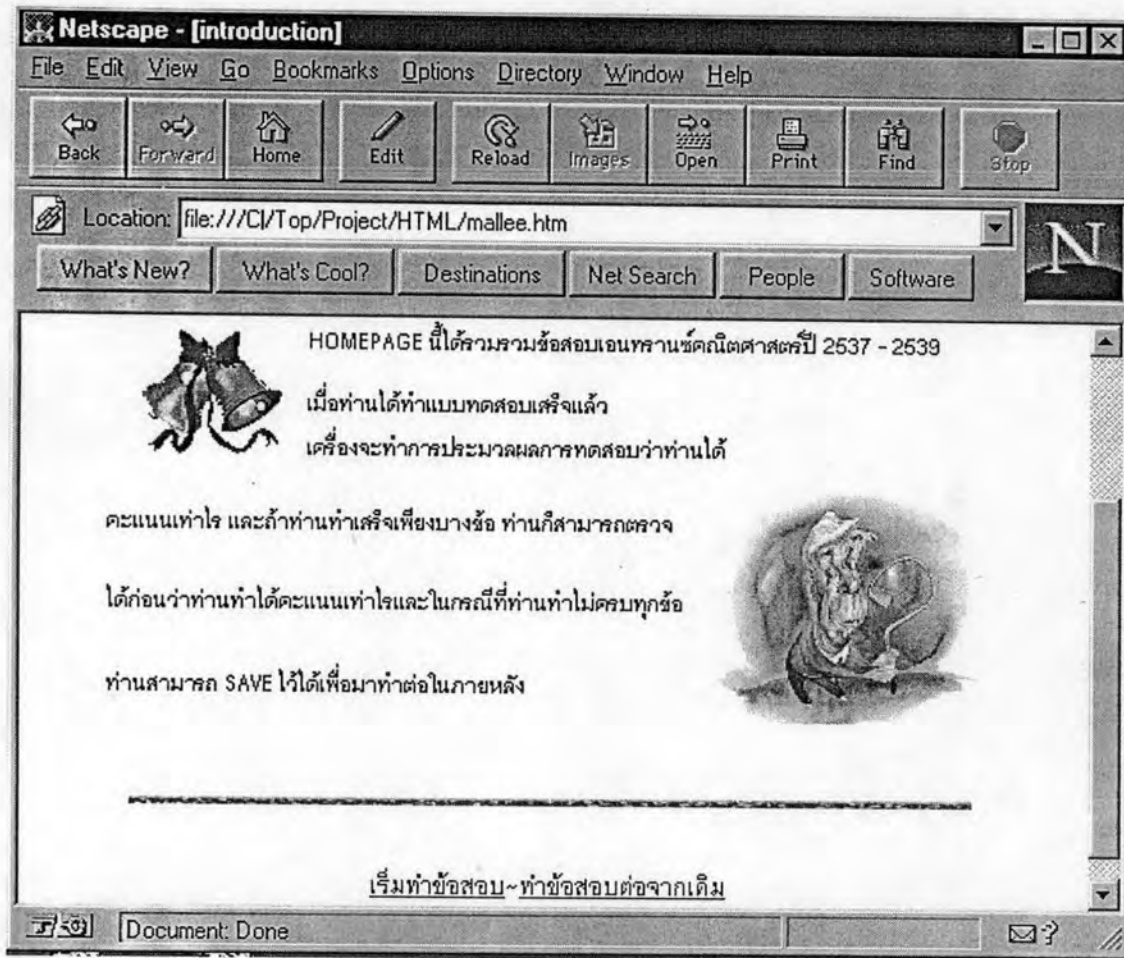
หน้าจอนี้แสดง Page : Copyright ซึ่งเป็น Page แสดงรายชื่อของผู้จัดทำ และอาจารย์ที่ปรึกษา

Page นี้สามารถ Link ไปยังอีก 2 Page คือ

- เมื่อ click ที่ปุ่ม “แนะนำ HOMEPAGE” แล้ว Page : Introduction ถูกแสดงขึ้นมา

- เมื่อ click ที่คำว่า “SCIENCE KMITL” แล้ว Page : แนะนำคณะ จะถูกแสดงขึ้นมา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



หน้าจอนี้แสดง Page : Introduction ซึ่งเป็น Page แนะนำ Homepage โดยรวมว่า Homepage นี้เป็นการทำข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์

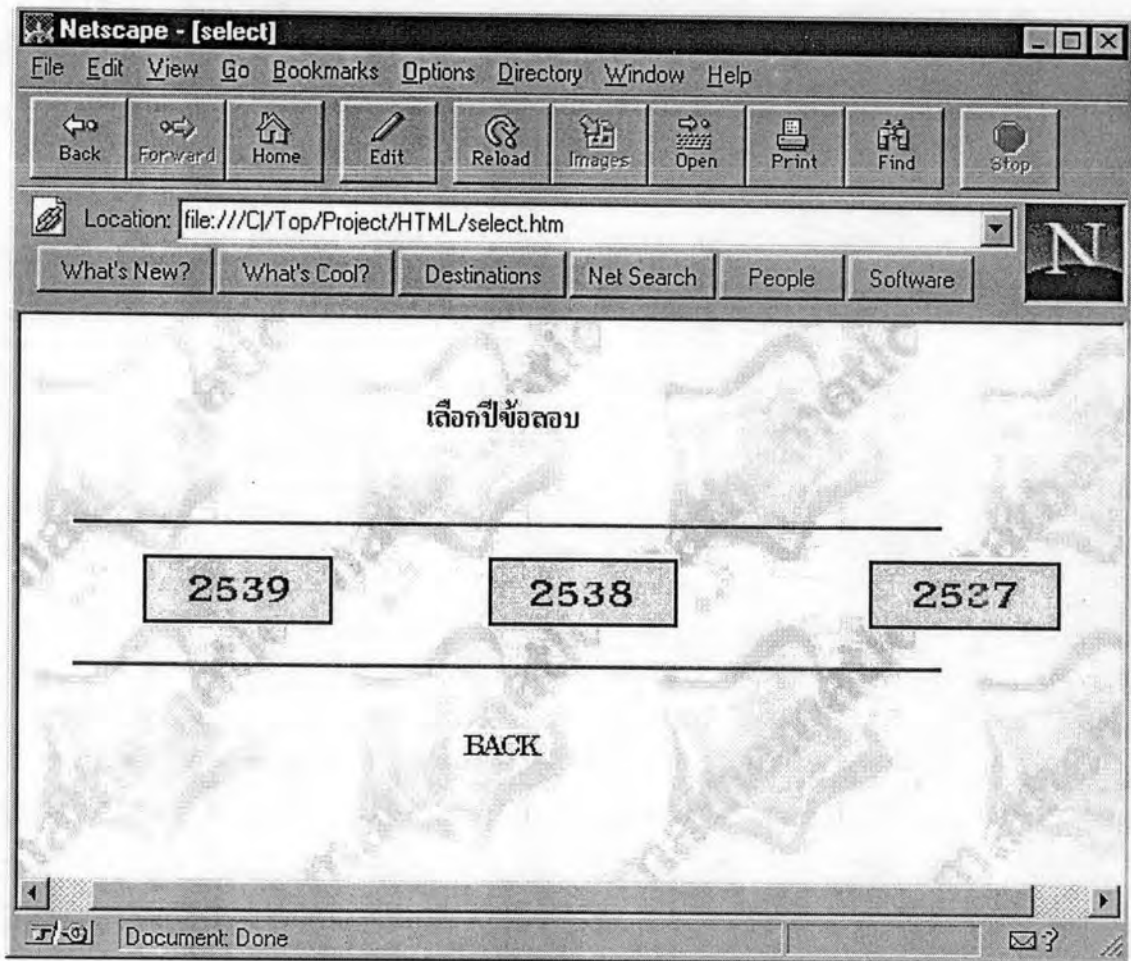
Page นี้สามารถ Link ไปยังอีก 2 Page คือ

- เมื่อ click ที่คำว่า “เริ่มทำข้อสอบ” ที่อยู่ด้านล่างของ Page แล้ว

Page : Select จะถูกแสดงขึ้นมา

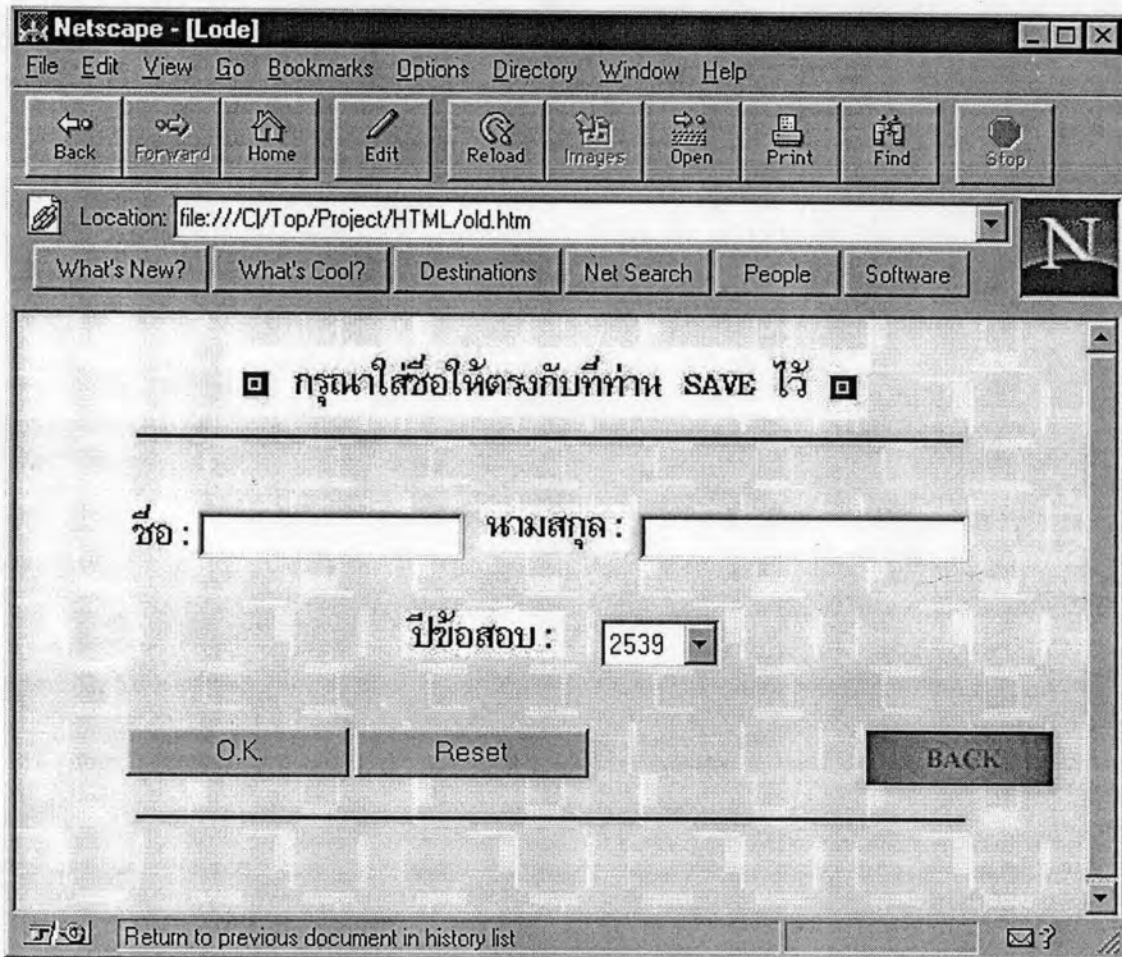
- เมื่อ click ที่คำว่า “ทำข้อสอบต่อจากเดิม” แล้ว Page : Load จะถูกแสดงขึ้นมา การที่ผู้ใช้จะ click “ทำข้อสอบต่อจากเดิม” ได้ คือ กรณีที่ผู้ใช้เคยเข้ามาทำข้อสอบแล้ว 1 ครั้งและมีการ save เอาไว้แล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



หน้าจอนี้แสดง Page : Select ซึ่งเป็น Page ที่ให้เลือกว่าต้องการทำข้อสอบของปีไหน

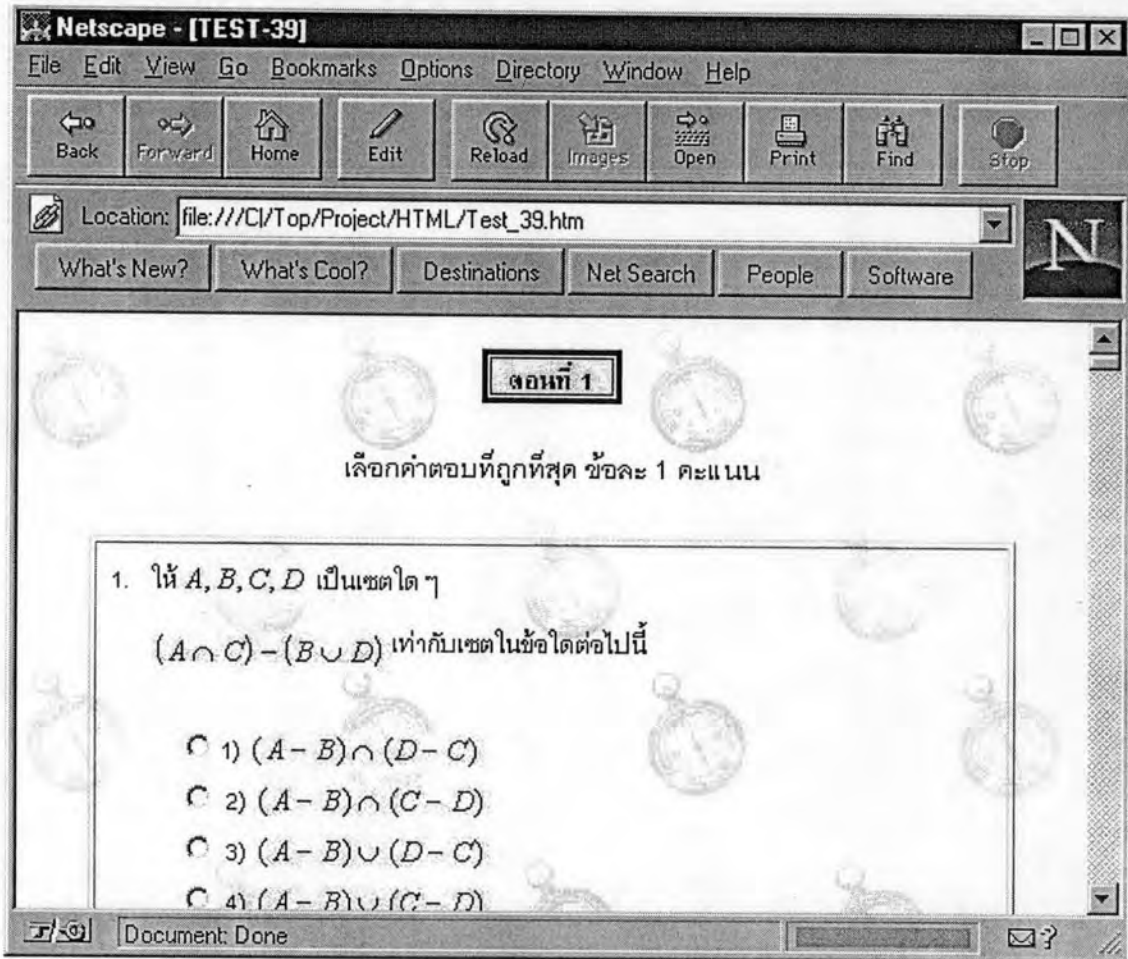
- ถ้าต้องการทำข้อสอบของปี พ.ศ. 2539 ก็ให้ click ที่คำว่า “2539”
- ถ้าต้องการทำข้อสอบของปี พ.ศ. 2538 ก็ให้ click ที่คำว่า “2538”
- ถ้าต้องการทำข้อสอบของปี พ.ศ. 2537 ก็ให้ click ที่คำว่า “2537”
- ถ้าต้องการกลับไปอ่านคำแนะนำการทำข้อสอบใหม่ก็ให้ click คำว่า “BACK” ก็จะกลับไป Page : Introduction



หน้าจอนี้แสดง Page : Load

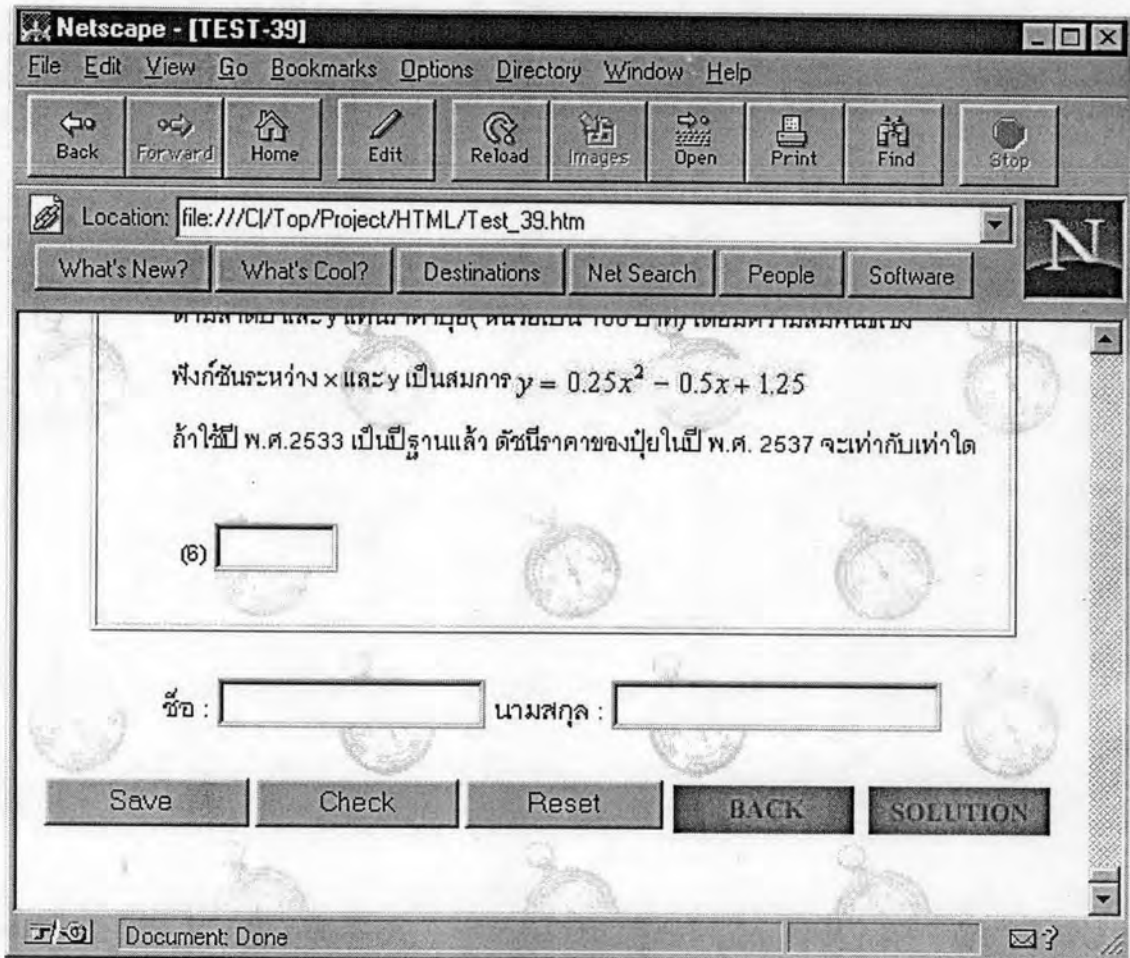
จาก Page : Introduction เมื่อ click คำว่า “ทำข้อสอบต่อจากเดิม” จะปรากฏ Page นี้ขึ้นมาเพื่อรับชื่อ,นามสกุลของผู้ใช้ รวมทั้งให้เลือกปี พ.ศ. ที่เคยทำข้อสอบค้างไว้ด้วย หลังจากผู้ใช้กรอกข้อมูลเรียบร้อยแล้วและ click ปุ่ม “O.K.” แล้วข้อสอบที่ผู้ใช้เคยทำค้างเอาไว้ก็จะปรากฏขึ้นมาให้ผู้ใช้สามารถทำต่อได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



หน้าจอนี้แสดง Page : Test ที่กำลังแสดงอยู่เป็นข้อสอบของปี 2539 ถ้าเป็นของปีอื่นก็จะเป็นลักษณะเดียวกัน แตกต่างกันตรงข้อสอบ

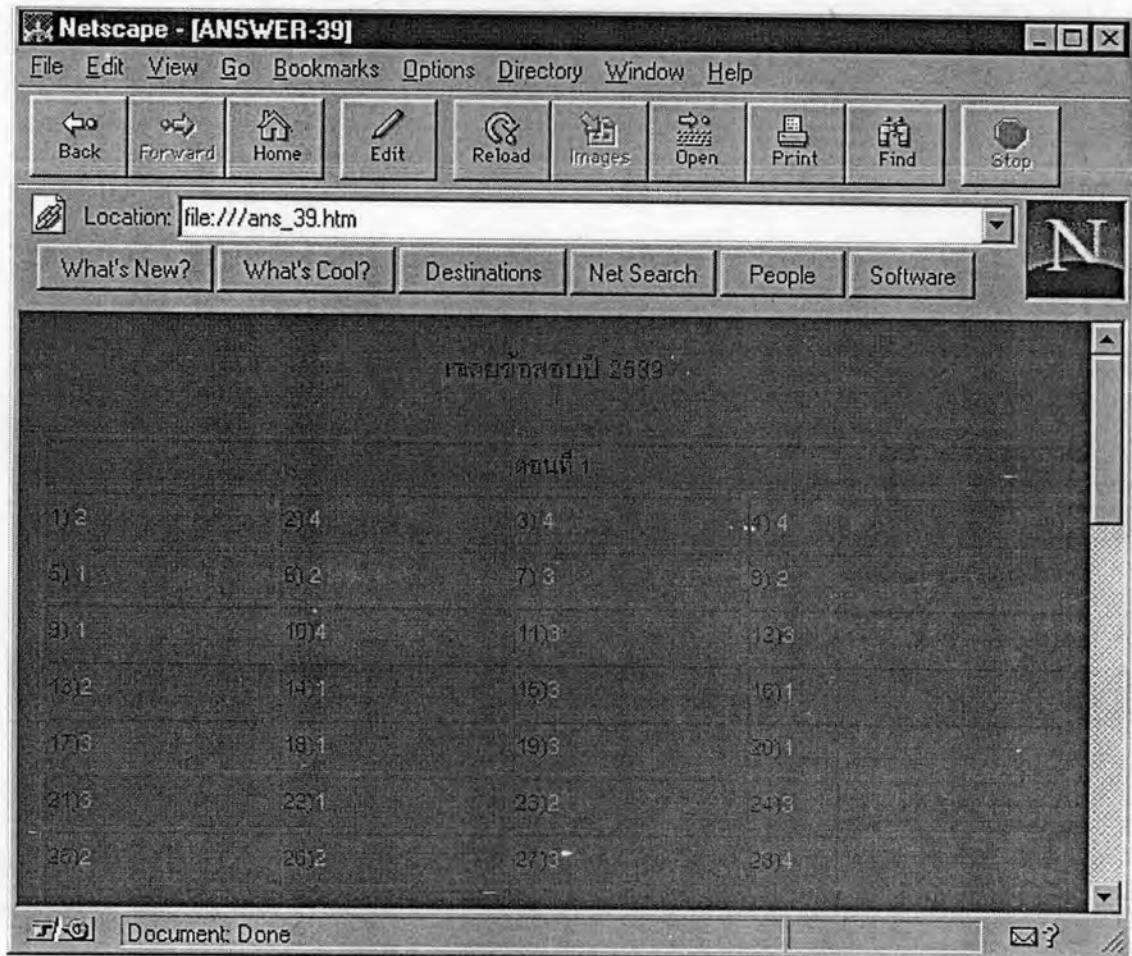
วิธีทำข้อสอบก็คือ สามารถใช้เมาส์ click ที่วงกลมหน้า choice ที่ต้องการจะเลือกได้ทันที และ ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบก็ให้ click ที่วงกลมหน้า choice ข้อใหม่ได้ทันทีเช่นกัน



หน้าจอนี้แสดงส่วนล่างสุดของ Page : Test

- ถ้าต้องการดูผลคะแนนของการทำข้อสอบให้ click ปุ่ม “Check”
- ถ้าต้องการเก็บข้อสอบนี้เอาไว้ทำต่อในครั้งต่อไป ให้ click ปุ่ม “SAVE” แล้วกรอกชื่อ, นามสกุล ลงในช่องว่าง
 - ถ้าต้องการลบคำตอบทั้งหมดที่ทำไว้แล้วให้กดปุ่ม “RESET” คำตอบทั้งหมดในข้อสอบชุดนี้ที่ถูกเลือกไว้แล้วจะถูกลบออกทันที
 - ถ้าต้องการกลับไปอ่านคำแนะนำการทำข้อสอบใหม่ก็ให้ click ปุ่ม “BACK” ก็จะกลับไป Page : Introduction
 - ถ้าต้องการดูเฉลยให้ click ปุ่ม “SOLUTION”

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



หน้าจอนี้แสดง **Page : Solution** แสดงเลขข้อสอบของแต่ละปี ซึ่งจะมาดูเลขได้โดยการ Click ที่ปุ่ม "SOLUTION" ที่ด้านล่างของข้อสอบ และเมื่อดูเลขแล้วอยากกลับไปทำต่อ ก็ให้ Click ที่ปุ่ม "BACK" ของโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ แต่ถ้าไม่ต้องการทำข้อสอบต่อให้ Click ที่คำว่า "O.K." ที่อยู่ตรงส่วนล่างของ Page

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



หน้าจอนี้แสดง Page : Thank you ซึ่งเป็น Page สุดท้ายของ Homepage
นี้ โดยเกิดจากการ click คำว่า "Exit" ที่ Page : Test

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

ผลที่ได้รับจากการนำข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ ปี พ.ศ.2537-2539 มาเขียนเป็นโฮมเพจ

ประการแรก ที่ผู้ใช้ได้ คือ ฝึกทำข้อสอบเพื่อเข้ามหาวิทยาลัย ซึ่งในกรณีนี้จะเหมาะกับนักเรียนที่กำลังเตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัย โดยจะได้เห็นแนวข้อสอบ, ระดับความยากง่ายของข้อสอบและได้วัดความสามารถของตนเองว่าสามารถทำคะแนนได้เท่าไร, ควรจะปรับปรุงและแก้ไขเนื้อหาส่วนใดของบทเรียน และสามารถนำคะแนนที่ได้ไปพิจารณาว่า ควรจะต้องทำคะแนนเพิ่มอีกเท่าไร จึงจะสามารถผ่านการสอบคัดเลือกเข้าเรียนตามคณะที่ต้องการได้ เมื่อเทียบกับความสามารถทางวิชาคณิตศาสตร์ของตนเองกับวิชาอื่น ๆ ที่ใช้ในการสอบ

ประการที่สอง สำหรับผู้ที่ต้องการฝึกฝนการทำโจทย์ทางคณิตศาสตร์ ต้องการฝึกทำโจทย์หลาย ๆ รูปแบบ เพื่อพัฒนาการคิดเลขให้กว้างขึ้น ซึ่งนอกเหนือไปจากในห้องเรียน ในลักษณะนี้ก็จะเหมาะกับนักเรียนมัธยมปลายที่ต้องการเรียนรู้เนื้อหาที่เพิ่งเรียนไปว่าเมื่อเป็นข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยแล้ว ข้อสอบจะออกในลักษณะใด เพื่อเพิ่มทักษะและความเข้าใจต่อไป จะเห็นได้ว่ากลุ่มผู้ใช้โฮมเพจนี้ ส่วนมากจะเป็นนักเรียนมัธยมปลาย ดังนั้น ประโยชน์ที่ได้รับอีกประการหนึ่งคือ ผู้ใช้จะได้รู้จักโฮมเพจ สามารถมองภาพรวมของโฮมเพจอย่างคร่าว ๆ ได้ เช่น โฮมเพจมีการเชื่อมโยงกันแบบ HyperText สำหรับโฮมเพจนี้ ได้ลำดับขั้นตอนต่าง ๆ ให้มีความชัดเจนสามารถเข้าใจได้ง่าย ซึ่งจะเหมาะสมสำหรับบุคคลทั่วไป โดยไม่จำเป็นต้องมีความรู้ทางด้านคอมพิวเตอร์เลย ดังนั้นเมื่อได้ใช้โฮมเพจนี้แล้ว ก็จะสามารถค้นหาข้อมูล, ข่าวสารความรู้จากโฮมเพจอื่น ๆ ที่มีอยู่มากมาย ซึ่งเมื่อได้ศึกษาเพิ่มเติมก็จะทำให้เข้าใจสถาปัตยกรรมของอินเทอร์เน็ตมากขึ้น ซึ่งเป็นเรื่องที่สำคัญในโลกของข่าวสารข้อมูลในทุกวันนี้

ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ กข

Entrance ปี 2537

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตอนที่ 1

1. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง และ p แทนประพจน์ “สำหรับจำนวนจริงบวก x ใดๆ ผลบวกของ x กับ $\frac{1}{x}$ มีค่ามากกว่า 1”

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. p สมมูลกับ $\forall x \left[x \leq 0 \vee \left(x + \frac{1}{x} > 1 \right) \right]$

ข. p มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ทั้งข้อ ก และ ข ถูกต้อง
 2. ข้อ ก ถูกต้อง และข้อ ข ผิด
 3. ข้อ ก ผิด และข้อ ข ถูกต้อง
 4. ทั้งข้อ ก และ ข ผิด
2. ประพจน์ใดต่อไปนี้สมมูลกับประพจน์ $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$
1. $(p \wedge q) \vee \sim r$
 2. $(p \wedge q) \rightarrow r$
 3. $\sim(p \vee q) \vee r$
 4. $\sim(p \vee q) \rightarrow r$

3. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. เหตุ 1. นายสมหมายเป็นคนขยันหรือนายสมหมายสอบได้ที่หนึ่งของห้อง

2. นายสมหมายเป็นคนไม่ขยัน

ผล นายสมหมายสอบได้ที่หนึ่งของห้อง

ข. เหตุ 1. ถ้าสมศรีไปเที่ยวชายทะเลแล้วสมศรีไม่สบาย

2. สมศรีไม่สบาย

ผล สมศรีไปเที่ยวชายทะเล

การอ้างเหตุผลในข้อ ก และ ข ข้างต้น สมเหตุสมผลหรือไม่

1. ข้อ ก สมเหตุสมผล และข้อ ข สมเหตุสมผล
2. ข้อ ก สมเหตุสมผล และข้อ ข ไม่สมเหตุสมผล
3. ข้อ ก ไม่สมเหตุสมผล และข้อ ข สมเหตุสมผล
4. ข้อ ก ไม่สมเหตุสมผล และข้อ ข ไม่สมเหตุสมผล

4. กำหนดให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง และ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม ถ้า $A = \{x \in I \mid |x^2 - 2| < 8\}$

และ $B = \left\{ x \in R \mid 1 + \frac{1}{x} > 0 \right\}$ แล้วเซตของความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันจาก $A \cap B$

ไป B

1. $\{(-3, 1), (-2, 2), (-1, 3), (1, 4), (2, 5)\}$
2. $\{(-3, 0), (-2, 1), (1, -1), (2, -2), (3, -3)\}$
3. $\{(-3, 1), (0, 2), (1, 1), (2, 3), (3, 4)\}$
4. $\{(-3, 1), (-2, 4), (1, 5), (2, 2), (3, 1)\}$

5. ให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง

$$\text{และ } A = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 \leq 16\}$$

$$B = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 \leq 4y\}$$

$$C = \{(x, y) \in R \times R \mid -4 \leq x \leq 4, y = 4\}$$

ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $A \cap (B \cap C) = \{(0, 4)\}$

2. $A - B \neq \emptyset$

3. $(B - A) \cap C = C$

4. $C - B = \emptyset$

6. ถ้า $f(x) = x - 1$ และ $(g \circ f^{-1})(x) = 4x^2 - 1$ แล้วเซตคำตอบของสมการ $g(x) = 0$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1. $[-4, -1]$

2. $[-1, 0]$

3. $[0, 4]$

4. $[4, 6]$

7. ให้ $r_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y - 2 \leq 0\}$ และ $r_2 = \{(x, y) \mid \ln|y - x^2| \geq 0\}$ เรนจ์ของ $(r_1 \cap r_2)$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $[1, 2]$

2. $(-\infty, 0]$

3. $(-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right]$

4. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup [1, 2]$

8. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $x < y$ ห.ร.ม. ของ x, y เท่ากับ 9 ค.ร.น. ของ x, y เท่ากับ 28,215 และจำนวนเฉพาะที่แตกต่างกันทั้งหมดที่หาร x ลงตัวมี 3 จำนวน ค่าของ $y - x$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 36

2. 45

3. 9

4. 18

9. ให้ p เป็นจำนวนเฉพาะบวก และ m, n เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $x + 3$ หาร $x^3 + mx^2 + nx + p$ ลงตัว และ $x - 1$ หาร $x^3 + mx^2 + nx + p$ เหลือเศษ 4 แล้ว m และ n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $m = 4, n = -4$

2. $m = 2, n = -2$

3. $m = -4, n = 4$

4. $m = -2, n = 2$

10. ให้ α, β และ γ เป็นรากทั้งสามของสมการ $\sqrt{2}z^3 = 1 + i$ ถ้า α และ β เป็นรากที่อยู่ในควอดรันต์ที่ 1 และ 2 ตามลำดับแล้ว $4\alpha^4 - \beta^4 + 2\gamma^4$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4

2. $(1 + 3\sqrt{3}) + i$

3. $4 + \sqrt{3}i$

4. $1 + 3\sqrt{3}$

11. ค่าขอบเขตบนน้อยสุดของเซต $\left\{ \frac{-(1+2+\dots+n)}{n^2} \mid n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก} \right\}$ ใน R เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1

2. $-\frac{1}{2}$

3. $-\frac{1}{4}$

4. 0

12. ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนานที่ทำมุม 45° กับแกน X และผ่านจุดโฟกัสทั้งสองของวงรี $x^2 - 4x + 3y^2 - 2 = 0$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $2\sqrt{2}$

2. $4\sqrt{2}$

3. 2

4. 4

20. เซตคำตอบของอสมการ $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_9 x} + \frac{1}{\log_{10} x} \leq 1$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้
1. $(0, 1)$
 2. $[10!, \infty)$
 3. $(0, 1) \cup [10!, \infty)$
 4. $(0, 1) \cup (1, \infty)$
21. ค่าของ x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการ $|\log_3 x - \log_3^2 x + \log_3^3 x - \log_3^4 x + \dots| < 1$ คือข้อใดต่อไปนี้
1. $0 < x < \sqrt{3}$
 2. $x > \sqrt{3}$
 3. $0 < x < 3\sqrt{3}$
 4. $x > 3\sqrt{3}$
22. กำหนดให้ $y = \sqrt{2^{2x} + 2^{-2x}} + 2$ เมื่อ $x \geq 0$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\log_2 \frac{(y + \sqrt{y^2 - 4})}{2}$
 2. $\log_2 \frac{(y + \sqrt{y^2 + 4})}{2}$
 3. $\log \frac{(y + \sqrt{y^2 - 4})}{2}$
 4. $\log \frac{(y + \sqrt{y^2 + 4})}{2}$
23. ให้ $f(x) = 2 - |x^3 - 3|$, $g(x) = x^3$ และ $F(x) = f(g^{-1}(x))$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก. $\lim_{x \rightarrow 3^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} F(x)$
 - ข. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{F(x) - F(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{F(x) - F(3)}{x - 3}$
- ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1. ทั้งข้อ ก และ ข ถูกต้อง
 2. ข้อ ก ถูกต้อง และข้อ ข ผิด
 3. ข้อ ก ผิด และข้อ ข ถูกต้อง
 4. ทั้งข้อ ก และ ข ผิด
24. ให้ $f(x) = 3x - 10$ และ $h(x) = (f \circ g)(x) = ax^2 + bx + c$ ถ้า $h(0) = 1$ และ h มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -2$ คือ 5 แล้วค่าของ $g(1)$ คือข้อใด
1. 2
 2. 3
 3. 5
 4. 6
25. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 1}$ ถ้าต้องการให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริง แล้วจะต้องนิยามเพิ่มตามข้อใดต่อไปนี้
1. $f(-1) = 1$ และ $f(1) = -1$
 2. $f(-1) = -3$ และ $f(1) = -1$
 3. $f(-1) = -1$ และ $f(1) = -3$
 4. $f(-1) = -3$ และ $f(1) = 3$
26. ให้ f มีกราฟเป็นรูปพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด $(0, 1)$ และเส้นตรง $y = \frac{5}{4}$ เป็นเส้นไคเรตริกซ์ พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = f(x)$ จาก $x = -1$ ถึง $x = 1$ คือข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{4}{3}$
 2. $\frac{8}{3}$
 3. 2
 4. 4
27. ถ้าความชันของเส้นโค้งที่จุด (x, y) ใด ๆ เป็น $2 - 2x$ และพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งนี้จากจุด $x = 0$ ถึง $x = 3$ เท่ากับ 9 แล้วเส้นโค้งผ่านจุดในข้อใดต่อไปนี้
1. $(3, 0)$
 2. $(1, 0)$
 3. $(0, -3)$
 4. $(0, -1)$

28. กำหนดให้ \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} เป็นเวกเตอร์ซึ่งมีสมบัติ $|\bar{u}| = |\bar{w}|$ และ $|\bar{u}-\bar{v}| = |\bar{v}+\bar{w}|$ ถ้ามุมระหว่าง \bar{u} และ \bar{v} เท่ากับ $\frac{\pi}{5}$ แล้วมุมระหว่าง \bar{v} และ \bar{w} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0
2. $\frac{\pi}{5}$
3. $\frac{4\pi}{5}$
4. $\frac{6\pi}{5}$

29. ถ้า C เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมจุด A(3, -1) และ B(-1, 3) แล้วเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ $\overline{AC} \cdot \overline{CB}$ และมีทิศทางเดียวกับ \overline{AB} คือข้อใดต่อไปนี้

1. $-4\bar{i}+4\bar{j}$
2. $4\bar{i}-4\bar{j}$
3. $-4\sqrt{2}\bar{i}+4\sqrt{2}\bar{j}$
4. $4\sqrt{2}\bar{i}-4\sqrt{2}\bar{j}$

30. ถ้า $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ เมื่อ a_{ij} เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 แล้วข้อความต่อไปนี้ข้อใดผิด

1. $\det(AA') = \det(A^2)$
2. $\det(kA)^2 = k^{2n}\det(A^2)$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริง
3. $\det(A^2+A) = [\det(A)+1] \det(A)$
4. $[\det(A)]I = A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A$

31. ให้ A เป็นเมตริกซ์ และ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์มิติ 3×3 ถ้า $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ และ

$C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ สอดคล้องกับสมการ $AB-AC-\frac{1}{2}I = 0$ แล้ว A^{-1} คือเมตริกซ์ในข้อใดต่อไปนี้

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \\ -4 & -2 & -2 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

32. ให้ A, B เป็นเมตริกซ์จัตุรัสมิติ 3×3 และ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์มิติ 3×3 ถ้า $AB = BA = I$

และ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ แล้วเมตริกซ์ผกผันของ B(adj B) เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}A$
2. $-3A$
3. $\frac{1}{3}A'$
4. $-3A'$

33. กำหนดให้ $z = 3x_1 - 5x_2$ โดยที่ $x_1 - 2x_2 \leq 4$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

แล้วจุด (x_1, x_2) ที่ให้ค่าสูงสุดของ z คือจุดซึ่งอยู่บนเส้นตรงที่มีสมการเป็นข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

2. $\frac{x}{4} - \frac{y}{2} = 1$

3. $x = 3$

4. $y = 4$

34. สัมประสิทธิ์ของ x^{54} ในอนุกรม $\{1 + (1+x^2) + (1+x^2)^2 + \dots + (1+x^2)^{50}\}$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $\binom{50}{27}$

2. $\binom{50}{28}$

3. $\binom{51}{27}$

4. $\binom{51}{28}$

35. โรงงานแกะสลักไม้แห่งหนึ่งมีพนักงาน 15 คน เป็นหญิง 6 คน ชาย 9 คน ผู้จัดการรับงานมา 3 ชนิด โดยงานชนิดที่หนึ่งใช้พนักงานหญิง 3 คน งานชนิดที่สองใช้พนักงานชาย 5 คน ส่วนงานชนิดที่สามใช้พนักงานชายหรือหญิงก็ได้จำนวน 3 คน จำนวนวิธีที่ผู้จัดการจะเลือกคนงานให้แกะสลักไม้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 37,800 วิธี

2. 68,250 วิธี

3. 75,600 วิธี

4. 88,200 วิธี

36. มีเลข 8 จำนวนเป็นเลขบวก 6 จำนวน ซึ่งเป็นจำนวนคู่ 3 จำนวน จำนวนคี่ 3 จำนวน และมีเลขลบ 2 จำนวนซึ่งเป็นจำนวนคู่ 1 จำนวน จำนวนคี่ 1 จำนวน ถ้าสุ่มเลขจำนวนดังกล่าวมา 4 จำนวน แล้วความน่าจะเป็นที่ผลคูณของเลขทั้งสี่จำนวนมีค่าน้อยกว่า 0 และเป็นเลขคี่ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{70}$

2. $\frac{10}{70}$

3. $\frac{14}{70}$

4. $\frac{28}{70}$

37. กำหนดให้ค่าจ้างรายวันของพนักงานกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงดังนี้

ค่าจ้าง (บาท)

จำนวนคนงาน

81 - 85

1

86 - 90

3

91 - 95

x

96 - 100

5

101 - 105

8

106 - 110

y

111 - 115

10

116 - 120

4

ถ้าข้อมูลชุดนี้มี $P_{25} = 100.5$ และ $Q_3 = 110.5$ แล้วจำนวนคนงานที่ได้ค่าจ้างรายวันต่ำกว่า 105.50 บาท เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 16 คน
2. 22 คน
3. 28 คน
4. 42 คน

38. ข้อมูล 7 จำนวนมีค่าแตกต่างกันดังนี้ 9, 6, 15, a, 2, 4, 12 โดยที่ $2 < a < 12$
ถ้าข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ แล้วค่า a ที่เป็นไปได้เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

1. มี 2 ค่า โดยที่ผลรวมของค่าทั้งสองเท่ากับ $\frac{62}{3}$
2. มี 2 ค่า โดยที่ผลรวมของค่าทั้งสองเท่ากับ $\frac{25}{2}$
3. มี 1 ค่า และมีค่าไม่เท่ากับค่ามัธยฐาน
4. มี 1 ค่า และมีค่าเท่ากับค่ามัธยฐาน

39. จากข้อมูลที่กำหนดให้

ชุด A 5 10 15 20 25

ชุด B 15 30 45 60 50

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ข้อมูลชุด B มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมากกว่าข้อมูลชุด A
- ข. ข้อมูลชุด B มีสัมประสิทธิ์ของการแปรผันน้อยกว่าข้อมูลชุด A

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ ก และ ข ถูกต้อง
2. ข้อ ก ถูกต้อง และข้อ ข ผิด
3. ข้อ ก ผิด และข้อ ข ถูกต้อง
4. ข้อ ก และ ข ผิด

40. น้ำหนักและส่วนสูงของนักเรียนห้องหนึ่งต่างมีการแจกแจงปกติ โดยที่น้ำหนักเฉลี่ยเป็น 40 กิโลกรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2 กิโลกรัม ส่วนสูงเฉลี่ยเป็น 150 เซนติเมตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 4 เซนติเมตร ถ้ามีนักเรียน a เปอร์เซนต์ที่สูงไม่ต่ำกว่า 145 เซนติเมตร และไม่เกิน 155 เซนติเมตร คือกลุ่มนักเรียนที่มีน้ำหนักไม่ต่ำกว่า 36 กิโลกรัม และไม่เกิน b กิโลกรัม แล้ว a และ b มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $a = 62.30$ และ $b < 40$
2. $a = 78.88$ และ $b < 40$
3. $a = 62.30$ และ $b < 42$
4. $a = 78.88$ และ $b < 42$

กำหนดพื้นที่ใต้โค้งดังนี้

Z	0.88	0.89	1.24	1.25	1.95	2.00
A	0.3106	0.3133	0.3925	0.3944	0.4744	0.4773

41. ให้สมการค่าจ้างรายวันของคณงานก่อสร้างเป็น $y = 6.5(x - 2529) + 60$ เมื่อ x เป็นปี พ.ศ. y เป็นค่าจ้างมีหน่วยเป็นบาท ถ้าในปี พ.ศ. 2536 ดัชนีราคาผู้บริโภคเท่ากับ 110% เมื่อเทียบกับปี พ.ศ. 2535 แล้วค่าจ้างรายวันแท้จริงในปี พ.ศ. 2536 เมื่อเทียบกับค่าจ้างรายวันในปี พ.ศ. 2535 เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้
1. เพิ่มขึ้น 2.80 บาท
 2. เพิ่มขึ้น 6.50 บาท
 3. ลดลง 3.10 บาท
 4. ลดลง 9.90 บาท

ตอนที่ 2

1. กำหนดให้ $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$
และ $f(2 + \sqrt{3}i) = 0, f(1) = 0, f(2) = 9$
แล้ว $f'(0)$ มีค่าเท่าไร
2. จำนวนเต็มตั้งแต่ 0 ถึง 100 ที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ 15 มีทั้งหมดกี่จำนวน
3. สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆ ให้ P_n เป็นพาราโบลา $y = \frac{1}{n}x^2$ ถ้า k เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่ทำให้ P_k มีจุดร่วมกับเส้นตรง $x - y = 4$ เพียงจุดเดียว แล้ว k มีค่าเท่าไร
4. การเขียนเครื่องหมาย O หรือ X ลงในตารางขนาด 2×3 โดยให้มีเครื่องหมายเต็มทุกช่อง และต้องมีเครื่องหมายอย่างน้อยอย่างละ 1 เครื่องหมาย แล้วจำนวนวิธีเขียนเท่ากับเท่าไร
5. จากการสอบถามครอบครัว n ครอบครัว ที่มีรายได้ต่อเดือนตั้งแต่ 5,000 บาท ถึง 20,000 บาท เกี่ยวกับรายจ่ายต่อเดือน ปรากฏผลดังนี้

รายได้ (หน่วยเป็นพันบาท) : x	$x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n$
รายจ่าย (หน่วยเป็นพันบาท) : y	$y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n$

- และ $\bar{x} = 12, \bar{y} = 5$ โดยที่สมการเส้นตรงซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างรายจ่าย (y) และรายได้ (x) ตัดแกน Y ที่จุด $(0, -3)$ ถ้าครอบครัวหนึ่งมีรายได้ 15,000 บาท แล้วจะมีรายจ่ายโดยประมาณเท่ากับเท่าไร
6. กำหนดให้รถยนต์ขนส่งสินค้าชนิดหนึ่งมีการเผาไหม้ของน้ำมันเป็น $\frac{1}{400} \left(\frac{1,600}{x} + x \right)$ ลิตรต่อกิโลเมตร เมื่อ x เป็นความเร็ว มีหน่วยเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าต้องการขับรถเป็นระยะทาง 600 กิโลเมตร โดยจ่ายค่าน้ำมันน้อยที่สุด ขณะที่น้ำมันราคาลิตรละ 10 บาท แล้วจะต้องจ่ายค่าน้ำมันเท่าไร

เฉลยข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ กข
Entrance ปี 2537

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เฉลย

โดย อาจารย์จำรัส อินสม

ตอนที่ 1

- | | | | | | | | | | |
|-------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 3 | 2. 3 | 3. 2 | 4. 4 | 5. 3 | 6. 3 | 7. 1 | 8. 4 | 9. 2 | 10. 3 |
| 11. 2 | 12. 1 | 13. 2 | 14. 4 | 15. 4 | 16. 2 | 17. 4 | 18. 4 | 19. 2 | 20. 3 |
| 21. 3 | 22. 1 | 23. 2 | 24. 1 | 25. 2 | 26. 1 | 27. 1 | 28. 3 | 29. 3 | 30. 3 |
| 31. 2 | 32. ไม่มีคำตอบ | 33. 2 | 34. 4 | 35. 4 | 36. 1 | 37. 2 | 38. 4 | 39. 1 | |
| 40. 4 | 41. 3 | | | | | | | | |

ตอนที่ 2

- | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|
| 1. 0004.00 | 2. 0047.00 จำนวน | 3. 0016.00 |
| 4. 0062.00 วิธี | 5. 7,000.00 บาท | 6. 1,200.00 บาท |

เฉลยพร้อมวิธีทำ

ตอนที่ 1

1. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $p =$ สำหรับจำนวนจริงบวก x ใด ๆ ผลบวกของ x กับ $\frac{1}{x}$ มีค่ามากกว่า 1

$$x + \frac{1}{x} > 1$$

$$x \in \mathbb{R}^+ \quad \therefore x > 0$$

p มีค่าความจริงเป็นจริง

$$\forall x \left[x \leq 0 \vee \left(x + \frac{1}{x} > 1 \right) \right]$$

$$\text{ข้อ ก } p \text{ สมมูลกับ } \forall x \left[x \leq 0 \vee \left(x + \frac{1}{x} > 1 \right) \right]$$

p เป็นจริงทุกกรณี $\forall x \left[x \leq 0 \vee \left(x + \frac{1}{x} > 1 \right) \right]$ เป็นเท็จ แสดงว่า ไม่สมมูล (ไม่ถูกต้อง)

ข้อ ข p มีค่าความจริงเป็นจริง (ถูกต้อง)

2. ตอบข้อ 3

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) &= (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) \\ &= (\neg p \wedge \neg q) \vee r \\ &= \neg(p \vee q) \vee r \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ตอบข้อ 2

วิธีทำ ข้อ ก ให้ p แทนนายสมหมายเป็นคนขยัน
q แทนนายสมหมายสอบได้ที่หนึ่งของห้อง

p	q	$p \vee q$	$\sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim p \rightarrow q$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T

∴ ข้อ ก สมเหตุสมผล

ข้อ ข ให้ p แทนสมศรีไปเที่ยวชายทะเล

q แทนสมศรีไม่สบาย

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$	$(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

∴ ข้อ ข ไม่สมเหตุสมผล

4. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $A = \{x \in I \mid |x^2 - 2| < 8\}$

$$-8 < x^2 - 2 < 8$$

$$x^2 - 2 > -8$$

$$x^2 + 6 > 0$$

$$x = R \quad \dots\dots\dots(1)$$

และ $x^2 - 2 < 8$

$$x^2 - 10 < 0$$

$$(x - \sqrt{10})(x + \sqrt{10}) < 0$$

$$-\sqrt{10} < x < \sqrt{10}$$

$$\therefore x \in I$$

$$\therefore x = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \dots\dots(2)$$

(1) \cap (2) จะได้ $x = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$$B = \left\{x \in R \mid 1 + \frac{1}{x} > 0\right\}$$

$$1 + \frac{1}{x} > 0$$

คูณตลอดด้วย x^2 ; $x^2 + x > 0$

$$x(x+1) > 0$$

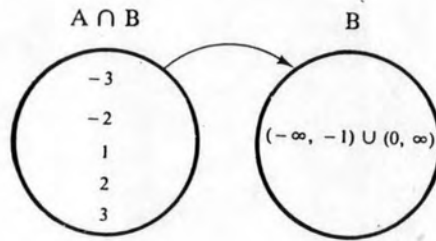
$$\therefore x < -1 \text{ หรือ } x > 0$$

$$\because x \in \mathbb{R}$$

$$\therefore x = (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$$

$$A \cap B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$$

ฟังก์ชันจาก $A \cap B$ ไป B



ดังนั้น $\{(-3, 1), (-2, 4), (1, 5), (2, 2), (3, 1)\}$ เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

5. ตอบข้อ 3 :

วิธีทำ $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 \leq 16\}$

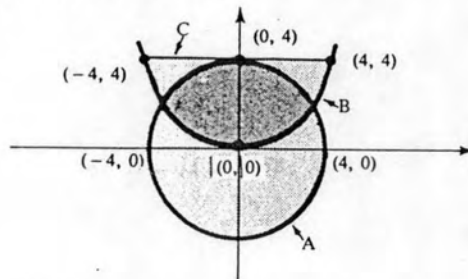
$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 \leq 4y\}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 4, y = 4\}$$

เขียนกราฟบนแกน X และ Y เดียวกัน จะได้

สมาชิกของ A คือ พื้นที่ของวงกลม

สมาชิกของ B คือ พื้นที่ของพาราโบลา



จากกราฟ $A \cap (B \cap C) = \{(0, 4)\}$

$$A - B \neq \emptyset$$

$$C - B = \emptyset$$

$$(B - A) \cap C = C - \{(0, 4)\}$$

6. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$f(x) = x - 1$$

$$y = x - 1$$

อินเวอร์สของ $f(x)$ คือ $x = y - 1$

$$y = x + 1$$

$$\therefore f^{-1}(x) = x + 1$$

ให้ $A = x + 1$

$$x = A - 1$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } (g \circ \Gamma^{-1})(x) &= 4x^2 - 1 \\ g(\Gamma^{-1}(x)) &= 4x^2 - 1 \\ g(A) &= 4(A-1)^2 - 1 \\ &= 4A^2 - 8A + 4 - 1 \\ g(A) &= 4A^2 - 8A + 3 \\ \therefore g(x) &= 4x^2 - 8x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{กำหนด } g(x) &= 0 \\ \therefore 4x^2 - 8x + 3 &= 0 \\ (2x-1)(2x-3) &= 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

เซตคำตอบ คือ $\{1.5, 0.5\}$

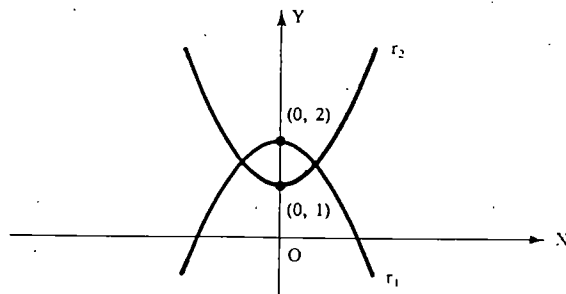
7. ตอบข้อ 1

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } r_1 &= \{(x, y) | x^2 + y - 2 \leq 0\} \\ x^2 + y - 2 &\leq 0 \\ x^2 &\leq -y + 2 \\ x^2 &\leq -(y-2) \\ x^2 &\leq 4\left(-\frac{1}{4}\right)(y-2) \end{aligned}$$

กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ จุดยอด $(0, 2)$

$$\begin{aligned} r_2 &= \{(x, y) | \ln|y-x^2| \geq 0\} \\ \ln|y-x^2| &\geq 0 \\ \log_e |y-x^2| &\geq 0 \\ |y-x^2| &\geq e^0 \\ |y-x^2| &\geq 1 \\ \therefore \log|y-x^2|; |y-x^2| &\text{ จะเป็นลบไม่ได้} \\ \therefore y-x^2 &\geq 1 \\ x^2 &\leq y-1 \\ x^2 &\leq 4\left(\frac{1}{4}\right)(y-1) \end{aligned}$$

กราฟเป็นพาราโบลาหงาย จุดยอด $(0, 1)$



จากกราฟเรนจ์ของ $(r_1 \cap r_2) = [1, 2]$

8. ตอบข้อ 4

วิธีทำ ห.ร.ม. ระหว่าง x และ $y = 9$

$$\begin{aligned}\text{ค.ร.น. ระหว่าง } x \text{ และ } y &= 28,215 \\ &= 9 \times 3,135 \\ &= 9 \times 3 \times 5 \times 11 \times 19\end{aligned}$$

$$\because x < y; x = 9 \times 5 \times 11 = 495$$

$$y = 9 \times 3 \times 19 = 513$$

$$\begin{aligned}y - x &= 513 - 495 \\ &= 18\end{aligned}$$

หมายเหตุ โจทย์กำหนดว่า x มีจำนวนเฉพาะที่ต่างกักันทั้งหมดที่หาร x ลงตัวมี 3 จำนวน และ $x < y$ โดยตาม $y - x$.

9. ตอบข้อ 2

วิธีทำ $x+3$ หาร $x^3 + mx^2 + nx + p$ ลงตัว

ถ้า $m = 4, n = -4$; แล้วหารด้วย $x+3$

$$\begin{aligned}\text{เศษ} &= (-3)^3 + 4(-3)^2 - 4(-3) + p \\ &= -27 + 36 + 9 + p \\ &= 18 + p\end{aligned}$$

โจทย์กำหนดหารลงตัว แสดงว่า $p = -18$ แต่โจทย์กำหนด p เป็นจำนวนเฉพาะบวก ดังนั้น

$m \neq 4, n \neq -4$

ถ้า $m = 2, n = -2$ แล้วหารด้วย $x+3$

$$\begin{aligned}\text{เศษ} &= (-3)^3 + 2(-3)^2 - 2(-3) + p \\ &= -27 + 18 + 6 + p \\ &= -3 + p\end{aligned}$$

โจทย์กำหนดหารลงตัว แสดงว่า $p = 3$ เป็นจำนวนเฉพาะบวก

นำค่า $m = 2, n = -2, p = 3$ แทนใน $x^3 + mx^2 + nx + p$ แล้วหารด้วย $x-1$ หาเศษ

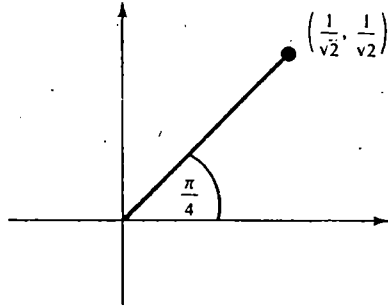
$$\begin{aligned}\text{เศษ} &= (1)^3 + 2(1)^2 - 2(1) + 3 \\ &= 1 + 2 - 2 + 3 \\ &= 4\end{aligned}$$

แสดงว่า $m = 2, n = -2$

10. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $z^3 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i = 1\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$$



$$\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i} = \sqrt[3]{1} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{3} + i \sin \frac{\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{3} \right)$$

$$k = \{0, 1, 2\}$$

$$\text{เมื่อ } k = 0; \quad \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i} = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \dots \left(\frac{\pi}{12} \text{ อยู่ใน } Q_1 \right)$$

$$\therefore \alpha = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\alpha^4 = \cos 4 \cdot \frac{\pi}{12} + i \sin 4 \cdot \frac{\pi}{12}$$

$$\alpha^4 = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{เมื่อ } k = 1; \quad \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i} = \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \dots \left(\frac{3\pi}{4} \text{ อยู่ใน } Q_2 \right)$$

$$\beta = \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$\beta^4 = \cos 4 \cdot \frac{3\pi}{4} + i \sin 4 \cdot \frac{3\pi}{4}$$

$$= \cos 3\pi + i \sin 3\pi$$

$$\beta^4 = -1$$

$$\text{เมื่อ } k = 2; \quad \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i} = \cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12}$$

$$\gamma = \cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12}$$

$$\gamma^4 = \cos 4 \cdot \frac{17\pi}{12} + i \sin 4 \cdot \frac{17\pi}{12}$$

$$= \cos \frac{17\pi}{3} + i \sin \frac{17\pi}{3}$$

$$\gamma^4 = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4\alpha^4 - \beta^4 + 2\gamma^4 = 4\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) - (-1) + 2\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$= 2 + 2\sqrt{3}i + 1 + 1 - \sqrt{3}i$$

$$= 4 + \sqrt{3}i$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

11. ตอบข้อ 2

วิธีทำ
$$\left\{ -\frac{(1+2+\dots+n)}{n^2} \right\} = -\frac{n(n+1)}{2n^2}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2n}$$

$\therefore n$ เป็นจำนวนเต็มบวก ให้ $a_n = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2n}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\frac{1}{2}$$

\therefore ขอบเขตบนน้อยสุดของเซตนี้ คือ $-\frac{1}{2}$

12. ตอบข้อ 1

วิธีทำ $x^2 - 4x + 3y^2 - 2 = 0$

$$(x-2)^2 - 4 + 3y^2 - 2 = 0$$

$$(x-2)^2 + 3y^2 = 6$$

$$\frac{(x-2)^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$$

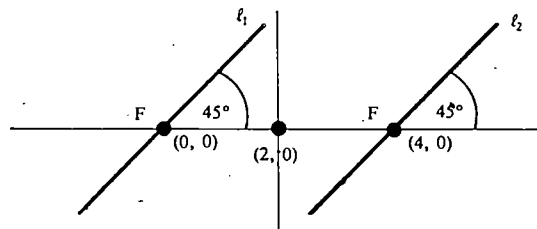
$$\frac{(x-2)^2}{(\sqrt{6})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$$

$$c^2 = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$c^2 = 4$$

$$c = \pm 2$$

วงรีมีศูนย์กลางที่ $(2, 0)$ โฟกัสที่ $(0, 0)$ และ $(4, 0)$



l_1, l_2 มีความชัน $= \tan 45^\circ = 1$

สมการ l_1 ; $y - 0 = 1(x - 0)$

$$y = x$$

$$x - y = 0$$

สมการ l_2 ; $y - 0 = 1(x - 4)$

$$y = x - 4$$

$$x - y - 4 = 0$$

$$\begin{aligned}
\text{จากสูตรระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน} &= \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\
&= \frac{|4 - 0|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \\
&= \frac{4}{\sqrt{2}} \\
&= 2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

13. ตอบข้อ 2

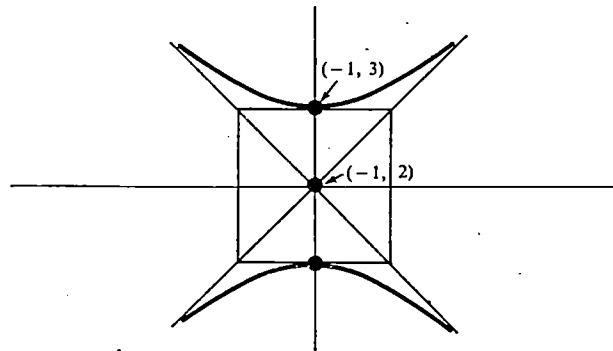
วิธีทำ

$$\begin{aligned}
6x^2 + 12x + 5y^2 - 20y - 4 &= 0 \\
6(x^2 + 2x) + 5(y^2 - 4y) - 4 &= 0 \\
6\{(x+1)^2 - 1\} + 5\{(y-2)^2 - 4\} - 4 &= 0 \\
6(x+1)^2 - 6 + 5(y-2)^2 - 20 - 4 &= 0 \\
6(x+1)^2 + 5(y-2)^2 &= 30 \\
\frac{(x+1)^2}{5} + \frac{(y-2)^2}{6} &= 1 \\
\frac{(x+1)^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{(y-2)^2}{(\sqrt{6})^2} &= 1
\end{aligned}$$

$$c^2 = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2$$

$$c = \pm 1$$

วงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(-1, 2)$ จุดโฟกัสที่ $(-1, 3)$, $(-1, 1)$ ความยาวแกนโท $= 2\sqrt{5}$



ไฮเพอร์โบลามีศูนย์กลาง $(-1, 2)$ จุดยอด $(-1, 3)$ และ $(-1, 1)$ ความยาวแกนสังยุค $= 2\sqrt{5}$
ความยาวแกนตามขวาง $= 1$

$$\text{รูปสมการไฮเพอร์โบล่า} \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

$$\therefore \frac{(y-2)^2}{1^2} - \frac{(x+1)^2}{(\sqrt{5})^2} = 1$$

$$5(y-2)^2 - (x+1)^2 = 5$$

$$5y^2 - 20y + 20 - x^2 - 2x - 1 = 5$$

$$5y^2 - x^2 - 20y - 2x + 14 = 0$$

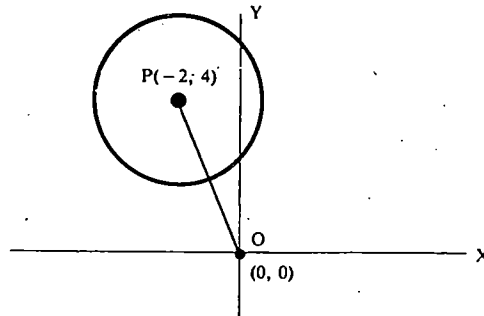
$$x^2 - 5y^2 + 2x + 20y - 14 = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

14. ตอบข้อ 4

วิธีทำ

$$\begin{aligned}x^2 + 4x + y^2 - 8y + 11 &= 0 \\(x+2)^2 - 4 + (y-4)^2 - 16 + 11 &= 0 \\(x+2)^2 + (y-4)^2 &= 9 \\(x+2)^2 + (y-4)^2 &= 3^2\end{aligned}$$



วงกลมมีศูนย์กลางที่ $P(-2, 4)$

$$\begin{aligned}\text{ความชัน } \overline{OP} &= \frac{4-0}{-2-0} \\&= -2\end{aligned}$$

สมการเส้นตรง OP

$$\begin{aligned}y-0 &= -2(x-0) \\y &= -2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ความยาว } OP &= \sqrt{(-2-0)^2 + (4-0)^2} \\&= \sqrt{4+16} \\&= \sqrt{20}\end{aligned}$$

จุดกึ่งกลางระหว่าง O, P

$$\left(\frac{-2+0}{2}, \frac{4+0}{2}\right) = (-1, 2)$$

วงกลมที่ต้องการมีศูนย์กลางที่ $(-1, 2)$

$$\text{ความยาวรัศมี } \frac{\sqrt{20}}{2}$$

$$\text{สมการวงกลม คือ } (x+1)^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{\sqrt{20}}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 5$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$$

15. ตอบข้อ 4

วิธีทำ

$$\sin 3\theta + \sin \theta = 1 - 4 \sin^3 \theta$$

$$3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta + \sin \theta + 4 \sin^3 \theta - 1 = 0$$

$$4 \sin \theta - 1 = 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
\sec 2\theta + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) &= \frac{1}{\cos 2\theta} + \sin \theta \\
&= \frac{1}{1 - 2 \sin^2 \theta} + \sin \theta \\
&= \frac{1}{1 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^2} + \frac{1}{4} \\
&= \frac{1}{1 - \frac{1}{8}} + \frac{1}{4} \\
&= \frac{8}{7} + \frac{1}{4} \\
&= \frac{39}{28}
\end{aligned}$$

16. ตอบข้อ 2

วิธีทำ กำหนด $0 \leq x \leq \pi$ และ $0 \leq y \leq \pi$

$$\begin{bmatrix} \sin x & \cos x \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos x & \sin(x+y) \\ \sin x & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sin x \cos x + \sin x \cos x & \sin x \sin(x+y) \\ \cos x & \sin(x+y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sin 2x & \sin x \sin(x+y) \\ \cos x & \sin(x+y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\sin 2x &= \frac{\sqrt{3}}{2} & \text{และ } \cos x &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\
&= \sin 60^\circ & &= \cos 30^\circ \\
2x &= 60^\circ & x &= 30^\circ \\
x &= 30^\circ
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sin(x+y) &= 1 \\
&= \sin 90^\circ
\end{aligned}$$

$$x + y = 90^\circ$$

$$y = 90^\circ - 30^\circ$$

$$y = 60^\circ$$

$$\begin{aligned}
\tan(2x+y) &= \tan(2 \times 30^\circ + 60^\circ) \\
&= \tan 120^\circ \\
&= -\sqrt{3}
\end{aligned}$$

17. ตอบข้อ 4

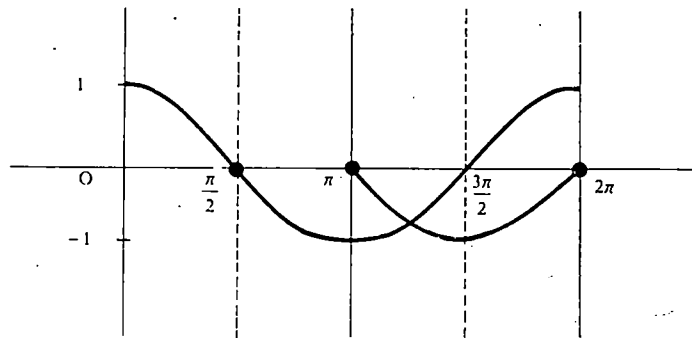
วิธีทำ $A = \{(x, y) | 0 < x \leq \pi, 0 < y \leq \pi, \cos(x+y) \geq 0, \sin(x+y) \leq 0\}$

$$\cos(x+y) \geq 0$$

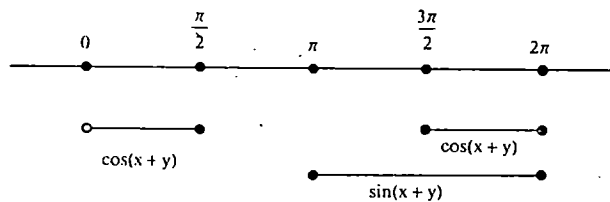
$$\therefore 0 < x+y \leq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \leq x+y \leq 2\pi$$

$$\sin(x+y) \leq 0$$

$$\pi \leq x+y \leq 2\pi$$



พิจารณา $(x+y)$
 $\begin{cases} \cos(x+y) \geq 0 \\ \sin(x+y) \leq 0 \end{cases}$



$$\therefore \frac{3\pi}{2} \leq x+y \leq 2\pi$$

กรณี $x = y$ จะได้ $\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \pi, \frac{3\pi}{4} \leq y \leq \pi$

18. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $f(x) = \sin x, g(x) = \arcsin 2x + 2 \arcsin x$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= \sin(\arcsin 2x + 2 \arcsin x)$$

$$= \sin(\arcsin 2x) \cdot \cos(2 \arcsin x) + \cos(\arcsin 2x) \cdot \sin(2 \arcsin x)$$

$$= 2x \cdot (1 - 2 \sin^2(\arcsin x)) + \sqrt{1 - 4x^2} \cdot 2 \sin(\arcsin x) \cos(\arcsin x)$$

$$(f \circ g)(x) = 2x(1 - 2x^2) + \sqrt{1 - 4x^2} \cdot 2x \cdot \sqrt{1 - x^2}$$

$$(f \circ g)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{2}{9}\right) + \sqrt{1 - \frac{4}{9}} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{1 - \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{2}{3} \left[\frac{7}{9} + \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{9} \right]$$

$$= \frac{2}{3} \left[\frac{7}{9} + \frac{2}{9} \sqrt{10} \right]$$

$$= \frac{2}{27} (7 + 2\sqrt{10})$$

หมายเหตุ $\arcsin 2x = \alpha$

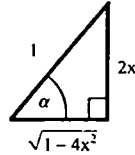
$$\sin \alpha = 2x$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - 4x^2}$$

$$\alpha = \arccos \sqrt{1 - 4x^2}$$

$$\therefore \cos(\arcsin 2x) = \cos(\arccos \sqrt{1 - 4x^2})$$

$$= \sqrt{1 - 4x^2}$$



ด้วยวิธีเดียวกัน $\cos(\arcsin x) = \cos(\arccos \sqrt{1 - x^2})$

19. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$(2 \log_3 0.5) \log_{0.5} x = \log_3 4$$

$$2 \frac{\log 0.5}{\log 3} \cdot \frac{\log x}{\log 0.5} = \frac{\log 4}{\log 3}$$

$$2 \log x = 2 \log 2$$

$$x = 2$$

จาก $3^{y-1} = 2^{2y-3}$

$$(y-1) \log 3 = (2y-3) \log 2$$

$$(y-1)(0.4771) = (2y-3)(0.3010)$$

$$0.4771y - 0.4771 = 0.6020y - 0.9030$$

$$0.4259 = 0.1249y$$

$$y = \frac{0.4259}{0.1249}$$

$$y = 3.41 \dots \text{ (ประมาณ)}$$

$$\therefore y > x > 0$$

20. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \dots + \frac{1}{\log_9 x} + \frac{1}{\log_{10} x} \leq 1$$

$$\frac{\log 2}{\log x} + \frac{\log 3}{\log x} + \frac{\log 4}{\log x} + \dots + \frac{\log 9}{\log x} + \frac{\log 10}{\log x} \leq 1$$

$$\frac{\log 10!}{\log x} \leq 1$$

ถ้า $\log x > 0$; $\log 10! \leq \log x$ จะได้ $x \geq 10!$

ถ้า $\log x < 0$; $\log 10! \geq \log x$ จะได้ $0 < x < 1$.

$$\therefore x = (0, 1) \cup [10!, \infty)$$

21. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$[\log_3 x - \log_3^2 x + \log_3^3 x - \log_3^4 x + \dots] < 1$$

$$\log_3 x - \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{4} \log_3 x - \frac{1}{8} \log_3 x + \dots < 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\times \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2} \log_3 x - \frac{1}{4} \log_3 x + \frac{1}{8} \log_3 x - \dots < \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) + (2); \quad \log_3 x < \frac{3}{2}$$

$$x < 3^{\frac{3}{2}}$$

$$x < 3\sqrt{3}$$

$$\therefore 0 < x < 3\sqrt{3}$$

22. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$y = \sqrt{2^{2x} + 2^{-2x} + 2} \quad \text{เมื่อ } x \geq 0$$

$$= \sqrt{2^{-2x}(2^{4x} + 1 + 2 \cdot 2^{2x})}$$

$$= \sqrt{2^{-2x}(2^{2x} + 1)^2}$$

$$= 2^{-x}(2^{2x} + 1)$$

$$\therefore y = 2^x + 2^{-x} \quad **$$

$$y + \sqrt{y^2 - 4} = 2^x + 2^{-x} + \sqrt{(2^x + 2^{-x})^2 - 4}$$

$$= 2^x + 2^{-x} + \sqrt{2^{2x} + 2 + 2^{-2x} - 4}$$

$$= 2^x + 2^{-x} + \sqrt{2^{2x} - 2 + 2^{-2x}}$$

$$= 2^x + 2^{-x} + \sqrt{2^{-2x}(2^{4x} - 2 \cdot 2^{2x} + 1)}$$

$$= 2^x + 2^{-x} + \sqrt{2^{-2x}(2^{2x} - 1)^2}$$

$$= 2^x + 2^{-x} + 2^{-x}(2^{2x} - 1)$$

$$= 2^x + 2^{-x} + 2^x - 2^{-x}$$

$$y + \sqrt{y^2 - 4} = 2 \cdot 2^x$$

$$\frac{y + \sqrt{y^2 - 4}}{2} = 2^x$$

จากข้อ 1

$$\log_2 \frac{y + \sqrt{y^2 - 4}}{2} = \log_2 2^x$$

$$= x \log_2 2$$

23. ตอบข้อ 2

วิธีทำ $f(x) = 2 - |x^3 - 3|$, $g(x) = x^3$

$$y = x^3$$

อินเวอร์ส คือ $x = y^{\frac{1}{3}}$

$$y = \sqrt[3]{x}$$

$$\therefore g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$$

จาก $f(x) = 2 - |x^3 - 3|$

$$f(g^{-1}(x)) = 2 - |(\sqrt[3]{x})^3 - 3|$$

$$= 2 - |x - 3|$$

$$F(x) = f(g^{-1}(x))$$

$$\therefore F(x) = 2 - |x - 3|$$

พิจารณา $\lim_{x \rightarrow 3^-} F(x)$

$$2 - |x - 3|$$

$$x = 0; \quad = -1$$

$$x = 1; \quad = 0$$

$$x = 2; \quad = 1$$

$$x = 3; \quad = 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} F(x)$$

$$\frac{F(x) - F(3)}{x - 3} = \frac{2 - |x - 3| - 2}{x - 3}$$

$$= \frac{-|x - 3|}{x - 3}$$

พิจารณา $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-|x - 3|}{x - 3}$

$$x = 0; \quad = 1$$

$$x = 1; \quad = 1$$

$$x = 2; \quad = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{F(x) - F(3)}{x - 3} \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{F(x) - F(3)}{x - 3}$$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} F(x)$

$$2 - |x - 3|$$

$$x = 6; \quad = -1$$

$$x = 5; \quad = 0$$

$$x = 4; \quad = 1$$

$$x = 3; \quad = 2$$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-|x - 3|}{x - 3}$

$$x = 6; \quad = -1$$

$$x = 5; \quad = -1$$

$$x = 4; \quad = -1$$

24. ตอบข้อ 1

วิธีทำ $h(x) = ax^2 + bx + c$

$$h(0) = a(0)^2 + b(0) + c$$

$$1 = c$$

$$\therefore h(x) = ax^2 + bx + 1$$

$$h'(x) = 2ax + b$$

ให้ $2ax + b = 0$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$\therefore h$ มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -2$ คือ 5

$$\therefore -2 = -\frac{b}{2a}$$

$$b = 4a$$

$$\text{และ } a(-2)^2 + b(-2) + 1 = 5$$

$$4a - 2b + 1 = 5$$

$$b - 2b = 4$$

$$b = -4$$

$$\therefore a = -1$$

$$h(x) = -x^2 - 4x + 1$$

$$\text{จาก } f(x) = 3x - 10$$

$$f(g(x)) = 3g(x) - 10 = (f \circ g)(x)$$

$$\therefore h(x) = (f \circ g)(x)$$

$$\therefore -x^2 - 4x + 1 = 3g(x) - 10$$

$$g(x) = \frac{-x^2 - 4x + 11}{3}$$

$$g(1) = \frac{-(1)^2 - 4(1) + 11}{3}$$

$$= \frac{-1 - 4 + 11}{3}$$

$$= 2$$

25. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{(x-2)(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}, \quad x \neq 1, -1$$

$$f(x) = x - 2$$

$$\text{ถ้า } x = 1, \quad f(1) = -1$$

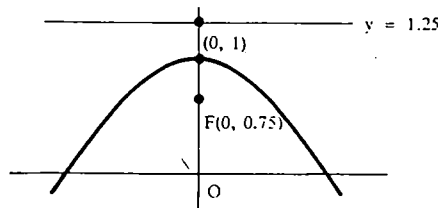
$$\text{และ } x = -1, \quad f(-1) = -3$$

เพื่อให้ $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 1}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริง ต้องนิยาม

$$f(1) = -1, \quad f(-1) = -3$$

26. ตอบข้อ 1

วิธีทำ



$$\text{สมการพาราโบลา } x^2 = 4(-0.25)(y-1)$$

$$x^2 = -y+1$$

$$y = -x^2+1 = f(x)$$

ให้ A แทนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $f(x) = -x^2+1$ จาก $x = -1$ ถึง $x = 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } A &= \int_{-1}^1 (-x^2+1)dx \\ &= \left(-\frac{1}{3}x^3+x\right)\Big|_{-1}^1 \\ &= \left(-\frac{1}{3}(1)^3+1\right) - \left(-\frac{1}{3}(-1)^3+(-1)\right) \\ &= \left(-\frac{1}{3}+1\right) - \left(\frac{1}{3}-1\right) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

27. ตอบข้อ 1

วิธีทำ ความชันของเส้นโค้งที่จุด (x, y) ใดๆ เป็น $2-2x$

$$\therefore f'(x) = 2-2x$$

$$f(x) = 2x-x^2+c$$

ให้ A แทนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $f(x) = 2x-x^2+c$

จาก $x = 0$ ถึง $x = 3$ เท่ากับ 9

$$A = \int_0^3 (2x-x^2+c)dx$$

$$A = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} + cx\right)\Big|_0^3$$

$$9 = (9-9+3c) - (0)$$

$$\therefore c = 3$$

$$f(x) = 2x-x^2+3$$

$$\text{ถ้า } x = 3; \quad f(x) = 2(3) - (3)^2 + 3$$

$$= 6-9+3$$

$$= 0$$

แสดงว่ากราฟผ่านจุด $(3, 0)$

28. ตอบข้อ 3

$$\text{วิธีทำ ให้ } \vec{u} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, \vec{v} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}, \vec{w} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \therefore |\vec{u}| &= |\vec{w}| \\ \sqrt{a^2+b^2} &= \sqrt{x^2+y^2} \\ a^2+b^2 &= x^2+y^2 \end{aligned}$$

$$\vec{u}-\vec{v} = \begin{bmatrix} a-c \\ b-d \end{bmatrix}$$

$$|\vec{u}-\vec{v}| = \sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$$

$$\vec{v}+\vec{w} = \begin{bmatrix} c+x \\ d+y \end{bmatrix}$$

$$|\vec{v}+\vec{w}| = \sqrt{(c+x)^2+(d+y)^2}$$

$$\therefore |\vec{u}-\vec{v}| = |\vec{v}+\vec{w}|$$

$$(a-c)^2+(b-d)^2 = (c+x)^2+(d+y)^2$$

$$a^2-2ac+c^2+b^2-2bd+d^2 = c^2+2cx+x^2+d^2+2dy+y^2$$

$$x^2+y^2-2ac-2bd = 2cx+x^2+2dy+y^2$$

$$-2ac-2bd = 2cx+2dy$$

$$-(ac+bd) = cx+dy$$

$$-\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{w}$$

$$-(|\vec{u}|\cdot|\vec{v}| \cos \theta_1) = |\vec{v}|\cdot|\vec{w}| \cos \theta_2$$

$$\cos \theta_2 = \frac{-(|\vec{u}|\cdot|\vec{v}| \cos \theta_1)}{|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$= -\cos \theta_1$$

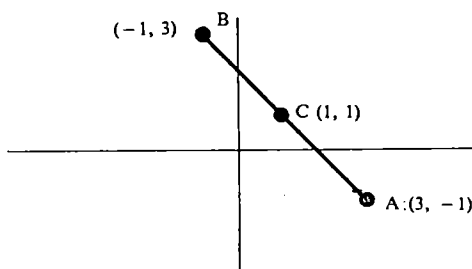
$$= -\cos \frac{\pi}{5}$$

$$= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right)$$

$$\theta_2 = \frac{4\pi}{5}$$

29. ตอบข้อ 3.

วิธีทำ



C เป็นจุดกึ่งกลางระหว่าง A(3, -1), B(-1, 3)

$$\text{พิกัดของ } C = \left(\frac{3-1}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$$

$$= (1, 1)$$

$$\vec{AC} = \begin{bmatrix} 1-3 \\ 1+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{CB} = \begin{bmatrix} -1-1 \\ 3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{CB} = 4+4$$

$$= 8$$

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} -1-3 \\ 3+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{slope } \overline{AB} = -1$$

ข้อ 1. $-4\bar{i} + 4\bar{j}$ มีขนาด = $4\sqrt{2}$ slope = -1

ข้อ 2. $4\bar{i} - 4\bar{j}$ มีขนาด = $4\sqrt{2}$ slope = -1

ข้อ 3. $-4\sqrt{2}\bar{i} + 4\sqrt{2}\bar{j}$ มีขนาด = 8 slope = -1

ข้อ 4. $4\sqrt{2}\bar{i} - 4\sqrt{2}\bar{j}$ มีขนาด = 8 slope = -1

$$-4\sqrt{2}\bar{i} + 4\sqrt{2}\bar{j} = \begin{bmatrix} -4\sqrt{2} \\ 4\sqrt{2} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} = \sqrt{2}\overline{AB}$$

30. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $\therefore \det(A) = \det(A')$

$$\det(AA') = \det(AA)$$

$$= \det(A^2)$$

ข้อ 1 ถูกต้อง $\det(kA)^2 = \det(k^2A^2)$

$$= (k^2)^n \det(A^2)$$

$$= k^{2n} \det(A^2)$$

ข้อ 2 ถูกต้อง

$\det(A^2 + A)$ กระจายไม่ได้

$$\det(A^2 + A) \neq [\det(A) + 1] \det(A)$$

\therefore ข้อ 3 เป็นข้อผิด

31. ตอบข้อ 2

วิธีทำ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$$AB - AC - \frac{1}{2}I = 0$$

คูณ A^{-1} ; $A^{-1}AB - A^{-1}AC - \frac{1}{2}A^{-1}I = 0$

$$IB - IC - \frac{1}{2}A^{-1} = 0$$

$$B - C - \frac{1}{2}A^{-1} = 0$$

$$\frac{1}{2}A^{-1} = B - C$$

$$\frac{1}{2}A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \\ -4 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

32. ตอบข้อ ไม่มีคำตอบในข้อ 1, 2, 3 และ 4

วิธีทำ จากทฤษฎีบท ถ้า $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ เมื่อ $a_{ij} \in R$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 แล้ว

$$A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = \det(A)I$$

จากโจทย์ $B(\text{adj } B)$ จะต้อง $= \det(B)I$

โจทย์ต้องการเมตริกซ์ผกผันของ $B(\text{adj } B)$ ซึ่งก็คือต้องการเมตริกซ์ผกผันของ $\det(B)I$ นั่นเอง ดังนั้นผลลัพธ์จะต้องอยู่ในรูปของ 1 ในตัวเลือกของข้อ 32 นี้ไม่มี โจทย์น่าจะบกพร่อง
ทดลองหาเมตริกซ์ผกผันของ $B(\text{adj } B)$

$$\therefore AB = BA = I$$

$$\therefore B = A^{-1} **$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \det(A) = 3$$

$$\therefore BA = I$$

$$\det(B) \cdot \det(A) = \det(I)$$

$$\det(B) = \frac{1}{3}$$

$$B(\text{adj } B) = \det(B)I$$

$$= \frac{1}{3}I$$

$$\text{เมื่อหาเมตริกซ์ผกผันของ } \frac{1}{3}I \text{ จะได้ } = \frac{1}{9}I$$

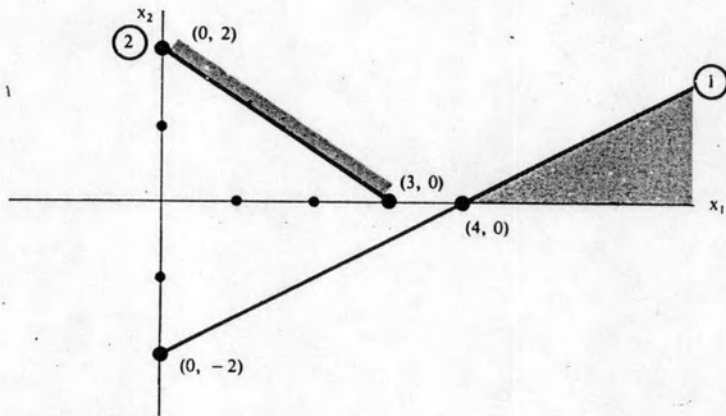
33. ตอบข้อ 2

วิธีทำ กำหนดให้ $z = 3x_1 - 5x_2$ โดยที่

$$x_1 - 2x_2 \leq 4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$



ค่าของ z จะมากที่สุดตามสมการ $x_1 - 2x_2 = 4$

พิจารณาจากจุด $(4, 0), (6, 1), (8, 2), (10, 3)$

- $(x_1, x_2); z = 3x_1 - 5x_2$
- $(4, 0); z = 3(4) - 5(0) = 12$
- $(6, 1); z = 3(6) - 5(1) = 13$
- $(8, 2); z = 3(8) - 5(2) = 14$
- $(10, 3); z = 3(10) - 5(3) = 15$

จาก $x_1 - 2x_2 = 4$

$$\div 4; \quad \frac{x_1}{4} - \frac{x_2}{2} = 1$$

หรือ $\frac{x}{4} - \frac{y}{2} = 1$

34. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $\{1 + (1+x^2) + (1+x^2)^2 + \dots + (1+x^2)^{50}\}$

เป็นอนุกรมเรขาคณิต

$$s_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$a = 1, r = (1+x^2), n = 51$

$$s_n = \frac{1[1-(1+x^2)^{51}]}{1-(1+x^2)}$$

$$= \frac{1-(1+x^2)^{51}}{-x^2}$$

$$= \frac{(1+x^2)^{51} - 1}{x^2}$$

เมื่อกระจาย $(1+x^2)^{51}$ ทุกพจน์ที่เกิดต้องหารด้วย x^2
ต้องการ x^{54} ต้องหาสัมประสิทธิ์ของ x^{56}

$$(1+x^2)^{51} \quad T_{r+1} = \binom{51}{r} \cdot (x^2)^r$$

$$= \binom{51}{r} \cdot x^{2r}$$

$$\therefore 2r = 56$$

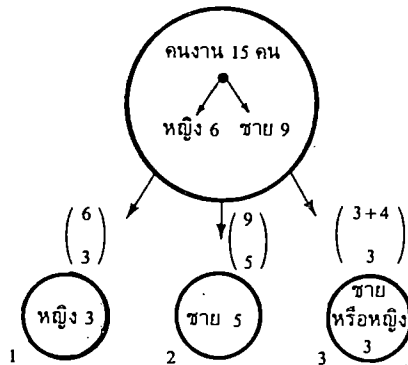
$$r = 28$$

$$T_{28+1} = \binom{51}{28} x^{56}$$

$$\therefore \text{สัมประสิทธิ์ของ } x^{54} = \binom{51}{28}$$

35. ตอบข้อ 4

วิธีทำ



งานที่ 1 ใช้คนงานหญิง 3 คน เลือกได้ $\binom{6}{3}$ วิธี

งานที่ 2 ใช้คนงานชาย 5 คน เลือกได้ $\binom{9}{5}$ วิธี

งานที่ 3 ใช้คนงานชายหรือหญิง 3 คน เลือกได้ $\binom{3+4}{3}$ วิธี

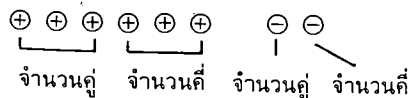
(เนื่องจากผู้จัดการรับงานมาพร้อมกัน 3 ชนิด เมื่อเลือกหญิงและชายทำงานที่ 1, 2 แล้ว จะเหลือคนงานหญิง 3 คน คนงานชาย 4 คน เพื่อไปทำงานที่ 3)

$$\text{จำนวนวิธีที่เลือกคนงานให้แก่สลักไม้} = \binom{6}{3} \binom{9}{5} \binom{7}{3}$$

$$= 88,200 \text{ วิธี}$$

36. ตอบข้อ 1

วิธีทำ



$$\text{สุ่มมา 4 จำนวน จำนวนสมาชิกแซมเปิลสเปซ } (N(S)) = \binom{8}{4}$$

4 จำนวนที่สุ่มมามีผลคูณน้อยกว่า 0 และเป็นเลขคี่

\therefore 4 จำนวนที่สุ่มมาผลคูณต้องเป็นจำนวนคี่ลบ

เกิดได้เมื่อมี 3 จำนวนเป็นจำนวนคี่บวกอีก 1 จำนวนเป็นจำนวนคี่ลบ

$$\text{โอกาสเกิดได้} = \binom{3}{3} \binom{1}{1}$$

$$n(E) = \binom{3}{3} \binom{1}{1}$$

$$= 1$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{N(S)}$$

$$= \frac{1}{\binom{8}{4}}$$

$$= \frac{1}{70}$$

37. ตอบข้อ 2

วิธีทำ	ค่าจ้าง	f	F
	81-85	1	.1
	86-90	3	4
	91-95	x	4+x
	96-100	5	9+x*
	101-105	8	17+x***
	106-110	y	17+x+y*
	111-115	10	27+x+y
	116-120	4	31+x+y

$$N = 31+x+y$$

$$P_x \text{ จะตกตำแหน่งในข้อมูลที่} = \frac{Nx}{100}$$

$$P_{25} \text{ จะตกตำแหน่งในข้อมูลที่} = \frac{(31+x+y)25}{100}$$

$$= \frac{1}{4}(31+x+y)$$

$$Q_3 = P_{75} \text{ จะตกตำแหน่งในข้อมูลที่} = \frac{(31+x+y)75}{100}$$

$$= \frac{3}{4}(31+x+y)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\therefore P_{25} = 100.5$$

$$\therefore \frac{1}{4}(31+x+y) = 9+x$$

$$31+x+y = 36+4x$$

$$3x-y = -5 \quad \dots(1)$$

$$Q_3 = 110.5$$

$$\frac{3}{4}(31+x+y) = 17+x+y$$

$$93+3x+3y = 68+4x+4y$$

$$x+y = 25 \quad \dots(2)$$

$$(1)+(2); \quad 4x = 20$$

$$x = 5$$

จำนวนคนงานที่ได้ค่าจ้างต่ำกว่า 105.50 บาท มี $17+x = 17+5$ คน
 $= 22$ คน

38. ตอบข้อ 4

วิธีทำ เรียงลำดับข้อมูล 2, 4, 6, 9, 12, 15
a

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = 2 เท่าส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์

$$\bar{X} = 2 \cdot \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$\frac{2+4+6+9+a+12+15}{7} = Q_3 - Q_1$$

$$\frac{48+a}{7} = Q_3 - Q_1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$Q_x \text{ จะตกตำแหน่งในข้อมูลที่} = \frac{(N+1)X}{4}$$

$$Q_3 \text{ จะตกตำแหน่งในข้อมูลที่} = \frac{(7+1)3}{4} \\ = 6$$

$$Q_1 \text{ จะตกตำแหน่งในข้อมูลที่} = \frac{(7+1)1}{4} \\ = 2$$

ถ้าเรียงข้อมูลเป็น 2, a, 4, 6, 9, 12, 15 จะได้

$$Q_1 = a$$

$$Q_3 = 12$$

$$\text{จาก (1);} \quad \frac{48+a}{7} = 12 - a$$

$$a = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ เป็นไปไม่ได้ } a < 4$$

ถ้าเรียงข้อมูลใหม่ให้ 4 อยู่ตำแหน่งที่ 2 จะได้ $Q_1 = 4$ และ $Q_3 = 12$

$$\text{จาก (1);} \quad \frac{48+a}{7} = 12 - 4$$

$$a = 8$$

∴ ข้อมูลเรียงได้เป็น 2, 4, 6, 8, 9, 12, 15 โดยมีค่ามัธยฐาน = 8
แสดงว่า a = 8 และเท่ากับมัธยฐาน

39. ตอบข้อ 1

วิธีทำ ข้อมูลชุด A 5 10 15 20 25

$$\bar{X} = \frac{5+10+15+20+25}{5}$$

$$= 15$$

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{100+25+0+25+100}{5}}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$\text{S.D.} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} = \frac{\text{S.D.}}{\bar{X}}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{15}$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{2} \text{ หรือ } \frac{1}{24}\sqrt{128}$$

ข้อมูลชุด B 15 30 45 60 50

$$\bar{X} = \frac{15+30+45+60+50}{5}$$

$$= 40$$

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{625+100+25+400+100}{5}}$$

$$= \sqrt{250}$$

$$\text{S.D.} = 5\sqrt{10}$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} = \frac{\text{S.D.}}{\bar{X}}$$

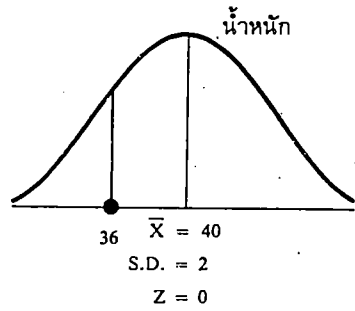
$$= \frac{5\sqrt{10}}{40}$$

$$= \frac{1}{8}\sqrt{10} \text{ หรือ } \frac{1}{24}\sqrt{90}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

40. ตอบข้อ 4

วิธีทำ



เมื่อ $X = 36$; $Z = \frac{X - \bar{X}}{S.D.}$

$Z = \frac{36 - 40}{2}$

$Z = -2$

$A = 0.4773$

กลุ่มนักเรียนที่มีน้ำหนักไม่ต่ำกว่า 36 กิโลกรัม และไม่เกิน 6 กิโลกรัม มี

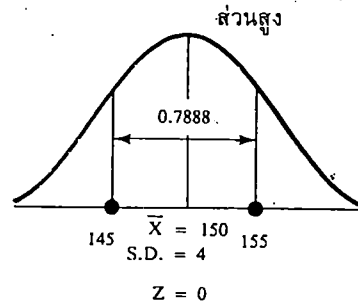
$A = 0.7888$

A ระหว่าง \bar{X} ถึง b = $0.7888 - 0.4773$

= 0.3115

ถ้า b = 42 จะได้ $Z = 1$, $A > 0.3133$

$\therefore b < 42$



เมื่อ $X = 145$; $Z = \frac{X - \bar{X}}{S.D.}$

= $\frac{145 - 150}{4}$

$Z = -1.25$

$A = 0.3944$

เมื่อ $X = 155$; $Z = 1.25$

$A = 0.3944$

$\therefore a = 0.7888$

= 78.88%

41. ตอบข้อ 3

วิธีทำ ค่าจ้างรายวัน $y = 6.5(x - 2529) + 60$

ปี พ.ศ. 2535 $y = 6.5(2535 - 2529) + 60$

= $6.5 \times 6 + 60$

= 99

ค่าจ้างรายวัน พ.ศ. 2535 = 99 บาท ดัชนีราคาผู้บริโภค = 100%

ปี พ.ศ. 2536 $y = 6.5(2536 - 2529) + 60$

= $6.5 \times 7 + 60$

= 105.50

ค่าจ้างรายวัน ปี พ.ศ. 2536 = 105.50 บาท ดัชนีราคาผู้บริโภค 110%

รายได้ที่แท้จริงของปี พ.ศ. 2536 = $\frac{\text{รายได้ตัวเงินปี 2536}}{\text{ดัชนีผู้บริโภคปี 2536}} \times 100$

= $\frac{105.5}{110} \times 100$ บาท

= 95.90 บาท

รายได้ลดลง = $99 - 95.90$ บาท

= 3.10 บาท

ตอนที่ 2

1. ตอบ 0004.00

วิธีทำ $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$$f(1) = 1 + b + c + d + e$$

$$0 = 1 + b + c + d + e$$

$$\therefore b + c + d + e = -1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$f(2) = 16 + 8b + 4c + 2d + e$$

$$9 = 16 + 8b + 4c + 2d + e$$

$$\therefore 8b + 4c + 2d + e = -7 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) - (1); \quad 7b + 3c + d = -6 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{จาก } f(2 + \sqrt{3}i) = 0 \quad \therefore f(2 - \sqrt{3}i) = 0$$

แสดงว่า $f(x)$ มีตัวประกอบเป็น $\{x - (2 + \sqrt{3}i)\}$, $\{x - (2 - \sqrt{3}i)\}$, $\{x - 1\}$, $\{x + m\}$

$$f(x) = \{x^2 - 4x + 7\}\{x - 1\}\{x + m\}$$

$$f(x) = x^4 + (m - 5)x^3 + (11 - 5m)x^2 + (11m - 7)x - 7m$$

$$\therefore b = m - 5, c = 11 - 5m, d = 11m - 7, e = -7m$$

$$(3) \text{ แทนค่า; } 7m - 35 + 33 - 15m + 11m - 7 = -6$$

$$3m = 3$$

$$m = 1$$

$$d = 11(1) - 7$$

$$d = 4$$

$$f'(x) = 4x^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$f'(0) = 4(0) + 3b(0) + 2c(0) + d$$

$$f'(0) = d$$

$$\therefore f'(0) = 4$$

2. ตอบ 0047.00 จำนวน

วิธีทำ $\{0, 1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$

จำนวนที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ 15 คือ x ที่นำมาหา ห.ร.ม. กับ 15 แล้วได้ ห.ร.ม.

ไม่ใช่ 1

$$x = \{3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 21, 24, 25, 27, 30, 33, 35, 36, 39, 40, 42, 45, 48,$$

$$50, 51, 54, 55, 57, 60, 63, 65, 66, 69, 70, 72, 75, 78, 80, 81, 84, 85, 87, 90, 93,$$

$$95, 96, 99, 100\}$$

\therefore มีทั้งหมด 47 จำนวน

3. ตอบ 0016.00

วิธีทำ P_n เป็นพาราโบลา $y = \frac{1}{n} x^2$

$$P_k \text{ เป็นพาราโบลา } y = \frac{1}{k} x^2$$

หาจุดตัดระหว่างพาราโบลา กับเส้นตรง $x - y = 4$

$$y = x - 4$$

$$\therefore \frac{1}{k}x^2 = x - 4$$

$$x^2 - kx + 4k = 0$$

$$x = \frac{-(-k) \pm \sqrt{(-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4k}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{k \pm \sqrt{k^2 - 16k}}{2}$$

ค่า x จะเป็นจำนวนจริงได้ต่อเมื่อ $k^2 - 16k \geq 0$

$$k(k - 16) \geq 0$$

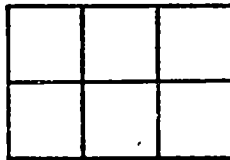
$$k \leq 0, k - 16 \geq 0$$

k เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด

$$\therefore k = 16$$

4. ตอบ 0062.00 วิธี

วิธีทำ



เขียนเครื่องหมาย O หรือ X ลงในตารางขนาด 2×3 โดยให้มีเครื่องหมายเต็มทุกช่อง และต้องมีเครื่องหมายอย่างน้อยอย่างละ 1 เครื่องหมาย

มี O 1 ช่อง มี X 5 ช่อง เขียนได้ $\binom{6}{1}$ วิธี

มี O 2 ช่อง มี X 4 ช่อง เขียนได้ $\binom{6}{2}$ วิธี

มี O 3 ช่อง มี X 3 ช่อง เขียนได้ $\binom{6}{3}$ วิธี

มี O 4 ช่อง มี X 2 ช่อง เขียนได้ $\binom{6}{4}$ วิธี

มี O 5 ช่อง มี X 1 ช่อง เขียนได้ $\binom{6}{5}$ วิธี

$$\text{จำนวนวิธีเขียน} = \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5}$$

$$= 6 + 15 + 20 + 15 + 6$$

$$= 62 \text{ วิธี}$$

5. ตอบ 7,000.00 บาท

วิธีทำ ให้สมการเส้นตรงแสดงความสัมพันธ์ระหว่างรายจ่าย (y) และรายได้ (x)

$$y = mx + c$$

เส้นตรงตัดแกน Y ที่ (0, -3)

$$-3 = m(0) + c$$

$$c = -3$$

$$y = mx - 3$$

$$\Sigma y = m\Sigma x - 3n \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\Sigma xy = m\Sigma x^2 - 3\Sigma x \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n}$$

$$12n = \Sigma x$$

$$5n = \Sigma y$$

จาก (1); $5n = m(12n) - 3n$

$$8n = m(12n)$$

$$m = \frac{8n}{12n}$$

$$m = \frac{2}{3}$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x - 3$$

ถ้า $x = 15$; $y = \frac{2}{3}(15) - 3$

$$y = 7$$

ครอบครัวที่มีรายได้ 15,000 บาท จะมีรายจ่าย 7,000 บาท

6. ตอบ 1,200.00 บาท

วิธีทำ ให้น้ำมันที่ใช้ $P = \frac{1}{400}(1,600x^{-1} + x)$ ลิตรต่อกิโลเมตร

ระยะทาง 600 กิโลเมตร; $P = 600 \times \frac{1}{400}(1,600x^{-1} + x)$ ลิตร

$$P = 2,400x^{-1} + \frac{3}{2}x$$

$$P' = -2,400x^{-2} + \frac{3}{2}$$

$$-2,400x^{-2} + \frac{3}{2} = 0$$

$$x^{-2} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2,400}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{1,600}$$

$$x^2 = 1,600$$

$$x = 40$$

ขับรถด้วยความเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

$$P = 2,400 \times \frac{1}{40} + \frac{3}{2} \times 40$$

$$= 60 + 60$$

$$= 120 \text{ ลิตร}$$

ค่าน้ำมันราคาลิตรละ 10 บาท

จ่ายค่าน้ำมัน 1,200 บาท

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ กข
Entrance ปี 2538

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตอนที่ 1 ข้อ 1-30 ข้อละ 1 คะแนน

- ให้ p, q และ r เป็นประพจน์
ถ้า $(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริง
 - $\sim p \vee q$
 - $p \rightarrow \sim r$
 - $p \wedge q$
 - $q \leftrightarrow \sim r$
- พิจารณาข้อความต่อไปนี้
ก. ถ้า p และ q เป็นประพจน์โดยที่ $p \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์ แล้ว $p \vee \sim q$ เป็นสัจนิรันดร์ด้วย
ข. นิเสธของข้อความ $\exists x[x < 6] \rightarrow \forall x[x > 8]$ คือ $\forall x[x \geq 6] \wedge \exists x[x \leq 8]$
ข้อใดต่อไปนี้ถูก
 - ทั้ง ก และ ข ถูก
 - ก ถูก ข ผิด
 - ก ผิด ข ถูก
 - ทั้ง ก และ ข ผิด
- ถ้า $A = \{0, 1\}$ และ $B = \{0, \{1\}, \{0, 1\}\}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง
 - $A \in P(B)$
 - $\{1\} \in P(A) \cap P(B)$
 - จำนวนสมาชิกของ $P(A \cap B) = 2$
 - จำนวนสมาชิกของ $P(A \cup B) = 8$
- จากการสำรวจผู้ฟังเพลงจำนวน 180 คน พบว่ามีผู้ชอบเพลงไทยสากล 95 คน เพลงไทยเดิม 92 คน เพลงลูกทุ่ง 125 คน เพลงไทยสากลและเพลงไทยเดิม 52 คน เพลงไทยสากลและเพลงลูกทุ่ง 43 คน เพลงไทยเดิมและเพลงลูกทุ่ง 57 คน และทั้ง 180 คน จะชอบฟังเพลงอย่างน้อยหนึ่งประเภทในสามประเภทดังกล่าวข้างต้น จำนวนคนที่ชอบฟังเพลงไทยสากลเพียงอย่างเดียวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 20
 - 25
 - 30
 - 35
- ถ้า $r = \{(x, y) | y \leq x^2 \text{ และ } y \geq 2x\}$ แล้วเรนจ์ของ r^{-1} คือเซตในข้อใดต่อไปนี้
 - $[0, 2]$
 - $[0, 4]$
 - $(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$
 - $(-\infty, 0] \cup [4, \infty)$
- ถ้า $f(x) = \sqrt{(3+x)(2-x)}$ และ $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ แล้วโดเมนของ fg คือเซตในข้อใดต่อไปนี้
 - \emptyset
 - $(-\infty, 2]$
 - $(-3, 2)$
 - $(-3, 2]$
- ส่วนจริงของจำนวนเชิงซ้อน $\left(\frac{2i}{1+i}\right)^{12}$ คือข้อใดต่อไปนี้
 - 64
 - 16
 - 16
 - 64
- ให้ m, x, y และ z เป็นจำนวนจริงที่ไม่ใช่ศูนย์ ถ้า $\frac{x}{y} > z > 0$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง
 - $\frac{y}{x} < \frac{1}{z}$
 - $x > yz$
 - $\frac{my}{x} < mz$
 - $\frac{mx}{y} > mz$

9. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $\frac{x-1}{x+2} > 2$ และ a เป็นค่าขอบเขตบนน้อยสุดของ S แล้ว a^2+1 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 2
 2. 5
 3. 10
 4. 26
10. ให้ a เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $x-a$ หาร x^3+2x^2-5x-2 เหลือเศษ 4 แล้วผลบวกของค่า a ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -6
 2. -2
 3. 2
 4. 6
11. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 6)$ และผ่านจุดโฟกัสของพาราโบลา $y^2-4y-4x=8$
1. $3x-4y+21=0$
 2. $4x-3y+14=0$
 3. $7x+2y-19=0$
 4. $2x+7y-44=0$
12. ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดที่ $(3, 2)$ และ $(3, -4)$ โฟกัสที่ $(3, -6)$ มีสมการตรงกับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{(y+1)^2}{16} - \frac{(x-3)^2}{9} = 1$
 2. $\frac{(y-1)^2}{16} - \frac{(x+3)^2}{9} = 1$
 3. $\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+3)^2}{16} = 1$
 4. $\frac{(y+1)^2}{9} - \frac{(x-3)^2}{16} = 1$
13. กำหนดให้ $\cos(\alpha+\beta) = \frac{3-4\sqrt{3}}{10}$ และ $\cos(\alpha-\beta) = \frac{3+4\sqrt{3}}{10}$ ค่าของ $\sin 2\alpha \sin 2\beta$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{-12\sqrt{3}}{25}$
 2. $\frac{-6\sqrt{3}}{25}$
 3. $\frac{6\sqrt{3}}{25}$
 4. $\frac{12\sqrt{3}}{25}$
14. เซตคำตอบของสมการ $\arctan(1+x) + \arctan(1-x) = \frac{\pi}{4}$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้
1. $(-4, 0)$
 2. $(-3, 1)$
 3. $(-2, 2)$
 4. $(-1, 3)$
15. กำหนดให้ $\log 3^c = c$ ค่าของ $\log_9 9 + \log_3 \sqrt[3]{3} - \log 0.81$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{4}{3} - 4c$
 2. $\frac{4}{3} + 4c$
 3. $\frac{8}{3} - 4c$
 4. $\frac{8}{3} + 4c$
16. ค่า x ที่สอดคล้องกับสมการ $9^x - 3^{x+\log_3 2} = -1$ อยู่ในเซตใดต่อไปนี้
1. $(-3, -1)$
 2. $(-1, 1)$
 3. $(1, 2)$
 4. $(2, 3)$
17. สมการเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = \sqrt{x^2+2}$ ที่จุด $x = 5$ คือข้อใดต่อไปนี้
1. $10x - 27y + 31 = 0$
 2. $5x - 13y + 14 = 0$
 3. $27x - 10y - 105 = 0$
 4. $13x - 5y - 50 = 0$

30. ตารางต่อไปนี้แสดงราคาสินค้าของร้านอาทิตย์ใน พ.ศ. 2530 และ พ.ศ. 2536

รายการสินค้า	ราคาต่อหน่วย (บาท)	
	พ.ศ. 2530	พ.ศ. 2536
สบู่ (ก้อน)	11	13
ยาย้อมผม (หลอด)	190	210
แชมพู (ขวด)	75	80
ยาสีฟัน (หลอด)	45	50

ในการคิดดัชนีราคาแบบใช้ราคารวม เมื่อใช้ พ.ศ. 2530 เป็นปีฐานจะได้ 109.97% ถ้าเปลี่ยนเฉพาะหน่วยของสบู่จากก้อนเป็นหลอด โดยมีราคาต่อก้อนเท่าเดิมแล้ว ดัชนีราคาแบบใช้ราคารวม (เมื่อใช้ พ.ศ. 2530 เป็นปีฐาน) เมื่อราคาต่อหน่วยของสบู่คือราคาต่อหลอด จะมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 108.97%
2. 109.97%
3. 111.63%
4. 112.22%

ตอนที่ 2 ข้อ 31–56 ข้อละ 2 คะแนน

31. พิจารณาการอ้างเหตุผลดังนี้

- เหตุ 1. ถ้าสมชายไปว่ายน้ำแล้วสมหญิงไปดูภาพยนตร์
 2. สมทรงไม่ดูโทรทัศน์
 3. ถ้าสมชายไม่ไปว่ายน้ำแล้วสมพร ไม่นอนพักผ่อน
 4. สมพรนอนพักผ่อนหรือสมทรงดูโทรทัศน์

ผล p

p แทนประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้จึงจะทำให้การอ้างเหตุผลข้างต้นสมเหตุสมผล

1. สมพรไม่นอนพักผ่อน
2. สมชายไม่ไปว่ายน้ำ
3. สมชายไปว่ายน้ำและสมหญิงไม่ไปดูภาพยนตร์
4. สมพรนอนพักผ่อนและสมหญิงไปดูภาพยนตร์

32. ให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง

C เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน

เซตในข้อใดต่อไปนี้ เป็นเอกภพสัมพัทธ์ที่ทำให้ประพจน์ $\exists x[x^4 + 3x^2 - 10 = 0]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1. เซตของจำนวนอตรรกยะ
2. $\{x \in R \mid |x| > 2\}$
3. $\{z \in C \mid 1 \leq |z| < 2\}$
4. $\{z \in C \mid 2 \leq |z| < 3\}$

33. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนจริง R ไปยัง R

ถ้า $f(x) = x^3 + 1$ และ $(f \circ g)(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ แล้วค่าของ $(g \circ f^{-1})(-7)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1
2. -2
3. 1
4. 3

34. ให้ $f(x) = 2x+2$ และ $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ ถ้า $|x|f(x) \leq g(x)$ เท่ากับช่วงปิด $[a, b]$ แล้ว $a+b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -2
 2. $-\frac{8}{5}$
 3. -1
 4. 0
35. ให้ r_1 และ r_2 เป็นความสัมพันธ์กำหนดโดย $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | y \leq \sqrt{x-3}\}$
 $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | x + \sqrt{y^2-9} \leq 0 \text{ และ } y \geq 3\}$
 ข้อใดต่อไปนี้ถูก
1. $r_1 \subset r_2$
 2. $r_2 \subset r_1$
 3. $r_1 \subset r_2^{-1}$
 4. $r_2 \subset r_1^{-1}$
36. ให้ a และ b เป็นรากที่ 6 ของ 1 โดยที่ $a^3 \neq b^3$ ถ้า \bar{A} และ \bar{B} ตามลำดับ เป็นเวกเตอร์แทนจำนวนเชิงซ้อน a^3 และ b^3 ในระนาบเชิงซ้อน และ θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสองแล้ว $\cos \theta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -1
 2. $\frac{1}{2}$
 3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 4. 1
37. กำหนดให้เอกภาพสัมพัทธ์คือ $\{x|x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ } 0 \text{ และ } -100 \leq x \leq 100\}$
 ให้ $A = \{x|\text{ห.ร.ม. ของ } x \text{ กับ } 21 \text{ เป็น } 3\}$ จำนวนสมาชิกของ A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 29
 2. 34
 3. 68
 4. 58
38. ให้ $A(-1, 2)$, $B(3, 0)$ และ $C(5, 4)$ เป็นจุดยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC สมการของเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ 1 และผ่านจุดตัดกันของเส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยม ABC ตรงกับข้อใดต่อไปนี้
1. $3x-3y-1 = 0$
 2. $3x-3y+1 = 0$
 3. $3x-3y-2 = 0$
 4. $3x-3y+2 = 0$
39. ให้ L เป็นเส้นตรงที่มีความชันเป็น $-\frac{4}{3}$ ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม $x^2+y^2-4x+2y-4 = 0$ และตัดวงกลมที่จุด A และ B ถ้าจุด C มีพิกัดเป็น $(-1, -2)$ แล้วพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{3}{5}$
 2. 3
 3. 9
 4. $\frac{63}{5}$
40. ถ้า $3 \cos 2\alpha - 2 \cos 2\beta = -3$ และ $\sin \alpha - 2 \sin \beta = 0$ โดยที่ $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ แล้ว $\sin(\alpha + \beta)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 0
 2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 3. $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$
 4. 1

41. เซตคำตอบของสมการ $2 \sin^4 x + 3 \sin^2 x - 2 \geq 0$, $0 \leq x \leq 2\pi$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|---|---|
| 1. $\left[\frac{\pi}{6}, \pi\right]$ | 2. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right]$ |
| 3. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{11\pi}{6}\right]$ | 4. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ |

42. ถ้า $\log_a(ax) + 2 \log_a(a^2x) + 3 \log_a(a^3x) + \dots + 10 \log_a(a^{10}x) = 110$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. a^{-10} | 2. a^{-5} |
| 3. $a^{-\frac{5}{2}}$ | 4. $a^{-\frac{5}{4}}$ |

43. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{\arcsin(\log_3 x)} + \log_5(x-2)$ โดเมนของ f คือข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 1. (2, 3) | 2. (2, 3] |
| 3. $\left(2, \frac{\pi}{2}\right)$ | 4. $\left(2, \frac{\pi}{2}\right]$ |

44. ถ้า A และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ (1) และ (2) ตามลำดับดังนี้

$$\log(x-2) + \log(x+2) - \log 5 = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$(\log_3 4)(\log_4 5)(\log_5 x) = 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูก

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| 1. $A = B$ | 2. $A \cap B = \emptyset$ |
| 3. A เป็นสับเซตแท้ของ B | 4. B เป็นสับเซตแท้ของ A |

45. ถ้า $a_n = \int_0^2 \frac{1}{x^{2n}} dx$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (1-2n)a_n$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. เป็นอนุกรมไตเวอร์เจนต์ | 2. มีผลบวกเป็น $\frac{2}{3}$ |
| 3. มีผลบวกเป็น $\frac{1}{2}$ | 4. มีผลบวกเป็น 1 |

46. ให้ $f(x) = \sqrt{x}$ และ $g(x) = \frac{\Gamma'(x)+1}{\sqrt{x}}$ พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = g(x)$ จาก $x = 1$ ถึง $x = 4$

และแกน X เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------------|------|
| 1. $\frac{20}{3}$ | 2. 3 |
| 3. $\frac{72}{5}$ | 4. 5 |

47. กำหนดให้ $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนจริง ถ้า $x = -2$ เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน f และ $f''(-1) = 6$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
2. f เป็นฟังก์ชันลด
3. $x = -2$ ให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์
4. $x = -1$ ให้ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

48. ให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|-1}{\sqrt{1-x}} & \text{เมื่อ } x < 1 \\ \frac{|1-x|}{1-\sqrt{x}} & \text{เมื่อ } x > 1 \end{cases}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ หาค่าไม่ได้
2. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) > 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) < 0$
3. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$
4. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$

49. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ถ้า $X = (B+C)A$ แล้ว X^{-1}

คือเมทริกซ์ในข้อใดต่อไปนี้

1. $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

50. ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมิติ 4×4 และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ 4×4 โดยที่ $A(\text{adj } A) - BA = I$ ถ้า $\det B = 0$ แล้ว $\det A$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1
2. 0
3. 1
4. 2

51. ในการผลิตสินค้าสองชนิด โดยใช้วัตถุดิบจากแหล่ง 2 แหล่ง ตามข้อมูลต่อไปนี้

- ก. ปริมาณวัตถุดิบทั้งหมดที่มีให้ใช้จากแหล่งที่ 1 และแหล่งที่ 2 มีค่าเป็น 18 และ 10 หน่วย ตามลำดับ
- ข. แต่ละชิ้นของสินค้าชนิดที่ 1 ต้องใช้วัตถุดิบจากแหล่งที่ 1 และแหล่งที่ 2 เป็นปริมาณ 2 และ 1 หน่วย ตามลำดับ
- ค. แต่ละชิ้นของสินค้าชนิดที่ 2 ต้องใช้วัตถุดิบจากแหล่งที่ 1 และแหล่งที่ 2 เป็นปริมาณ 3 และ 2 หน่วย ตามลำดับ
- ง. แต่ละชิ้นของสินค้าชนิดที่ 1 และชนิดที่ 2 จะให้รายได้เป็นเงิน 300 และ 400 บาท ตามลำดับ

อยากทราบว่าเมื่อผลิตสินค้าจนมีรายได้มากที่สุดตามข้อจำกัดของวัตถุดิบที่มีอยู่แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

1. ยังมีวัตถุดิบเหลืออยู่จากแหล่งที่ 1 และแหล่งที่ 2
2. ยังมีวัตถุดิบเหลืออยู่จากแหล่งที่ 1 แต่ไม่มีวัตถุดิบเหลือจากแหล่งที่ 2
3. ไม่มีวัตถุดิบเหลือจากแหล่งที่ 1 แต่มีวัตถุดิบเหลืออยู่จากแหล่งที่ 2
4. ไม่มีวัตถุดิบเหลือทั้งจากแหล่งที่ 1 และแหล่งที่ 2

ตอนที่ 3 เต็มคำ ข้อละ 3 คะแนน

- กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{a, b\}$
ถ้า $S = \{r \mid r \subset A \times B\}$ และ $F = \{r \in S \mid r \text{ เป็นฟังก์ชันซึ่งมีจำนวนสมาชิกในโดเมนเท่ากับ } 2\}$ แล้ว $n(F)$ เท่ากับเท่าใด
- ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $80 < x < 200$ และ $x = pq$ เมื่อ p และ q เป็นจำนวนเฉพาะ ซึ่ง $p \neq q$ ถ้า x และ y เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ และ ค.ร.น. ของ x, y เท่ากับ 15015 แล้วผลบวกของค่าของ y ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไขทั้งหมดที่กำหนดให้เท่ากับเท่าใด
- ให้ F_1, F_2 เป็นจุดโฟกัสของวงรีที่มีสมการเป็น $kx^2 + 4y^2 - 4y = 8$
 B เป็นจุดที่วงรีตัดแกน Y และอยู่เหนือแกน X
ถ้า F_1, B, F_2 ไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน และ F_1BF_2 เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับ $\frac{3\sqrt{7}}{4}$ หน่วย แล้ว k มีค่าเท่าใด
- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีด้าน BC, CA และ AB ยาว a, b และ c หน่วย ตามลำดับ
ถ้า $(a+b+c)(a-b-c) = -3bc$ และ $4a^2 = 6b^2$ แล้ว $1+2\sin^2(3\hat{A}-2\hat{B})$ เท่ากับเท่าใด
- ให้ α เป็นรากที่สามรากหนึ่งของ $9+4\sqrt{5}$
 β เป็นรากที่สามรากหนึ่งของ $9-4\sqrt{5}$
ถ้า $\alpha+\beta$ และ $\alpha\beta$ เป็นจำนวนจริงแล้ว $\alpha+\beta$ มีค่าเท่าใด
- ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ โดยที่ค่าสูงสุดของข้อมูลมีค่าเท่ากับค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 97.5 และค่าต่ำสุดของข้อมูลมีค่าเท่ากับค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 33 ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลเท่ากับ 10 แล้วพิสัยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งดังนี้

Z	.44	1.96
A	.17	.475

เฉลยข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ กข
Entrance ปี 2538

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เฉลย

โดย อาจารย์จำรัส อินสม

ตอนที่ 1

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 2 | 2. 4 | 3. 3 | 4. 1 | 5. 3 | 6. 4 | 7. 1 | 8. 1 | 9. 2 | 10. 2 |
| 11. 2 | 12. 4 | 13. 4 | 14. 3 | 15. 1 | 16. 2 | 17. 1 | 18. 1 | 19. 1 | 20. 2 |
| 21. 4 | 22. 3 | 23. 3 | 24. 4 | 25. 4 | 26. 3 | 27. 3 | 28. 2 | 29. 2 | 30. 4 |

ตอนที่ 2

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 31. 4 | 32. 2 | 33. 1 | 34. 1 | 35. 4 | 36. 4 | 37. 4 | 38. 1 | 39. 3 | 40. 4 |
| 41. 3 | 42. 2 | 43. 2 | 44. 1 | 45. 2 | 46. 3 | 47. 1 | 48. 4 | 49. 1 | 50. 3 |
| 51. 3 | 52. 1 | 53. 2 | 54. 4 | 55. 2 | 56. 3 | | | | |

ตอนที่ 3

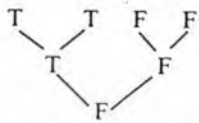
- | | | |
|------------|------------|------------|
| 1. 0012.00 | 2. 0581.00 | 3. 0002.25 |
| 4. 0003.00 | 5. 0003.00 | 6. 0024.00 |

เฉลยพร้อมคำอธิบาย

ตอนที่ 1

1. ตอบข้อ 2

วิธีทำ $(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee r) = F$



$\therefore p = T, q = F, r = F$

1. $\sim p \vee q$



2. $p \rightarrow \sim r$



3. $p \wedge q$



4. $q \leftrightarrow \sim r$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ตอบข้อ 4

วิธีทำ ก. $p \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์ได้ใน 3 กรณี

กรณีที่ 1 p เป็นจริง q เป็นจริง

กรณีที่ 2 p เป็นเท็จ q เป็นจริง

กรณีที่ 3 p เป็นเท็จ q เป็นเท็จ

จากกรณีที่ 2 เมื่อ p เป็นเท็จ q เป็นจริง ข้อความ $p \vee \sim q$ เป็นเท็จ แสดงว่า $p \vee \sim q$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ข้อความ ก ผิด

ข. นิเสธของ $p \rightarrow q$ คือ $p \wedge \sim q$

ดังนั้น นิเสธของ $\exists x[x < 6] \rightarrow \forall x[x > 8]$ คือ $\exists x[x < 6] \wedge \exists x[x \leq 8]$

ข้อความ ข ผิด

3. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $A = \{0, 1\}$

สับเซตของ A ได้แก่ $\{0\}, \{1\}, \{0, 1\}, \emptyset$

$\therefore P(A) = \{\{0\}, \{1\}, \{0, 1\}, \emptyset\}$

$B = \{0, \{1\}, \{0, 1\}\}$

สับเซตของ B ได้แก่ $\{0\}, \{\{1\}\}, \{\{0, 1\}\}, \{0, \{1\}\}, \{0, \{0, 1\}\}, \{\{1\}, \{0, 1\}\}, \{0, \{1\}, \{0, 1\}\}, \emptyset$

$P(B) = \{\{0\}, \{\{1\}\}, \{\{0, 1\}\}, \{0, \{1\}\}, \{0, \{0, 1\}\}, \{\{1\}, \{0, 1\}\}, \{0, \{1\}, \{0, 1\}\}, \emptyset\}$

$A \cap B = \{0\}$

สับเซตของ $(A \cap B)$ ได้แก่ $\{0\}, \emptyset$

$P(A \cap B) = \{\{0\}, \emptyset\}$

\therefore จำนวนสมาชิกของ $P(A \cap B) = 2$

4. ตอบข้อ 1

วิธีทำ ชอบเพลงไทยสากล (A) 95 คน

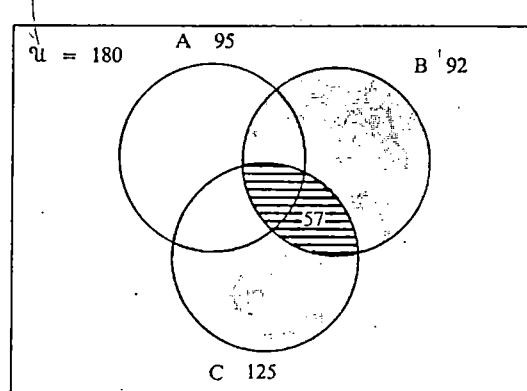
ชอบเพลงไทยเดิม (B) 92 คน

ชอบเพลงลูกทุ่ง (C) 125 คน

$A \cap B = 52$ คน

$A \cap C = 43$ คน

$B \cap C = 57$ คน



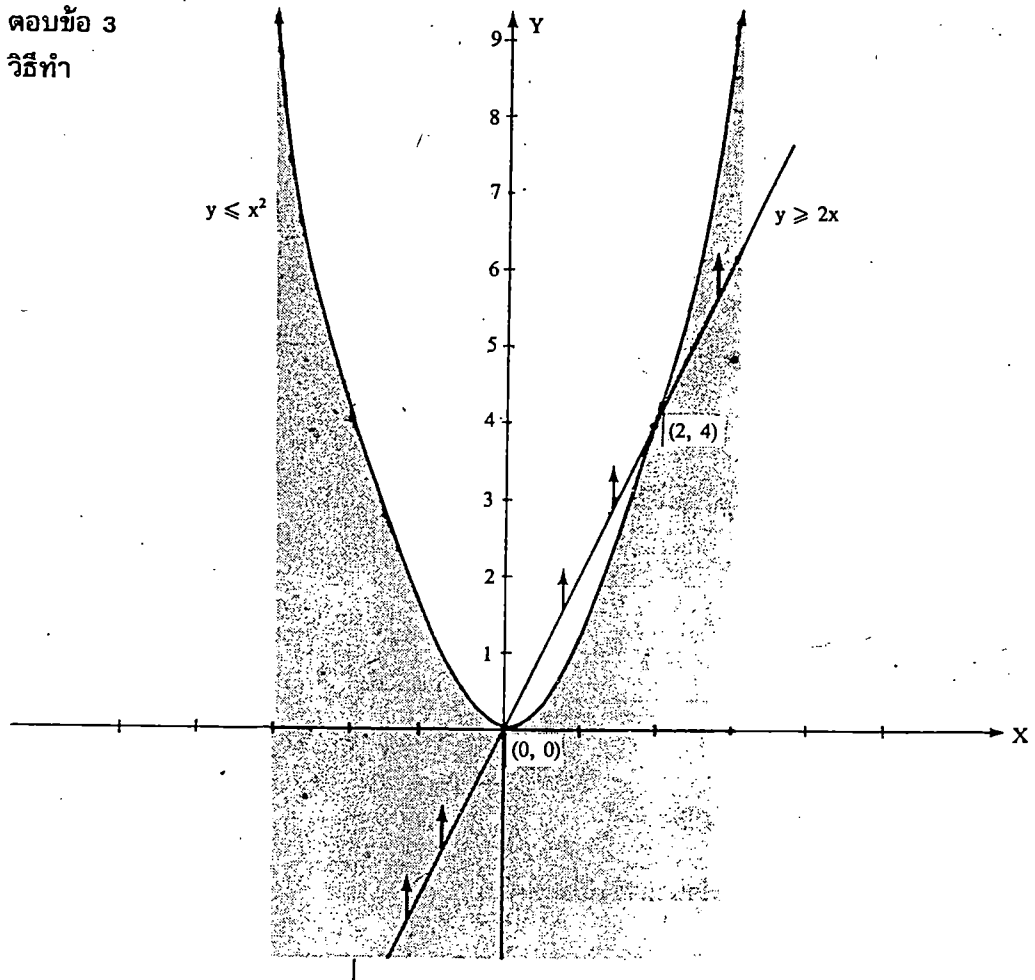
$$B \cup C \text{ มีสมาชิก} = 92 + 125 - 57 = 160$$

จากทั้ง 180 คน ชอบฟังเพลงอย่างน้อยหนึ่งประเภท

$$\therefore A \cup B \cup C \text{ มีสมาชิก} = 180$$

$$(B \cup C)' \text{ มีสมาชิก} = 180 - 160 \\ = 20$$

5. ตอบข้อ 3
วิธีทำ



จากกราฟ $r = \{(x, y) | y \leq x^2 \text{ และ } y \geq 2x\}$
 เรนจ์ของ r^{-1} คือ โดเมนของ r
 \therefore เรนจ์ของ $r^{-1} = (-\infty, 0] \cup [2, \infty)$

6. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $f(x) = \sqrt{(3+x)(2-x)}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

$$(fg)(x) = \sqrt{\frac{(3+x)(2-x)}{x+3}}$$

$$= \sqrt{2-x}, x \neq -3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$\sqrt{2-x}$ แสดงว่า $2-x \geq 0$
 $x \leq 2 \quad \dots\dots\dots(2)$

จาก $f(x) = \sqrt{(3+x)(2-x)}$
 $(3+x)(2-x) \geq 0$
 $\therefore -3 \leq x \leq 2 \quad \dots\dots\dots(3)$

(1); $x \neq -3 \quad \therefore -3 < x \leq 2$
 $x = (-3, 2]$

7. ตอบข้อ 1

วิธีทำ ให้

$$\begin{aligned} z &= \frac{2i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} \\ &= \frac{2i-2i^2}{1-i^2} \\ &= \frac{2i+2}{2} \end{aligned}$$

$$z = 1+i$$

$$\therefore r = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$\tan \theta = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

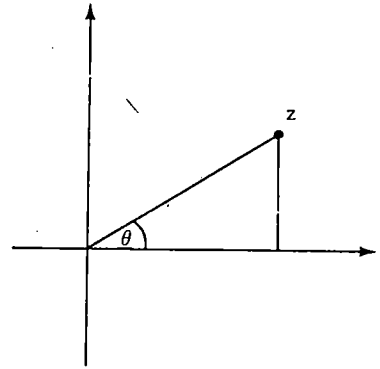
$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$z^{12} = (\sqrt{2})^{12} \left(\cos 12 \cdot \frac{\pi}{4} + i \sin 12 \cdot \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= 64(\cos 3\pi + i \sin 3\pi)$$

$$= 64(-1 + i \cdot 0)$$

$$= -64$$



8. ตอบข้อ 1

วิธีทำ m, x, y และ z เป็นจำนวนจริงที่ไม่ใช่ศูนย์

$$\text{ถ้า } \frac{x}{y} > z > 0$$

แสดงว่า z เป็นจำนวนจริงบวก

$\frac{x}{y}$ เป็นจำนวนจริงบวก โดย $x > 0, y > 0$ และ $x < 0, y < 0$

$$\text{จาก } \frac{x}{y} > z$$

$$\therefore \frac{y}{x} < \frac{1}{z}$$

$$\text{เช่น } \frac{15}{2} > 5 \text{ จะได้ว่า } \frac{2}{15} < \frac{1}{5}$$

$$\frac{-15}{-2} > 5 \text{ จะได้ว่า } \frac{-2}{-15} < \frac{1}{5}$$

\therefore ข้อ 1 เป็นจริง

$$\frac{x}{y} > z$$

$$\therefore x < yz \text{ เมื่อ } x < 0, y < 0$$

$$\text{เช่น } \frac{-15}{-2} > 5 \quad \therefore -15 < -10$$

\therefore ข้อ 2 ไม่เป็นจริง

$$\frac{y}{x} < z$$

$$\therefore \frac{my}{x} > mz \text{ หรือ } \frac{my}{x} < mz$$

$$\text{เช่น } \frac{7}{2} < 8 \quad \therefore \frac{(-3)7}{2} > (-3)8, m < 0$$

$$\frac{-7}{-2} < 8 \quad \therefore \frac{(3)(-7)}{-2} < (3)8, m > 0$$

ข้อ 3 ไม่เป็นจริง

$$\frac{x}{y} > z$$

$$\therefore \frac{mx}{y} < mz, m < 0$$

ข้อ 4 ไม่เป็นจริง

9. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$\frac{x-1}{x+2} > 2$$

$$\times(x+2)^2; \quad (x-1)(x+2) > 2(x+2)^2$$

$$x^2+x-2 > 2x^2+8x+8$$

$$x^2+7x+10 < 0$$

$$(x+2)(x+5) < 0$$

$$-5 < x < -2$$

ขอบเขตบนน้อยสุดของ S = -2

$$\therefore a = -2$$

$$a^2+1 = (-2)^2+1 = 5$$

10. ตอบข้อ 2

วิธีทำ ให้ $P(x) = x^3+2x^2-5x-2$

$$P(a) = a^3+2a^2-5a-2$$

$$x^3+2x^2-5x-2 \text{ เมื่อหารด้วย } x-a \text{ ได้เศษ} = a^3+2a^2-5a-2$$

$$\therefore a^3+2a^2-5a-2 = 4$$

$$a^3+2a^2-5a-6 = 0$$

ถ้า $a = -1$; $(-1)^3+2(-1)^2-5(-1)-6$ ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 0

แสดงว่า $a+1$ เป็นตัวประกอบหนึ่งของ a^3+2a^2-5a-6

$$a^3+2a^2-5a-6 = 0$$

$$(a+1)(a^2+a-6) = 0$$

$$(a+1)(a+3)(a-2) = 0$$

$$a = -1, -3, 2$$

$$\text{ผลบวกของค่า } a = -1-3+2 = -2$$

11. ตอบข้อ 2

วิธีทำ จากพาราโบลา

$$y^2 - 4y = 4x + 8$$

$$(y-2)^2 - 4 = 4x + 8$$

$$(y-2)^2 = 4x + 12$$

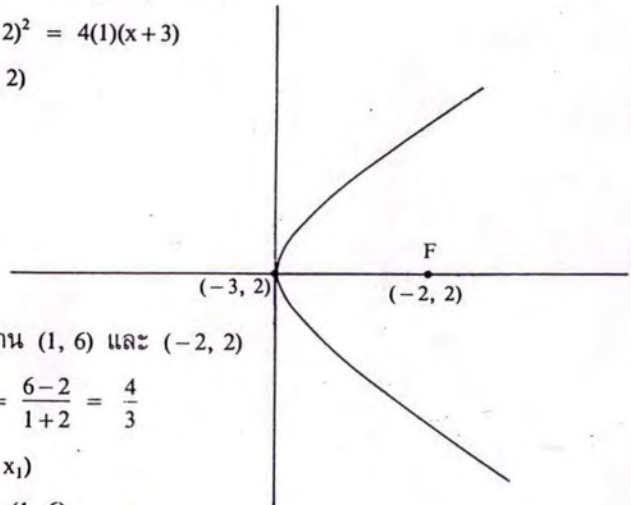
$$= 4(x+3)$$

$$(y-2)^2 = 4(1)(x+3)$$

พาราโบลา มีจุดยอดที่ $(-3, 2)$

ความยาวโฟกัส $(c) = 1$

\therefore โฟกัสอยู่ที่ $(-2, 2)$



ต้องการสมการเส้นตรงที่ผ่าน $(1, 6)$ และ $(-2, 2)$

$$\text{ความชันของเส้นตรง (m)} = \frac{6-2}{1+2} = \frac{4}{3}$$

รูปสมการ $y - y_1 = m(x - x_1)$

เมื่อ (x_1, y_1) คือจุดผ่าน $= (1, 6)$

$$m \text{ คือความชัน} = \frac{4}{3}$$

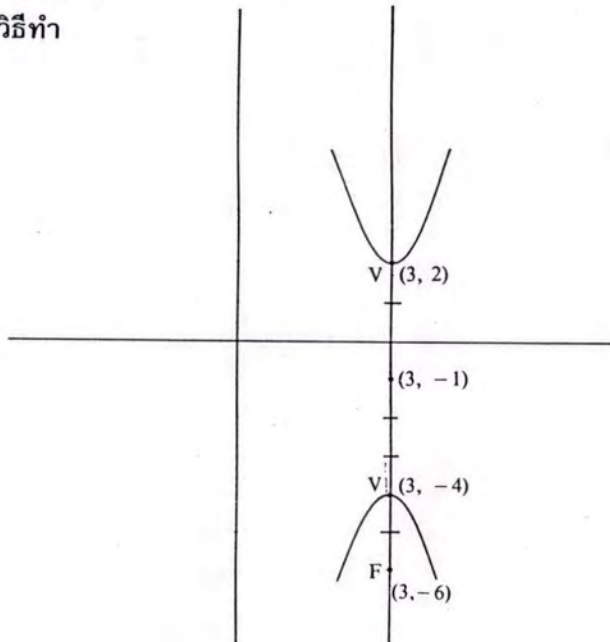
$$y - 6 = \frac{4}{3}(x - 1)$$

$$3y - 18 = 4x - 4$$

$$4x - 3y + 14 = 0$$

12. ตอบข้อ 4

วิธีทำ



จุดยอด (3, 2) และ (3, -4)

จุดศูนย์กลางจะอยู่ตรงกึ่งกลางระหว่างจุดยอดทั้งสอง

$$\bar{x} = \frac{3+3}{2} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{2-4}{2} = -1$$

∴ จุดศูนย์กลางคือ (3, -1)

จุดโฟกัสอยู่ที่ (3, -6)

ความยาวโฟกัสจากศูนย์กลาง = -5

$$\therefore c = -5$$

ความยาวแกนตามขวาง = 6

$$\text{รูปสมการ} \quad \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

$$a = \frac{6}{2} = 3; \quad c^2 = a^2 + b^2$$

$$(-5)^2 = 3^2 + b^2$$

$$25 - 9 = b^2$$

$$b^2 = 16$$

$$\text{สมการคือ} \quad \frac{(y+1)^2}{3^2} - \frac{(x-3)^2}{16} = 1$$

$$\frac{(y+1)^2}{9} - \frac{(x-3)^2}{16} = 1$$

13. ตอบข้อ 4

วิธีทำ

$$\sin 2\alpha \sin 2\beta = \frac{1}{2}[2 \sin 2\alpha \sin 2\beta]$$

$$= \frac{1}{2}[\cos (2\alpha - 2\beta) - \cos (2\alpha + 2\beta)]$$

$$= \frac{1}{2}[\cos 2(\alpha - \beta) - \cos 2(\alpha + \beta)]$$

$$= \frac{1}{2}[2 \cos^2 (\alpha - \beta) - 1 - 2 \cos^2 (\alpha + \beta) + 1]$$

$$= \cos^2 (\alpha - \beta) - \cos^2 (\alpha + \beta)$$

$$= (\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta))(\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta))$$

$$= \left(\frac{3+4\sqrt{3}}{10} + \frac{3-4\sqrt{3}}{10} \right) \left(\frac{3+4\sqrt{3}}{10} - \frac{3-4\sqrt{3}}{10} \right)$$

$$= \left(\frac{6}{10} \right) \left(\frac{8\sqrt{3}}{10} \right)$$

$$= \frac{48\sqrt{3}}{100}$$

$$= \frac{12\sqrt{3}}{25}$$

14. ตอบข้อ 3.

วิธีทำ $\arctan(1+x) + \arctan(1-x) = \frac{\pi}{4}$

$$\arctan \frac{(1+x)+(1-x)}{1-(1+x)(1-x)} = \frac{\pi}{4}$$

$$\arctan \frac{2}{x^2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{2}{x^2} = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{2}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

15. ตอบข้อ 1

วิธีทำ กำหนด $\log_3 = c$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{9}} 9 + \log_3 \sqrt[3]{3} - \log 0.81 &= \log_{9^{-1}} 9 + \log_3 3^{\frac{1}{3}} - \log \frac{81}{100} \\ &= \frac{1}{-1} \log_9 9 + \frac{1}{3} \log_3 3 - 4 \log 3 + \log 100 \\ &= -1 + \frac{1}{3} - 4c + 2 \\ &= \frac{4}{3} - 4c \end{aligned}$$

16. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 9^x - 3^{x+\log_3 2} &= -1 \\ 3^{2x} - 3^x \cdot 3^{\log_3 2} &= -1 \\ 3^{2x} - 2 \cdot 3^x + 1 &= 0 \\ (3^x - 1)(3^x - 1) &= 0 \\ 3^x &= 1 \\ 3^x &= 3^0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

หมายเหตุ $3^{\log_3 2}$ มีค่าเท่ากับ 2 หาได้ดังนี้

$$\text{ให้ } 3^{\log_3 2} = x$$

$$\log_3 3^{\log_3 2} = \log_3 x$$

$$\log_3 2 \cdot \log_3 3 = \log_3 x$$

$$\log_3 2 = \log_3 x$$

$$\therefore 2 = x$$

17. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$y = (x^2 + 2)^{\frac{1}{3}}$$

$$y' = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{-\frac{2}{3}} \frac{d}{dx}(x^2 + 2)$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{-\frac{2}{3}}(2x)$$

$$\text{เส้นสัมผัสเส้นโค้งมีความชัน} = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{-\frac{2}{3}}(2x) \quad \text{ณ } (x, y)$$

$$= \frac{1}{3}(25 + 2)^{-\frac{2}{3}}(10) \quad \text{ณ } (5, 3)$$

$$= \frac{10}{27}$$

รูปสมการเส้นสัมผัสคือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

(x_1, y_1) คือจุดผ่าน = $(5, 3)$

$$m \text{ คือความชัน} = \frac{10}{27}$$

$$y - 3 = \frac{10}{27}(x - 5)$$

$$27y - 81 = 10x - 50$$

$$10x - 27y + 31 = 0$$

หมายเหตุ โจทย์กำหนดจุดสัมผัสเส้นโค้ง $y = \sqrt[3]{x^2 + 2}$ ที่ $x = 5$ เมื่อแทนค่า $x = 5$ จะได้ $y = 3$ ดังนั้น จุดสัมผัสคือ $(5, 3)$

18. ตอบข้อ 1

วิธีทำ ลำดับเรขาคณิต $a, ar, ar^2, ar^3, \dots, a_n$

$$a_1 = a, a_2 = ar, a_3 = ar^2, a_4 = ar^3, \dots, a_n = ar^{n-1}$$

$$\frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_2}{a_2 + a_3} + \dots + \frac{a_n}{a_n + a_{n+1}} = 2n$$

$$\frac{a}{a + ar} + \frac{ar}{ar + ar^2} + \dots + \frac{ar^{n-1}}{ar^{n-1} + ar^n} = 2n$$

$$\frac{1}{1+r} + \frac{1}{1+r} + \dots + \frac{1}{1+r} = 2n$$

$$\frac{n}{1+r} = 2n$$

$$\frac{1}{1+r} = 2, n \neq 0$$

$$2 + 2r = 1$$

$$r = -\frac{1}{2}$$

19. ตอบข้อ 1

วิธีทำ $f(x) = \frac{3x+1}{2x-1}, g(x) = \sqrt{3x^2+1}$

$$[f(x)+g(x)]' = \frac{3x+1}{2x-1} + \sqrt{3x^2+1}$$

$$\begin{aligned} f'(x)+g'(x) &= \frac{d}{dx}\left[\frac{3x+1}{2x-1}\right] + \frac{d}{dx}(3x^2+1)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{(2x-1)^2} \left[(2x-1) \frac{d}{dx}(3x+1) - (3x+1) \frac{d}{dx}(2x-1) \right] + \\ &\quad \frac{1}{2}(3x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dx}(3x^2+1) \\ &= \frac{1}{(2x-1)^2} [(2x-1)(3) - (3x+1)(2)] + \frac{1}{2}(3x^2+1)^{-\frac{1}{2}}(6x) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{(2x-1)^2} [6x-3-6x-2] + \frac{1}{2}(3x^2+1)^{-\frac{1}{2}}(6x)$$

เป็นอนุพันธ์ที่ x

$$\text{อนุพันธ์ที่ } x = 1 = \frac{1}{1}[-5] + \frac{1}{2}(4)^{-\frac{1}{2}}(6)$$

$$= -5 + \frac{6}{4}$$

$$= -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2}$$

20. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

กำไร = ราคาขาย - ราคาทุน

$$y = 24x - (16 + 6x + 0.2x^{\frac{3}{2}})$$

$$y = 18x - 16 - \frac{1}{5}x^{\frac{3}{2}}$$

$$y' = 18 - \frac{3}{10}x^{\frac{1}{2}}$$

$$18 - \frac{3}{10}x^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$180 - 3x^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$x^{\frac{1}{2}} = 60$$

$$\sqrt{x} = 60$$

$$x = 3,600$$

∴ ผลิต N ชิ้น คือผลิต x ชิ้น

$$\therefore N = 3,600$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

21. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j} \therefore |\bar{a}| = \sqrt{9+16} = 5$

$$\bar{a} \cdot (\bar{a} - \bar{b}) = 23$$

$$(\bar{a})^2 - \bar{a} \cdot \bar{b} = 23$$

$$|\bar{a}|^2 - \bar{a} \cdot \bar{b} = 23$$

$$5^2 - \bar{a} \cdot \bar{b} = 23$$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = 2$$

$$|\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \cos \theta = 2$$

$$5 \cdot |\bar{b}| \cos \theta = 2$$

$$|\bar{b}| \cos \theta = 0.4$$

22. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}, 2A' = \begin{bmatrix} 2a & 2d & 2g \\ 2b & 2e & 2h \\ 2c & 2f & 2i \end{bmatrix}$$

$$a \quad b \quad c \quad a \quad b \quad 2a \quad 2d \quad 2g \quad 2a \quad 2d$$

$$d \quad e \quad f \quad d \quad e \quad 2b \quad 2e \quad 2h \quad 2b \quad 2e$$

$$g \quad h \quad i \quad g \quad h \quad 2c \quad 2f \quad 2i \quad 2c \quad 2f$$

$$\det(A) = (aei + bfg + cdh) - (gec + hfa + idb) = 5$$

$$\det(2A') = 8(aei + cdh + bgh) - 8(gec + hfa + idb)$$

$$= 8 \times 5$$

$$= 40$$

$$\therefore M_{32}(2A') = 40$$

23. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $M_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & n \\ -\frac{1}{n} & n+1 \end{bmatrix}, a_n = \det(M_n)$

$$\det(M_n) = \frac{1}{n} \cdot (n+1) - \left(-\frac{1}{n}\right)(n)$$

$$= \frac{n+1}{n} + 1$$

$$\therefore a_n = \frac{2n+1}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\left(2 + \frac{1}{n}\right)}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right)$$

$$= 2$$

24. ตอบข้อ 4

วิธีทำ

$$2x + 4y + z = 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$x + 2y = -2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$-x - 3y + 2z = 3 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$(1) \times 2; \quad 4x + 8y + 2z = 2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$(4) - (3); \quad 5x + 11y = -1 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(2) \times 11; \quad 11x + 22y = -22 \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$(5) \times 2; \quad 10x + 22y = -2 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$(6) - (7); \quad x = -20$$

25. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $3^{20} - 5 \cdot 3^{16} \cdot 2^3 + 5 \cdot 3^{12} \cdot 2^7 - 5 \cdot 3^8 \cdot 2^{10} + 5 \cdot 3^4 \cdot 2^{12} - 2^{15}$ นับจำนวนพจน์ได้ 6 แสดงว่าเกิดจากการกระจาย $(x-y)^5$

$$(x-y)^5 = \binom{5}{0}x^5 - \binom{5}{1}x^4y + \binom{5}{2}x^3y^2 - \binom{5}{3}x^2y^3 + \binom{5}{4}xy^4 - \binom{5}{5}y^5$$

$$\therefore (x-y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$$

$$(3^4 - 2^3)^5 = 3^{20} - 5 \cdot 3^{16} \cdot 2^3 + 10 \cdot 3^{12} \cdot 2^6 - 10 \cdot 3^8 \cdot 2^9 + 5 \cdot 3^4 \cdot 2^{12} - 2^{15}$$

$$(3^4 - 2^3)^5 = 3^{20} - 5 \cdot 3^{16} \cdot 2^3 + 5 \cdot 3^{12} \cdot 2^7 - 5 \cdot 3^8 \cdot 2^{10} + 5 \cdot 3^4 \cdot 2^{12} - 2^{15}$$

$$\therefore 3^{20} - 5 \cdot 3^{16} \cdot 2^3 + 5 \cdot 3^{12} \cdot 2^7 - 5 \cdot 3^8 \cdot 2^{10} + 5 \cdot 3^4 \cdot 2^{12} - 2^{15} = (3^4 - 2^3)^5$$

$$= (81 - 8)^5$$

$$= (73)^5$$

\therefore รากที่ 5 รากหนึ่งคือ 73

26. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

ตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4, 5 และ 6 ชั้นละ 3 คน รวมทั้งหมด 9 คน ต้องการจัดตัวแทนนั่งรอบโต๊ะกลมโดยที่ตัวแทนที่มาจากชั้นปีเดียวกันนั่งติดกัน

$$\text{จำนวนวิธีที่จัดได้} = (3-1)!3!3!3!$$

$$= 2!3!3!3!$$

$$= 2 \times 6 \times 6 \times 6$$

$$= 432$$

อธิบาย จากเงื่อนไขนั่งติดกัน ให้มัด 3 คนจากแต่ละชั้นปีจะได้ 3 มัด เป็นการจัด 3 สิ่งโดยรอบจึงจัดได้

$(3-1)! = 2! 3!3!3!$ เป็นวิธีที่เกิดจากการแก้แต่ละมัดแล้วเรียงสับเปลี่ยน

27. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

t	s	st	t ²
1	2	2	1
2	8	16	4

t	s	st	t ²
3	18	54	9
4	32	128	16
$\Sigma t = 10$	$\Sigma s = 60$	$\Sigma st = 200$	$\Sigma t^2 = 30$

ต้องการทำนายระยะทาง (s)

สมการแบบเส้นตรง

$$s = mt + c$$

$$\Sigma s = m\Sigma t + cN \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\Sigma st = m\Sigma t^2 + c\Sigma t \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(1); \quad 60 = 10m + 4c \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$(2); \quad 200 = 30m + 10c \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) \times 3; \quad 180 = 30m + 12c \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(4) - (5); \quad 20 = -2c$$

$$c = -10$$

$$(3) \text{ แทนค่า } c; \quad 60 = 10m - 40$$

$$m = 10$$

$$\therefore s = 10t - 10$$

$$t = 1.5; \quad s = 10(1.5) - 10 = 5$$

ระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ = 5 เมตร

28. ตอบข้อ 2

วิธีทำ ข้อมูลชุด A = 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5

$$\text{มัธยฐาน} = 3$$

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{27}{9} = 3$$

ข้อมูลชุด B = 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 5

$$\text{มัธยฐาน} = \frac{2+3}{2} = 2.5$$

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{36}{12} = 3$$

\therefore ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากันแต่มัธยฐานไม่เท่ากัน

29. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

คะแนน	ค่ามาตรฐาน (z)
30	-1.2
40	-0.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คะแนน	ค่ามาตรฐาน (z)
45	-0.6
60	0
85	1.0
100	1.6

$$\text{ต้องการสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$\text{จาก } z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$x = 60, z = 0; \quad 0 = \frac{60 - \bar{x}}{s}$$

$$\therefore \bar{x} = 60$$

$$x = 85, z = 1; \quad 1 = \frac{85 - 60}{s}$$

$$\therefore s = 25$$

$$\begin{aligned} \text{สัมประสิทธิ์การแปรผัน} &= \frac{25}{60} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

30. ตอบข้อ 4

วิธีทำ

รายการสินค้า	ราคาต่อหน่วย	
	พ.ศ. 2530	พ.ศ. 2536
สบู่ (โหล)	132	156
ยาย้อมผม (หลอด)	190	210
แชมพู (ขวด)	75	80
ยาสีฟัน	45	50
ราคารวม	442	496

$$\text{ดัชนีแบบใช้ราคารวม} = \frac{496}{442} \times 100 = 112.22\%$$

ตอนที่ 2

31. ตอบข้อ 4

วิธีทำ ให้ a แทนสมชายไปว่ายน้ำ

b แทนสมหญิงไปดูภาพยนตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

c แทนสมทรงดูโทรทัศน์

d แทนสมพรนอนพักผ่อน

เปลี่ยนประโยคเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

1. $a \rightarrow b$

2. $\sim c$

3. $\sim a \rightarrow \sim d$

4. $d \vee c$

จาก 1 จะได้ว่า $\sim b \rightarrow \sim a$ (5)

จาก 3 และ (5) จะได้ $\sim b \rightarrow \sim d$ (6)

จาก 4 จะได้ d (7)

จาก (6) จะได้ $d \rightarrow b$ (8)

จาก (7), (8) จะได้ b (9)

จาก (7), (9) จะได้ $d \wedge b$ (10)

$d \wedge b$ คือ สมพรนอนพักผ่อนและสมหญิงไปดูภาพยนตร์

32. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$$

$$(x^2 + 5)(x^2 - 2) = 0$$

$$(x - \sqrt{5}i)(x + \sqrt{5}i)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{5}i, -\sqrt{5}i, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

$$x = \{\sqrt{5}i, -\sqrt{5}i, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$$

ข้อ 1 เซตของจำนวนอตรรกยะ

$$x = \sqrt{2}, -\sqrt{2} \text{ เป็นจำนวนอตรรกยะ}$$

\therefore เป็นจริง

ข้อ 2 $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 2\}$

$$|x| > 2$$

$$\therefore x < -2, x > 2; x = (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$$

ไม่มีค่า x ใดที่อยู่ในช่วงนี้

\therefore เป็นเท็จ

ข้อ 3 $\{z \in \mathbb{C} \mid 1 \leq |z| < 2\}$

$$|z| \geq 1, |z| < 2$$

$$|\sqrt{5}i| = \sqrt{5}, |-\sqrt{5}i| = \sqrt{5}$$

\therefore เป็นจริง

ข้อ 4 $\{z \in \mathbb{C} \mid 2 \leq |z| < 3\}$

\therefore เป็นจริง

33. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$f(x) = x^3 + 1, (f \circ g)(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

จาก

$$f(x) = x^3 + 1$$

$$y = x^3 + 1$$

$$x = y^3 + 1$$

$$y^3 = x - 1$$

$$y = \sqrt[3]{x-1}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

จาก

$$(f \circ g)(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$f(g(x)) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$\therefore f(x) = x^3 + 1$$

$$f(g(x)) = (g(x))^3 + 1$$

$$\therefore (f \circ g)(x) = (g(x))^3 + 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

(1) = (2);

$$(g(x))^3 + 1 = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$(g(x))^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$= (x+1)^3$$

$$\therefore g(x) = x+1$$

$$g(f^{-1}(x)) = \sqrt[3]{x-1} + 1$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(-7) = \sqrt[3]{-7-1} + 1$$

$$= \sqrt[3]{-8} + 1$$

$$= -2 + 1$$

$$= -1$$

34. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$g(x) = \sqrt{4-x^2}$$

$$y = \sqrt{4-x^2}, y \geq 0$$

$$y^2 = 4-x^2$$

$$x^2 + y^2 = 4, y \geq 0$$

$x^2 + y^2 = 4$ เขียนกราฟได้ครึ่งวงกลม ศูนย์กลาง (0, 0) รัศมี = 2 และ $x = [-2, 2]$,

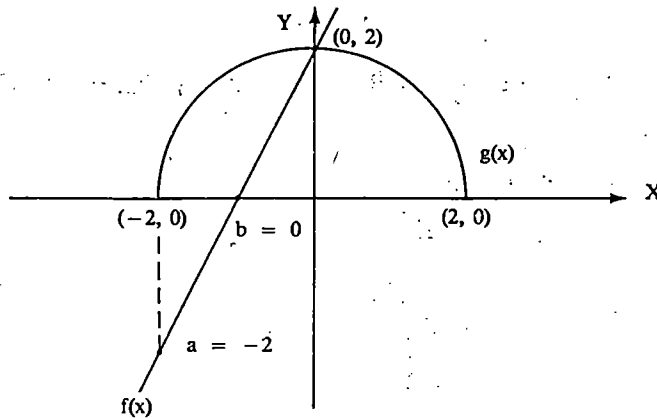
$y = [0, 2]$

$$\therefore g(x) = [0, 2]$$

$$f(x) = 2x+2$$

$$y = 2x+2$$

$y = 2x+2$ เขียนกราฟได้เส้นตรง $x = R, y = R$



เมื่อ $g(x)$ มี $x = [-2, 2]$ ทำให้ $g(x) = [0, 2]$
 เมื่อ $x = [-2, 2]$ ทำให้ $f(x) = [-2, 6]$
 โจทย์กำหนด $f(x) \leq g(x)$ ที่ $[a, b]$
 $\therefore f(x) \leq g(x)$ ที่ $[-2, 0]$
 $a = -2, b = 0$
 $a+b = -2+0 = -2$

35. ตอบข้อ 4

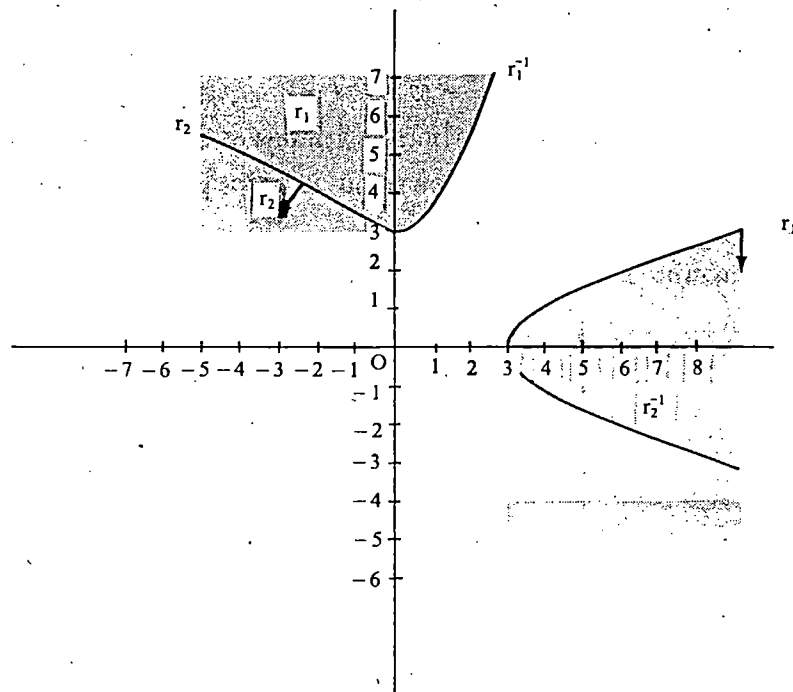
วิธีทำ

$$r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y \leq \sqrt{x-3}\}$$

$$r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + \sqrt{y^2 - 9} \leq 0 \text{ และ } y \geq 3\}$$

$$r_1^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \leq \sqrt{y-3}\}$$

$$r_2^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y + \sqrt{x^2 - 9} \leq 0 \text{ และ } x \geq 3\}$$



จากกราฟจะได้ว่า $r_2 \subset r_1^{-1}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

36. ตอบข้อ 4

วิธีทำ \vec{A}, \vec{B} ตามลำดับเป็นเวกเตอร์แทนจำนวนเชิงซ้อน a^3 และ b^3 ในระนาบเชิงซ้อน θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง

$$\begin{aligned} \therefore \vec{A} \cdot \vec{B} &= |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \\ &= \frac{a^3 \cdot b^3}{|a^3| \cdot |b^3|} \\ &= \frac{a^3 \cdot b^3}{(a^3) \cdot (b^3)} \\ &= \frac{a^3 \cdot b^3}{a^3 \cdot b^3} \\ \therefore \cos \theta &= 1 \end{aligned}$$

37. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $\{x|x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ } 0 \text{ และ } -100 \leq x \leq 100\}$

ห.ร.ม. ของ x กับ 21 เป็น 3

จำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว = $\{-99, -96, -93, \dots, 99\}$

จำนวนเหล่านี้เป็นลำดับเลขคณิตโดยมี $a = -99, d = 3, a_n = 99$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$99 = -99 + (n-1)3$$

$$198 = (n-1)3$$

$$n-1 = 66$$

$$n = 67$$

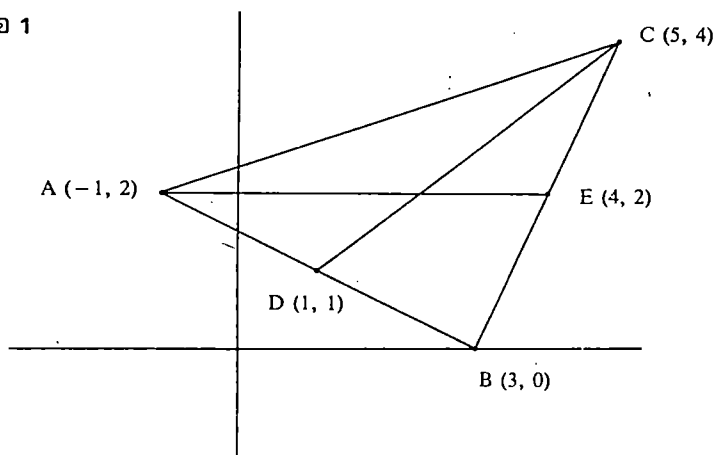
ในจำนวน 67 ตัวนี้มี 0 ด้วย เมื่อไม่นับ 0 จึงมีเพียง 66 ตัว

ใน $\{-99, -96, -93, \dots, 99\}$ เมื่อหารด้วย 21 ลงตัว ได้แก่ $\{-84, -63, -42, -21, 21, 42, 63, 84\}$

\therefore จำนวนที่มี 3 เป็น ห.ร.ม. = $66 - 8 = 58$ ตัว

38. ตอบข้อ 1

วิธีทำ



“เส้นมีนฐานคือเส้นตรงที่ลากจากมุมไปแบ่งครึ่งด้านตรงข้าม” จุดกึ่งกลางระหว่าง A และ B คือ (1, 1) และระหว่าง B และ C คือ (4, 2)

สมการของเส้นตรง CD คือ $(y-1) = \frac{3}{4}(x-1)$

$$4y-4 = 3x-3$$

$$3x-4y+1 = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

สมการเส้นตรง AE คือ $(y-2) = 0(x-4)$

$$y = 2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

(1) แทนค่า y $3x-8+1 = 0$

$$x = \frac{7}{3}$$

∴ จุดตัดของเส้นมีนฐาน คือ $(\frac{7}{3}, 2)$

สมการเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ 1 ผ่านจุด $(\frac{7}{3}, 2)$.

$$(y-2) = 1(x-\frac{7}{3})$$

$$3y-6 = 3x-7$$

$$3x-3y-1 = 0$$

39. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$x^2-4x+y^2+2y-4 = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$(x-2)^2-4+(y+1)^2-1-4 = 0$$

$$(x-2)^2+(y+1)^2 = 9$$

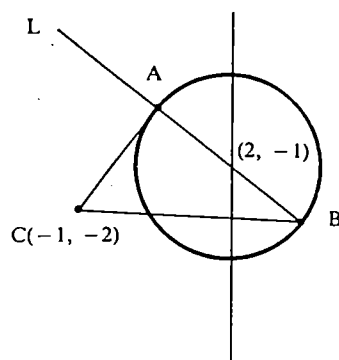
ศูนย์กลางของวงกลมคือ (2, -1)

สมการเส้นตรง L คือ

$$(y+1) = -\frac{4}{3}(x-2)$$

$$3y+3 = -4x+8$$

$$4x+3y = 5 \quad \dots\dots\dots(2)$$



เส้นตรง L ซึ่งมีสมการเป็น $4x+3y = 5$ ตัดวงกลมที่ A, B ระยะ AB คือ ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง $= 3+3 = 6$ เป็นฐานของรูปสามเหลี่ยม ABC

จุด C $(-1, -2)$ อยู่ห่างจากเส้นตรง $4x+3y-5 = 0$ เป็นส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ABC

$$\text{ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ABC} = \frac{|4(-1)+3(-2)-5|}{\sqrt{4^2+3^2}}$$

$$= 3$$

$$\text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3$$

$$= 9$$

40. ตอบข้อ 4

วิธีทำ

$$3 \cos 2\alpha - 2 \cos 2\beta = -3$$

$$3(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 2(1 - 2 \sin^2 \beta) = -3$$

$$3 - 6 \sin^2 \alpha - 2 + 4 \sin^2 \beta = -3$$

$$6 \sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \beta = 4$$

$$3 \sin^2 \alpha - 2 \sin^2 \beta = 2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

จาก $\sin \alpha - 2 \sin \beta = 0$

$$\sin \alpha = 2 \sin \beta$$

(1) แทนค่า; $3(2 \sin \beta)^2 - 2 \sin^2 \beta = 2$

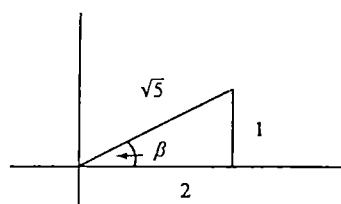
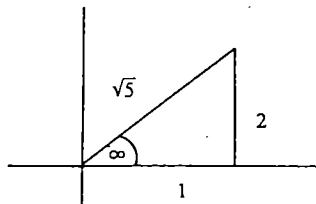
$$12 \sin^2 \beta - 2 \sin^2 \beta = 2$$

$$10 \sin^2 \beta = 2$$

$$\sin^2 \beta = \frac{1}{5}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \alpha = \cos \beta, \sin \beta = \cos \alpha$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$= 1$$

41. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $2 \sin^4 x + 3 \sin^2 x - 2 \geq 0$

$$(2 \sin^2 x - 1)(\sin^2 x + 2) \geq 0$$

ให้ $\sin^2 x = A$

$$\therefore (2A - 1)(A + 2) \geq 0$$

$$A \geq \frac{1}{2}, \quad A \leq -2$$

$$\therefore \sin^2 x \geq \frac{1}{2}, \quad \sin^2 x \leq -2$$

$\sin^2 x \leq -2$ เป็นไปไม่ได้ $\therefore \sin^2 x \geq \frac{1}{2}$

$$\sin^2 x \geq \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 x - \frac{1}{2} \geq 0$$

$$\left(\sin x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \geq 0$$

$$\sin x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \sin x \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right], \quad x = \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$$

$$x = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$$

42. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$\log_a(ax) + 2\log_a(a^2x) + 3\log_a(a^3x) + \dots + 10\log_a(a^{10}x) = 110$$

$$\log_a a + \log_a x + 4\log_a a + 2\log_a x + 9\log_a a + 3\log_a x + \dots + 100\log_a a + 10 \log_a x = 110$$

$$(1 + 4 + 9 + \dots + 100) + (1 + 2 + 3 + \dots + 10)\log_a x = 110$$

$$(1 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) + (1 + 2 + 3 + \dots + 10)\log_a x = 110$$

$$\sum_{n=1}^{10} n^2 + \left(\sum_{n=1}^{10} n\right)\log_a x = 110$$

$$\left(\frac{10}{6} \cdot 21 \cdot 11\right) + \left(\frac{10}{2} \cdot 11\right)\log_a x = 110$$

$$385 + 55\log_a x = 110$$

$$\log_a x = -\frac{275}{55}$$

$$\log_a x = -5$$

$$x = a^{-5}$$

หมายเหตุ $\sum_{n=1}^n n^2 = \frac{n}{6}(2n+1)(n+1)$

$$\sum_{n=1}^n n = \frac{n}{2}(n+1)$$

43. ตอบข้อ 2

วิธีทำ $f(x) = \sqrt{\arcsin(\log_3 x)} + \log_5(x-2)$

จาก $\arcsin(\log_3 x) \geq 0$

$\therefore \arcsin y$ เป็นจริงได้ $[-1, 1]$

$\therefore 0 \leq \log_3 x \leq 1$

$\log_3 x \geq 0$ จะได้ว่า $x \geq 1$ และ $\log_3 x \leq 1$ จะได้ว่า $0 < x \leq 3$

$\therefore x = [1, 3]$

จาก $\log_5(x-2)$ จะเป็นจริงได้เมื่อ $x-2 > 0$

$\therefore x > 2$

\therefore โดเมน $f(x) = (2, 3]$

44. ตอบข้อ 1

วิธีทำ (1); $\log(x-2) + \log(x+2) - \log 5 = 0$

$$\log(x-2)(x+2) = \log 5$$

$$x^2 - 4 = 5$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3, -3$$

$\therefore x-2 > 0$ และ $x+2 > 0$

$$\therefore x = 3$$

(2); $(\log_3 4)(\log_4 5)(\log_5 x) = 1$

$$\frac{\log 4}{\log 3} \cdot \frac{\log 5}{\log 4} \cdot \frac{\log x}{\log 5} = 1$$

$$\frac{\log x}{\log 3} = 1$$

$$x = 3$$

45. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$\begin{aligned} a_n &= \int_0^2 x^{-2n} dx \\ &= \frac{x^{-2n+1}}{-2n+1} \Big|_0^2 \\ &= \left[\frac{2^{-2n+1}}{-2n+1} \right] - [0] \\ &= \frac{1}{1-2n} \cdot 2^{1-2n} \\ &= \frac{2}{1-2n} \cdot 2^{-2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} (1-2n) \cdot a_n &= \sum_{n=1}^{\infty} (1-2n) \cdot \frac{2}{1-2n} \cdot 2^{-2n} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot 2^{-2n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty} (1-2n) \cdot a_n &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \\ &= 2 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots \right]\end{aligned}$$

(เป็นอนุกรมเรขาคณิต $r = \frac{1}{4}$, $|r| < 1$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ $s_{\infty} = \frac{a}{1-r}$)

$$\begin{aligned}&= 2 \left[\frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} \right] \\ &= 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

46. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$x = \sqrt{y}$$

$$y = x^2$$

$$\therefore f^{-1}(x) = x^2$$

$$g(x) = \frac{f^{-1}(x)+1}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{x^2+1}{x^{\frac{1}{2}}}$$

$$g(x) = x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\int_1^4 g(x) dx = \int_1^4 (x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}) dx$$

$$A = \left[\frac{2}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} + 2 \cdot x^{\frac{1}{2}} \right]_1^4$$

$$A = \left[\frac{2}{5} \cdot 4^{\frac{5}{2}} + 2 \cdot 4^{\frac{1}{2}} \right] - \left[\frac{2}{5} \cdot 1^{\frac{5}{2}} + 2 \cdot 1^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{5} \cdot 32 + 4 \right] - \left[\frac{2}{5} + 2 \right]$$

$$= \frac{64}{5} + 4 - \frac{2}{5} - 2$$

$$= \frac{72}{5}$$

47. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$f(x) = x^3 + bx^2 + cx$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$$

ถ้า $3x^2 + 2bx + c = 0$ จะได้ค่า x เป็นค่าวิกฤต

โจทย์กำหนดค่าวิกฤต $x = -2$

$$\therefore 3(-2)^2 + 2b(-2) + c = 0$$

$$12 - 4b + c = 0$$

.....(1)

$$f''(x) = 6x + 2b$$

$$\therefore f''(-1) = 6$$

$$\therefore 6 = 6(-1) + 2b$$

$$6 = -6 + 2b$$

$$b = 6$$

$$\text{จาก(1); } 12 - 4(6) + c = 0$$

$$c = 12$$

$$\therefore f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x$$

$$f'(x) = 3x^2 + 12x + 12$$

$$3x^2 + 12x + 12 = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)(x+2) = 0$$

$$x = -2$$

*โจทย์ข้อนี้เมื่อตรวจสอบจากค่าวิกฤต $x = -2$ แล้ว หาค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือต่ำสุดสัมพัทธ์ไม่ได้ ลักษณะของกราฟเป็นฟังก์ชันเพิ่ม เพราะเมื่อเขียนกราฟ x มีค่าเพิ่มขึ้น $f(x)$ จะเพิ่มขึ้นตาม จึงเลือกข้อ 1

48. ตอบข้อ 4

วิธีทำ พิจารณาหาขีดจำกัด เมื่อ $x \rightarrow 1^-$ และ $x \rightarrow 1^+$

x	$\frac{ x -1}{\sqrt{1-x}}$
-3	1
-2	0.57
-1	0
0	-1
0.2	-0.89
0.5	-0.71
0.7	-0.55
0.9	-0.31

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$$

x	$\frac{ 1-x }{1-\sqrt{x}}$
16	-5
9	-4
4	-3
3	-2.7
2	-2.4
1.5	-2.2
1.1	-2.08

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

49. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$x = (B+C)A$$

$$x = \left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \right) A$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(x) = -2 - (-1) = -1$$

$$x^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$x^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

50. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$A(\text{adj } A) - BA = I$$

$$\det(A) \cdot I - BA = I$$

$$BA = \det(A) \cdot I - I$$

$$BA = (\det(A) - 1)I$$

$$\text{ให้ } \det(A) = x$$

$$\therefore BA = (x-1)I$$

$$\det(B) \cdot \det(A) = (x-1)^4 \cdot \det(I)$$

$$0 \cdot x = (x-1)^4 \cdot 1$$

$$(x-1)^4 = 0$$

$$x-1 = 0$$

$$x = 1$$

$$\therefore \det(A) = 1$$

51. ตอบข้อ 3

วิธีทำ วัดถุดิบจากแหล่งที่ 1 18 หน่วย

วัดถุดิบจากแหล่งที่ 2 10 หน่วย

ผลิตสินค้าชนิดที่ 1 x ชิ้น ชนิดที่ 2 y ชิ้น ทำให้มีรายได้มากที่สุด

$$\therefore 300x + 400y = P$$

สินค้าชนิดที่ 1 ใช้วัตถุดิบจากแหล่งที่ 1 = $2x$ หน่วย

จากแหล่งที่ 2 = x หน่วย

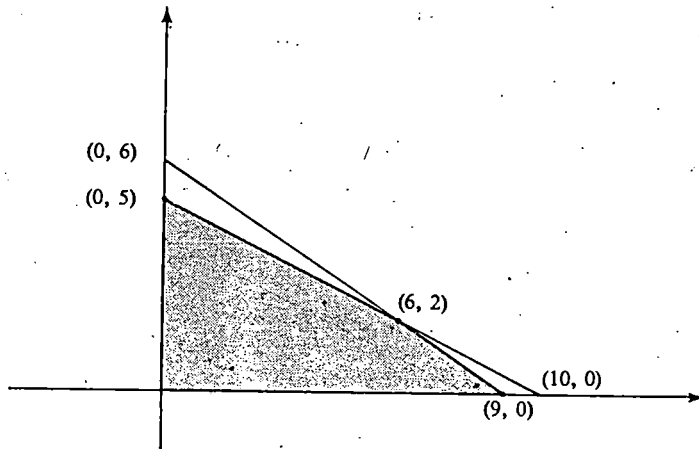
สินค้าชนิดที่ 2 ใช้วัตถุดิบจากแหล่งที่ 1 = $3y$ หน่วย

จากแหล่งที่ 2 = $2y$ หน่วย

$$\therefore 2x + 3y \leq 18$$

$$x + 2y \leq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$



$$2x + 3y = 18 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$x + 2y = 10 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) \times 2; \quad 2x + 4y = 20 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$(3) - (1); \quad y = 2$$

$$x = 6$$

∴ จุดตัดกันของ (1), (2) คือ (6, 2)

(x, y)	P = 300x + 400y
(0, 5)	2,000
(9, 0)	2,700
(6, 2)	2,600
(0, 6)	2,400
(10, 0)	3,000

ผลิตชนิดแรก 10 ชิ้นไม่ได้เพราะต้องใช้วัตถุดิบจากแหล่งที่ 1 20 หน่วย

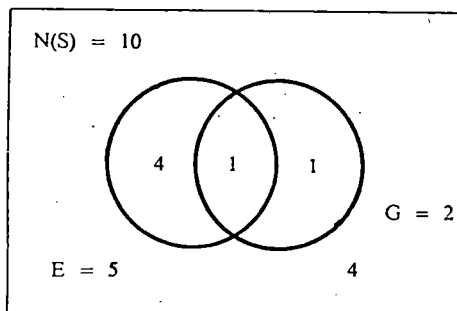
∴ ผลิตชนิดแรก 9 หน่วย ไม่ผลิตชนิดที่ 2 จะได้รายได้มากที่สุด วัตถุดิบจากแหล่งที่ 1 หมดพอดี วัตถุดิบจากแหล่งที่ 2 ไม่ได้ใช้

52. ตอบข้อ 1

วิธีทำ ความน่าจะเป็นที่ไปเที่ยวอังกฤษ (E) = 0.5

ความน่าจะเป็นที่ไปเที่ยวเยอรมัน (G) = 0.2

ความน่าจะเป็นที่ไปเที่ยวทั้งสองประเทศ = 0.6



$$P(E \cup G) = 0.6 \text{ หรือ } \frac{6}{10}$$

$$P(E \cup G) = P(E) + P(G) - P(E \cap G)$$

$$0.6 = 0.5 + 0.2 - P(E \cap G)$$

$$\therefore P(E \cap G) = 0.1$$

$$P(E \cup G)' = 1 - P(E \cup G)$$

$$= 1 - 0.6$$

$$= 0.4$$

53. ตอบข้อ 2

วิธีทำ ให้เมื่อถ่วงน้ำหนักแล้วแต้ม 1 ขึ้น a ครั้ง
 แต้ม 2 ขึ้น $a+d$ ครั้ง*
 แต้ม 3 ขึ้น $a+2d$ ครั้ง
 แต้ม 4 ขึ้น $a+3d$ ครั้ง*
 แต้ม 5 ขึ้น $a+4d$ ครั้ง
 แต้ม 6 ขึ้น $a+5d$ ครั้ง*

$$\therefore N(S) = 6a + 15d$$

$$\text{ขึ้นแต้มคู่ } n(E) = 3a + 9d$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{N(S)}$$

$$P(E) = \frac{3a + 9d}{6a + 15d}$$

\therefore ความน่าจะเป็นที่ขึ้นแต้ม 1 เท่ากับ $\frac{1}{9}$

$$\frac{a}{6a + 15d} = \frac{1}{9}$$

$$9a = 6a + 15d$$

$$a = 5d$$

$$P(E) = \frac{15d + 9d}{30d + 15d}$$

$$= \frac{24d}{45d}$$

$$= \frac{8}{15}$$

54. ตอบข้อ 4

วิธีทำ นักร้องทั้ง 3 คนจะร้องเพลงได้ต่าง ๆ กัน $N(S) = 5^3$ วิธี

นักร้อง 2 คนร้องเพลงเดียวกันเกิดได้ $\binom{3}{2} \binom{5}{1}$ วิธี

นักร้องอีก 1 คน จะร้องเพลงที่เหลือเกิดได้ $= \binom{4}{1}$ วิธี

$$\therefore n(E_1) = \binom{3}{2} \binom{5}{1} \binom{4}{1}$$

นักร้องทั้งสามคนร้องเพลงเดียวกันเกิดได้ = $\binom{5}{1}$ วิธี

$$\therefore n(E_2) = \binom{5}{1}$$

$$n(E_1 \cup E_2) = \binom{3}{2} \binom{5}{1} \binom{4}{1} + \binom{5}{1}$$
$$= 60 + 5$$

$$n(E) = 65$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{N(S)}$$

$$= \frac{65}{5^3}$$

$$= \frac{13}{25}$$

55. ตอบข้อ 2

วิธีทำ 5, a, b, 1 โดย $1 \leq a < b$

$$\therefore \bar{x} = 4$$

$$\frac{6+a+b}{4} = 4$$

$$a+b = 10$$

$$b = 10 - a$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

$$5 = \frac{(5-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2 + (1-4)^2}{4}$$

$$20 = 1 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16 + 9$$

$$a^2 - 8a + b^2 - 8b = -22$$

$$\text{แทนค่า } b = 10 - a; a^2 - 8a + (10 - a)^2 - 8(10 - a) = -22$$

$$a^2 - 8a + 100 - 20a + a^2 - 80 + 8a = -22$$

$$2a^2 - 20a + 42 = 0$$

$$a^2 - 10a + 21 = 0$$

$$(a - 7)(a - 3) = 0$$

$$a = 3, 7$$

$$b = 7, 3$$

$$\therefore a < b$$

$$\therefore a = 3, b = 7$$

$$b - a = 4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

56. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

อายุ (ปี)	f	F
1-3	3	3
4-6	a	3+a
*7-9	6	9+a
10-12	4	13+a

$$\therefore N = 13+a$$

$$\text{Med} = L + i \left[\frac{F_N - F_1}{F_2 - F_1} \right], F_N = \frac{N}{2} = \frac{13+a}{2}$$

$$F_1 = 3+a, F_2 = 9+a, L = 6.5, i = 3$$

$$7 = 6.5 + 3 \left[\frac{\frac{13+a}{2} - (3+a)}{9+a - (3+a)} \right]$$

$$\frac{0.5}{3} \times 6 = \frac{13+a}{2} - (3+a)$$

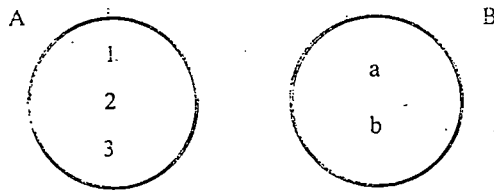
$$2 = 13+a-6-2a$$

$$a = 5$$

ตอนที่ 3

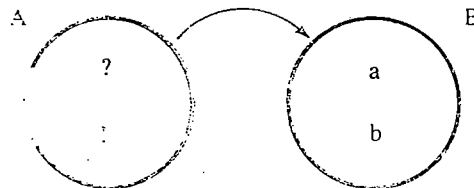
1. คำตอบ 0012.00

วิธีทำ



$$S = \{r \in C \mid A \times B\}$$

$$F = \{r \in S \mid \text{เป๊ะฟังก์ชันซึ่งมีสมาชิกในโดเมนเท่ากับ 2}\}$$



ใน A เลือกสมาชิกมา 2 ตัวจาก {1, 2, 3} เกิดได้ = $\binom{3}{2}$ วิธี

2. คำตอบ 0581.00

วิธีทำ $15,015 = 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$

$\therefore x, y$ เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ มี ค.ร.น. = 15,015 และ $80 < x < 200$

ถ้า $x = 3 \times 5 \times 7, y = 11 \times 13 = 143$

$x = 3 \times 5 \times 11, y = 7 \times 13 = 91$

$x = 3 \times 5 \times 13, y = 7 \times 11 = 77$

$x = 7 \times 13, y = 3 \times 5 \times 11 = 165$

$x = 11 \times 13, y = 3 \times 5 \times 7 = 105$

ผลบวกของค่า $y = 143 + 91 + 77 + 165 + 105$
 $= 581$

3. คำตอบ 0002.25

วิธีทำ $kx^2 + 4(y^2 - y) = 8$

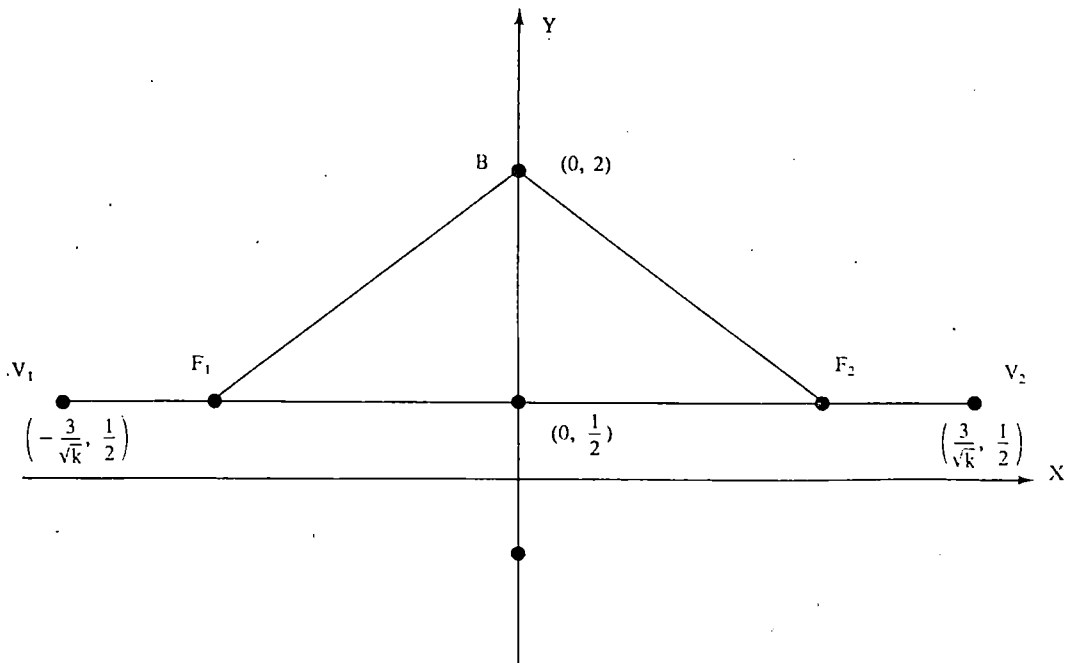
$kx^2 + 4\left[\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right] = 8$

$kx^2 + 4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - 1 = 8$

$kx^2 + 4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 9$

$\frac{x^2}{\left(\frac{3}{\sqrt{k}}\right)^2} + \frac{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = 1$

B เป็นจุดที่วงรีตัดแกน Y เหนือแกน X F_1, B, F_2 ไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน แสดงว่ารูปวงรีมีแกนเอกขนานกับแกน X



$$c^2 = \frac{9}{k} - \frac{9}{4}$$

$$= 9\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{9}{4}\left(\frac{4-k}{k}\right)$$

$$c = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{4-k}{k}}$$

$$\therefore F_1 \text{ อยู่ที่ } \left(-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{4-k}{k}}, \frac{1}{2}\right)$$

$$F_2 \text{ อยู่ที่ } \left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{4-k}{k}}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{ระยะระหว่าง } F_1F_2 = 3\sqrt{\frac{4-k}{k}}$$

$$\overline{BO} = \frac{3}{2}$$

$$\text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม } F_1BF_2 = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{\frac{4-k}{k}} \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{4} = \frac{9}{4}\sqrt{\frac{4-k}{k}}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3} = \sqrt{\frac{4-k}{k}}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{4-k}{k}$$

$$7k = 36 - 9k$$

$$16k = 36$$

$$k = \frac{36}{16}$$

$$k = 2.25$$

4. คำตอบ 0003.00

$$\text{วิธีทำ } (a+b+c)(a-b-c) = -3bc$$

$$[a+(b+c)][a-(b+c)] = -3bc$$

$$a^2 - (b+c)^2 = -3bc$$

$$a^2 - b^2 - 2bc - c^2 = -3bc$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -bc$$

$$b^2 + c^2 - a^2 = bc$$

$$2bc \cos A = bc$$

$$\cos A = \frac{1}{2}$$

$$= \cos 60^\circ$$

$$A = 60^\circ$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{6}{4}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 B} = \frac{3}{2}$$

$$\sin^2 B = \frac{2}{3} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\sin B = +\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \sin 45^\circ, \sin 135^\circ \quad \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ เป็นค่า } \sin B \text{ ไม่ได้}\right)$$

$$B = 45^\circ, 135^\circ$$

$$\therefore B = 45^\circ, (a > b, 4a^2 = 6b^2)$$

$$1 + 2 \sin^2(3A - 2B) = 1 + 2 \sin^2(180^\circ - 90^\circ)$$

$$= 1 + 2 \sin^2 90^\circ$$

$$= 1 + 2(1)^2$$

$$= 3$$

5. คำตอบ 0003.00

วิธีทำ α เป็นรากที่สามรากหนึ่งของ $9 + 4\sqrt{5}$

$$\therefore \alpha^3 = 9 + 4\sqrt{5} \quad \dots\dots\dots(1)$$

β เป็นรากที่สามรากหนึ่งของ $9 - 4\sqrt{5}$

$$\therefore \beta^3 = 9 - 4\sqrt{5} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) + (2); \quad \alpha^3 + \beta^3 = 18$$

$$(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = 18$$

$$(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) - \alpha\beta = 18$$

$$(\alpha + \beta)(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta - \alpha\beta = 18$$

$$(\alpha + \beta)(\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta = 18 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$(1) \times (2); \quad \alpha^2\beta^2 = 81 - 80$$

$$\alpha^3\beta^3 = 1$$

$$\alpha\beta = 1 \quad (\alpha\beta \text{ เป็นจำนวนจริง})$$

(3) แทนค่า $\alpha\beta$;

$$(\alpha + \beta)(\alpha + \beta)^2 - 3(1) = 18$$

$$(\alpha + \beta)^3 - 3(\alpha + \beta) - 18 = 0$$

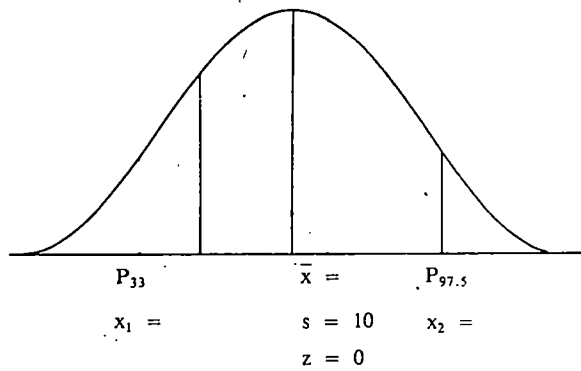
ใช้หลักการหาเศษ ให้ $(\alpha + \beta) = 3$

$$\therefore 3^3 - 3(3) - 18 = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = 3$$

6. คำตอบ 0024.00

วิธีทำ



จากตาราง $A = 0.475$ ได้ $z = 1.96$

$A = 0.17$ ได้ $z = -0.44$

$$\therefore z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$-0.44 = \frac{x_1 - \bar{x}}{10}$$

$$-4.4 = x_1 - \bar{x}$$

$$x_1 = \bar{x} - 4.4$$

$$1.96 = \frac{x_2 - \bar{x}}{10}$$

$$19.6 = x_2 - \bar{x}$$

$$x_2 = \bar{x} + 19.6$$

$$\begin{aligned} \text{พิสัย} &= x_2 - x_1 \\ &= \bar{x} + 19.6 - \bar{x} + 4.4 \\ &= 24.0 \end{aligned}$$

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ กข
Entrance ปี 2539

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตอนที่ 1 ข้อ 1-30 ข้อละ 1 คะแนน

- ให้ A, B, C, D เป็นเซตใด ๆ $(A \cap C) - (B \cup D)$ เท่ากับเซตในข้อใดต่อไปนี้
 - $(A-B) \cap (D-C)$
 - $(A-B) \cap (C-D)$
 - $(A-B) \cup (D-C)$
 - $(A-B) \cup (C-D)$
- ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดซึ่งหาร 90 เหลือเศษ 6 และหาร 150 เหลือเศษ 3 แล้ว n หาร 41 เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 5
 - 6
 - 18
 - 20
- ให้ m เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่ทำให้พจน์ที่ m ของลำดับเลขคณิต 2, 5, 8, ... มีค่ามากกว่า 1000 จำนวนในข้อใดต่อไปนี้เป็นตัวหารของ m
 - 67
 - 111
 - 166
 - 167
- นิเสธของข้อความ $\exists xy[(xy < 0) \rightarrow (x < 0 \vee y < 0)]$ คือข้อความในข้อใดต่อไปนี้
 - $\forall x \exists y[(xy \geq 0) \vee (x < 0 \vee y < 0)]$
 - $\exists xy[(xy < 0) \wedge (x \geq 0 \wedge y \geq 0)]$
 - $\exists xy[(xy \geq 0) \vee (x < 0 \vee y < 0)]$
 - $\forall x \exists y[(xy < 0) \wedge (x \geq 0 \wedge y \geq 0)]$
- พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

ก) เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $q \rightarrow s$ 3. $\sim s$ ผล $\sim p \vee s$	ข) เหตุ $p \rightarrow (r \vee s)$ ผล $\sim p \vee (r \vee s)$
---	---

ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

 - ก และ ข สมเหตุสมผลทั้งคู่
 - ก และ ข ไม่สมเหตุสมผลทั้งคู่
 - ก สมเหตุสมผล แต่ ข ไม่สมเหตุสมผล
 - ก ไม่สมเหตุสมผล แต่ ข สมเหตุสมผล
- ถ้าเซต A มีสมาชิก 10 ตัวแล้ว จำนวนทั้งหมดของความสัมพันธ์จาก $A \times A$ ไป A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 2^{100}
 - 2^{1000}
 - 100^2
 - 1000^2
- ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ และ $B = \{a, b\}$ แล้วจำนวนของฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B เท่ากับข้อใด
 - 14
 - 63
 - 126
 - 252
- ให้ $A = \left\{ \frac{\pi}{n+1} \mid n \text{ เป็นจำนวนนับ} \right\}$ และ $f(x) = \sin x$ เมื่อ $x \in A$ ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นเท็จ
 - มี $a, b \in A$ ซึ่ง $f(a) = 2f(b)$
 - มี $a \in A$ ซึ่ง $f(a) = 0$
 - f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
 - $f(x) \geq 0$ ทุก $x \in A$

9. ถ้า $\cos A = \frac{3}{4}$ แล้ว $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{5A}{2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{11}{32}$

2. $\frac{11}{16}$

3. $\frac{9}{16}$

4. $\frac{9}{12}$

10. ค่าของ $\tan\left(2 \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1

2. 1

3. $\frac{4}{3}$

4. $-\frac{4}{3}$

11. เส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงรี $4x^2 + 9y^2 - 48x + 72y + 144 = 0$ และตั้งฉากกับเส้นตรง $3x + 4y = 5$ มีสมการเป็นข้อใดต่อไปนี้

1. $4x - 3y + 12 = 0$

2. $4x - 3y - 12 = 0$

3. $4x - 3y - 36 = 0$

4. $4x - 3y + 36 = 0$

12. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$ และ $B = [x \ y]$ เซตของจุด (x, y) ซึ่งสอดคล้องสมการ $BAB' = [12]$ เป็นกราฟของข้อใดต่อไปนี้

1. วงรีซึ่งมีแกนเอกทับแกน X

2. วงรีซึ่งมีแกนเอกทับแกน Y

3. ไฮเพอร์โบล่าซึ่งมีแกนตามขวางทับแกน X

4. ไฮเพอร์โบล่าซึ่งมีแกนตามขวางทับแกน Y

13. กำหนดให้ $f(x) = \log(1+x)$ สำหรับ $x \in \mathbb{R}$ ค่าของ $f(1) + f\left(\frac{1}{2}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{n}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $f(n+1)$

2. $f(n)$

3. $f\left(\frac{1}{n}\right)$

4. $f\left(\frac{1}{n+1}\right)$

14. เซตคำตอบของสมการ $(\sqrt{|x|})^{x^2} = x^3$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $[0, 3]$

2. $[2, 4]$

3. $[-3, -2] \cup [2, 3]$

4. $[-2, -1] \cup [1, 2]$

15. ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $A = \begin{bmatrix} a & -1 & 0 \\ b & 1 & 1 \\ c & 1 & -1 \end{bmatrix}$

ให้ $C_{ij}(A)$ คือ โคแฟกเตอร์ของสมาชิกในตำแหน่งแถวที่ i หลักที่ j ของ A ถ้า $C_{12}(A) = 1$ และ $\det(A) = -5$ แล้ว a เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

1. -5

2. -1

3. 2

4. 3

16. เซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่ทำให้เมตริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -x^2 \\ 2 & 1 & 0 \\ x & 3 & 5 \end{bmatrix}$ เป็นเมตริกซ์เอกฐานคือข้อใด

1. $\left\{1, \frac{5+3\sqrt{5}}{2}, \frac{5-3\sqrt{5}}{2}\right\}$

2. $\{1, 5+3\sqrt{3}, 5-3\sqrt{3}\}$

3. $\left\{1, \frac{3+\sqrt{5}}{4}, \frac{3-\sqrt{5}}{4}\right\}$

4. $\{1, 3+\sqrt{5}, 3-\sqrt{5}\}$

17. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มี D เป็นจุดบนด้าน AB ซึ่งแบ่ง AB เป็นอัตราส่วน $|\overline{AD}| : |\overline{DB}| = 3 : 2$ และ $\overline{CA} = 3i - 2j$, $\overline{CB} = 2i + 3j$ แล้ว $|\overline{CD}|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{9}{5}$
 2. $\frac{11}{5}$
 3. $\frac{13}{5}$
 4. $\frac{14}{5}$
18. กำหนดให้ A, B และ C คือ จุดที่มีพิกัดเป็น $(-5, 0)$, $(3, 6)$ และ $(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5})$ ตามลำดับ ถ้า D(a, b) เป็นจุดที่ทำให้ \overline{CD} มีทิศทางเดียวกับ \overline{AB} และขนาดของ \overline{CD} เท่ากับ 2 แล้ว a+b เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 3
 2. 6
 3. $\frac{29}{5}$
 4. $\frac{71}{5}$
19. กำหนดให้ $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ส่วนจริงของ $\frac{1}{1+z^5}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -1
 2. $-\frac{1}{2}$
 3. $\frac{1}{2}$
 4. 1
20. ถ้าอนุกรม $1 + \frac{2^x}{1+2^x} + \frac{2^{2x}}{(1+2^x)^2} + \frac{2^{3x}}{(1+2^x)^3} + \dots$ มีผลบวกเท่ากับ 9 แล้วอนุกรม $\log_2 x - (\log_2 x)^2 + (\log_2 x)^3 - (\log_2 x)^4 + \dots$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้
1. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{1}{1+\log_2 3}$
 2. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{\log_2 3}{1-\log_2 3}$
 3. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{\log_2 3}{1+\log_2 3}$
 4. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์
21. สำหรับแต่ละจำนวนเต็ม $n \geq 4$ กำหนดให้ $a_n = \frac{n^4+1}{1^3+2^3+3^3+\dots+n^3}$ ลำดับ a_n เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้
1. มีลิมิตเป็น 1
 2. มีลิมิตเป็น 2
 3. มีลิมิตเป็น 4
 4. เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์
22. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -1
 2. 0
 3. 1
 4. หาค่าไม่ได้
23. กำหนดให้ $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x^2-16)$ และ $A = \{x \in \mathbb{R} | f'(x) > 0\}$ ดังนั้น A คือเซตในข้อใด
1. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
 2. $(-2, 0) \cup (2, \infty)$
 3. $(-\infty, -2)$
 4. $(2, \infty)$
24. ถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} = 3x - 2$ ทุก $x \in \mathbb{R}$ และ $f(0) = -\frac{1}{2}$ แล้วจุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนกราฟของ f
1. (1, 0)
 2. (-1, 0)
 3. $(\frac{2+\sqrt{7}}{3}, 0)$
 4. $(\frac{-2-\sqrt{7}}{3}, 0)$

25. กำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ มีกราฟเป็นเส้นตรงตัดแกน X ที่จุด $(-1, 0)$ และผ่านจุด $(3, 6)$ ค่าของ

$$\int_{-1}^3 f(x) dx$$

- เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 9
 2. 12
 3. 15
 4. 18
26. มีลูกแก้ว 7 ลูกซึ่งมีสีต่างกันหมดโดยมีสีแดง สีขาว สีน้ำเงิน และสีอื่น ๆ จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกแก้วเป็นวงกลมโดยให้สีน้ำเงินเรียงอยู่ติดกับสีขาวและติดกับสีแดงเท่ากับข้อใด
1. 24
 2. 48
 3. 120
 4. 240
27. ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้แต้มคู่แต่ละหน้ามีโอกาสเกิดขึ้นเป็นสองเท่าของแต้มคี่แต่ละหน้า ความน่าจะเป็นที่โยนลูกเต๋า 1 ครั้ง ได้แต้มเป็น 1 หรือแต้มคู่ เท่ากับข้อใด
1. $\frac{2}{3}$
 2. $\frac{3}{4}$
 3. $\frac{7}{9}$
 4. $\frac{5}{8}$
28. ความน่าจะเป็นที่สมศักดิ์สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และวิชาเคมีเป็น $\frac{2}{3}$ และ $\frac{4}{9}$ ตามลำดับ ถ้าความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชานี้เป็น $\frac{1}{4}$ แล้ว ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบไม่ผ่านทั้งสองวิชานี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{3}{4}$
 2. $\frac{31}{36}$
 3. $\frac{1}{9}$
 4. $\frac{5}{36}$
29. ถ้าคะแนนวิชาสถิติและคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้

นักเรียนคนที่	1	2	3	4	5
คะแนนวิชาสถิติ	8	5	4	2	1
คะแนนวิชาคณิตศาสตร์	9	6	5	3	2

แล้วอัตราส่วนของสัมประสิทธิ์ของความแปรผันระหว่างคะแนนวิชาสถิติ และคะแนนวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{25}{16}$
 2. $\frac{16}{25}$
 3. $\frac{4}{5}$
 4. $\frac{5}{4}$
30. กำหนดข้อมูล 2 ชุด ดังนี้
- ชุดที่ 1 : 6, 12, 9, 10, 6, 8
- ชุดที่ 2 : 60, 64, 56, 70, 52, 63
- ข้อความใดต่อไปนี้ถูก
1. ข้อมูลชุดที่ 1 กระจายน้อยกว่าชุดที่ 2
 2. ข้อมูลชุดที่ 1 กระจายมากกว่าชุดที่ 2
 3. ข้อมูลชุดที่ 1 กระจายเท่ากับชุดที่ 2
 4. เปรียบเทียบการกระจายของข้อมูล 2 ชุดนี้ไม่ได้

ตอนที่ 2 ข้อ 31-56 ข้อละ 2 คะแนน

31. ให้ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$P(S)$ = เพาเวอร์เซตของ S

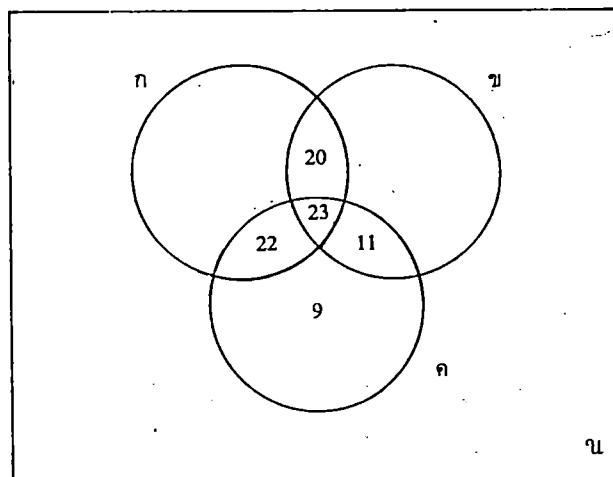
ถ้า $X = \{A \in P(S) \mid 1 \in A \text{ และ } 7 \notin A\}$

และ $Y = \{A \in X \mid \text{ผลบวกของสมาชิกใน } A \text{ ไม่เกิน } 6\}$

แล้วจำนวนสมาชิกของ X และ Y (ตามลำดับ) เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|----------|----------|
| 1. 16, 5 | 2. 16, 6 |
| 3. 32, 5 | 4. 32, 6 |

32. ในการสำรวจความนิยมของคนจำนวน 100 คน ที่มีต่อ นาย ก นาย ข และ นาย ค โดยทุกคนต้องแสดงความนิยมคนใดคนหนึ่งอย่างน้อยหนึ่งคน ปรากฏว่า นาย ก ได้รับคะแนนความนิยมมากกว่า นาย ข อยู่ 6 คะแนน และเขียนเป็นแผนภาพได้ดังรูป



ข้อใดต่อไปนี้ข้อใดผิด

1. นาย ข ได้รับคะแนนนิยมน้อยที่สุด
2. ผลรวมของคะแนนนิยมของนาย ก นาย ข และนาย ค คือ 199
3. ผู้ที่ลงคะแนนนิยมให้เฉพาะนาย ก เท่านั้น มีจำนวน 10 คน
4. ผู้ที่ลงคะแนนนิยมให้นาย ข มีจำนวน 64 คน

33. ให้ $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}} \geq 1\right\}$

$B = \{n \mid n \text{ เป็นจำนวนเต็มลบ ซึ่ง } n \leq -2\}$

ขอบเขตบนค่าน้อยสุดของ $A \cap B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------|-------|
| 1. -4 | 2. -3 |
| 3. -2 | 4. -1 |

34. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) $3|(a^4 + 2a^3 - a^2 - 2a)$ ทุกจำนวนเต็ม a

ข) $\{x \in \Gamma | 6x^3 + 17x^2 + 14x + 3 \geq 0\}$ มีสมาชิกเพียงตัวเดียว

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก ถูก และ ข ถูก

2. ก ถูก แต่ ข ผิด

3. ก ผิด แต่ ข ถูก

4. ก ผิด และ ข ผิด

35. ประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

ก) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \leftrightarrow (p \rightarrow r)$ เมื่อ p, q, r เป็นประพจน์ใด ๆ

ข) $\forall x [x < 0 \rightarrow -x < 0]$ เมื่อเอกภพสัมพัทธ์ คือเซตของจำนวนจริง

1. ก เป็น ข เป็น

2. ก เป็น ข ไม่เป็น

3. ก ไม่เป็น ข เป็น

4. ก ไม่เป็น ข ไม่เป็น

36. กำหนดให้ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | x = y^2 + 1\}$

และ $s = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | x = |y|\}$

ข้อความใดต่อไปนี้ เป็นเท็จ

1. $r^{-1} \circ s^{-1} = s^{-1} \circ r^{-1}$

2. $r^{-1} \circ s^{-1} = r^{-1}$

3. $r^{-1} \circ r^{-1} = r^{-1}$

4. $s^{-1} \circ s^{-1} = s^{-1}$

37. ถ้า $g(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$ แล้ว สำหรับจำนวนจริง x ใด ๆ ค่าของ $g(|x| - x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $x(|x| - x)$

2. $x(x - |x|)$

3. $2x(|x| - x)$

4. $2x(x - |x|)$

38. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{\cos^2 x} + \cos x$ เมื่อ $0 \leq x \leq 2\pi$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ถ้า $0 \leq x \leq \pi$ แล้ว $f(x) = 2 \cos x$

2. ถ้า $\pi \leq x \leq 2\pi$ แล้ว $f(x) = 2 \cos x$

3. ถ้า $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ แล้ว $f(x) = 0$

4. ถ้า $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$ แล้ว $f(x) = 0$

39. กำหนดให้เส้นไทรกตรีคส์และแกนของพาราโบลา $y^2 - 4y + 8x = 20$ ตัดกันที่จุด P ถ้าวงกลมวงหนึ่งผ่านจุดกำเนิด จุด P และโฟกัสของพาราโบลานี้แล้ว กำลังสองของรัศมีของวงกลมวงนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{35}{4}$

2. $\frac{37}{4}$

3. $\frac{143}{16}$

4. $\frac{145}{16}$

40. กำหนดให้ H เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีสมการเป็น $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ ถ้า E เป็นวงรีซึ่งผลบวกของ

ระยะทางจากจุดใด ๆ ใน E ไปยังจุดที่กราฟของ H ตัดแกน X ทั้งสองจุดเท่ากับ 8 แล้ว สมการของ E คือข้อใดต่อไปนี้

1. $3(x-1)^2 + 4(y-2)^2 = 48$

2. $4(x-1)^2 + 3(y-2)^2 = 48$

3. $3(x-1)^2 + 4(y-2)^2 = 64$

4. $4(x-1)^2 + 3(y-2)^2 = 64$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

41. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ และ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ถ้า B เป็นเมตริกซ์ที่ทำให้ $AB = BA = I$ แล้วค่าของ $\det(\text{adj } B^{-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1
2. 16
3. 25
4. 36
42. ค่าสูงสุดของ A เมื่อ $A = 6x+y$ โดยที่ $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 2, 2x-y \leq 2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 6
2. $\frac{26}{3}$
3. $\frac{32}{3}$
4. 12
43. ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5, |\vec{u}| = 2$ และมุมระหว่าง \vec{u} และ \vec{v} เป็น 60 องศา แล้ว $|\vec{u} + \vec{v}|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 7
2. 12
3. $\sqrt{29}$
4. $\sqrt{39}$
44. กำหนดให้ $g(x)$ เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริงและ $f(x) = (x-1)^2g(x)$ ถ้า $x=2$ ทหาร $f(x)$ เหลือเศษ 3 และ $x=2$ ทหาร $f'(x)$ เหลือเศษ 4 แล้ว ค่าของ $g'(2)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -3
2. -2
3. 1
4. 4
45. ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $z \neq 0$ และ $(5-12i)z^3(-3+4i) = 130\bar{z}$ แล้ว $|z|$ (ค่าสัมบูรณ์ของ z) มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\sqrt{2}$
2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. $\frac{1}{2}$
4. 2

46. กำหนดให้ $a_n = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n = 1, 2 \\ a_{n-2} + 2 & \text{เมื่อ } n = 3, 5, 7, \dots \\ 2a_{n-2} & \text{เมื่อ } n = 4, 6, 8, \dots \end{cases}$

$\sum_{i=1}^{101} a_i$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $(50)(51) + 2^{50} - 1$
2. $(51)^2 + 2^{50} - 1$
3. $(50)(51) + 2^{49} - 1$
4. $(51)^2 + 2^{49} - 1$
47. สำหรับแต่ละจำนวนเต็มบวก n ให้ $f_n(x) = nx^2 - n^2x$ และ $g(x) = \sum_{n=1}^{10} f_n(x)$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ
ดังนั้น g มีค่าต่ำสุดที่ x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 2.5
2. 2.7
3. 3.2
4. 3.5

48. กำหนดให้ $h(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x \leq 1 \\ \frac{1}{x-1} & \text{เมื่อ } 1 < x \leq 2 \\ 3-x & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. h ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$ แต่ต่อเนื่องที่ $x = 2$
2. h ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$ และไม่ต่อเนื่องที่ $x = 2$
3. h ต่อเนื่องที่ $x = 1$ และต่อเนื่องที่ $x = 2$
4. h ต่อเนื่องที่ $x = 1$ แต่ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 2$

49. กำหนดให้ $f(x) = \frac{2x-a}{x+b}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนจริงซึ่งไม่ใช่ศูนย์ ถ้า $f'(0) = 4$ และ $f''(0) = -8$

แล้ว ค่าของ $f(0)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2
2. -2
3. 1
4. -1

50. จำนวนจริงบวก a ที่ทำให้ $\int_0^a \left(\frac{x}{a}\right)^a dx = 0.95$ เป็นสมาชิกของช่วงใดต่อไปนี้

1. $[0, 9]$
2. $[10, 18]$
3. $[19, 25]$
4. $[26, \infty)$

51. จำนวนเต็มคี่ที่อยู่ระหว่าง 100 และ 999 ซึ่งมีหลักหน่วยหรือหลักร้อยเป็นจำนวนเฉพาะ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใด

1. 350
2. 380
3. 470
4. 500

52. ในการจัดงานของบริษัทแห่งหนึ่ง ได้แจกบัตรแก่ผู้เข้าชมงาน 100 ใบ ซึ่งมีหมายเลขตั้งแต่ 00 ถึง 99 กำกับอยู่ สุ่มหยิบตั๋วของบัตรมา 1 ใบ เพื่อมอบรางวัลแก่ผู้เข้าชมงาน ผู้ที่มีบัตรซึ่งมีหมายเลขตรงกับตั๋วที่หยิบได้ จะได้รับรางวัลที่ 1 ส่วนผู้ที่มีบัตรหมายเลขซึ่งมีหลักหน่วยตรงกับตั๋วที่หยิบ หรือหลักสิบตรงกับตั๋วที่หยิบเพียงหลักเดียวจะได้รับรางวัลที่ 2 ถ้าสมชายได้รับแจกบัตรมา 1 ใบ ความน่าจะเป็นที่สมชายจะได้รับรางวัลคือข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{100}$
2. $\frac{1}{10}$
3. $\frac{19}{100}$
4. $\frac{1}{5}$

53. ผลการสอบวิชาภาษาไทย 2 ครั้ง ของนักเรียนชั้นหนึ่งซึ่งมีเด็กหญิงกัลยา และเด็กชายบัญญัติรวมอยู่ด้วย ปรากฏผลดังตาราง

	กลางภาค	ปลายภาค
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	62	55
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	7	5
คะแนนของกัลยา	97	40
คะแนนของบัญญัติ	76	50

ถ้าคิดคะแนนกลางภาค 40% และปลายภาค 60% แล้วผลการเปรียบเทียบคะแนนมาตรฐานเฉลี่ยของเด็กทั้งสองเป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

1. กัลยาได้มากกว่าปัญญา
 2. กัลยาได้น้อยกว่าปัญญา
 3. กัลยาได้เท่ากับปัญญา
 4. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะเปรียบเทียบได้
54. กำหนดพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานทางขวามือของ $z = 0.67$ เท่ากับ 0.25 ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยที่ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 2 และสัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ $\frac{2}{3}$ แล้วสำหรับข้อมูลนี้ ข้อใดเป็นจริง
1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3 ความแปรปรวนเท่ากับ 8.88
 2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6 ความแปรปรวนเท่ากับ 8.88
 3. ค่าฐานนิยมเท่ากับ 6 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.98
 4. ค่ามัธยฐานเท่ากับ 3 ความแปรปรวนเท่ากับ 2.98
55. คะแนนสอบวิชาหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้ามีนักเรียนสอบได้คะแนนน้อยกว่า 40 คะแนนอยู่ 15.87 เปอร์เซนต์ และได้คะแนนมากกว่า 70 คะแนน อยู่ 2.27 เปอร์เซนต์ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก) สัมประสิทธิ์การกระจายของคะแนนชุดนี้เท่ากับ 20 เปอร์เซนต์
- ข) มีนักเรียนสอบได้คะแนนมากกว่า 30 คะแนนอยู่ 90 เปอร์เซนต์
- | | | | | | |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| กำหนดให้ z | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 |
| A | 0.1915 | 0.3413 | 0.4330 | 0.4773 | 0.4938 |
- ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
1. ก ถูก และ ข ถูก
 2. ก ถูก และ ข ผิด
 3. ก ผิด และ ข ถูก
 4. ก ผิด และ ข ผิด
56. คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผันเท่ากับ $\frac{1}{4}$ ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบเท่ากับ 3 มัธยฐานของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{3}{4}$
 2. $\frac{4}{3}$
 3. 12
 4. 36

ตอนที่ 3 เติมคำตอบข้อ 1-6 ข้อละ 3 คะแนน

1. รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้าน a, b, c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B, C ซึ่งมีความยาวเป็น 3, 2.5, 1 หน่วย ตามลำดับ ค่าของ $b \cos C + c \cos B$ เท่ากับเท่าใด
2. ให้ $A = \{x \in \mathbb{R} | 3x^2 + 2x - 3x^2 + 1 - 9x + 1 + 27 = 0\}$ ผลบวกของกำลังสองของสมาชิกทั้งหมดของ A เท่ากับเท่าใด
3. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านทั้งสามยาว 3, 4 และ 5 นิ้ว ตามลำดับ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุในรูปสามเหลี่ยมนี้ได้จะมีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว
4. ถ้า $\int (f \circ g)(x) dx = x^2 + 5x + c$ โดยที่ c เป็นค่าคงตัว และ $f(x) = 4x - 3$ แล้วค่าของ $\int_0^1 g(x) dx$ เท่ากับเท่าใด

5. มีสลาก 6 ใบมีหมายเลข 1-6 กำกับไว้ ให้สุ่มหยิบสลาก 2 ครั้ง ๆ ละใบ ถ้าครั้งแรกได้เลขคู่ให้ใส่สลากใบนั้นกลับคืนก่อนหยิบครั้งที่สอง แต่ถ้าครั้งแรกได้เลขคี่ก็หยิบครั้งที่สองได้เลยโดยไม่ต้องใส่สลากกลับคืน ความน่าจะเป็นที่หยิบได้ครั้งที่สองเป็นเลขคู่มีค่าเท่าใด
6. กำหนดให้ $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ แทนปี พ.ศ. 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537 ตามลำดับ และ y แทนราคาปุ๋ย (หน่วยเป็น 100 บาท) โดยมีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่าง x และ y เป็นสมการ $y = 0.25x^2 - 0.5x + 1.25$ ถ้าใช้ปี พ.ศ. 2533 เป็นปีฐานแล้ว ดัชนีราคาของปุ๋ยในปี พ.ศ. 2537 จะเท่ากับเท่าใด

เฉลย

ตอนที่ 1

1. 2	2. 4	3. 4	4. 4	5. 4	6. 2	7. 3	8. 4	9. 1	10. 4
11. 3	12. 3	13. 2	14. 1	15. 3	16. 1	17. 3	18. 1	19. 3	20. 4
21. 3	22. 1	23. 4	24. 3	25. 2	26. 2	27. 3	28. 4	29. 4	30. 2

ตอนที่ 2

31. 4	32. 3	33. 3	34. 3	35. 2	36. 3	37. 4	38. 3	39. 4	40. -
41. 4	42. 2	43. 4	44. 2	45. 1	46. 2	47. 4	48. 2	49. 2	50. 3
51. 3	52. 3	53. 3	54. 1	55. 2	56. 3				

ตอนที่ 3

1. 0003.00	2. 0004.25	3. 0003.00
4. 0002.25	5. 0000.54	6. 0100.00

เฉลยพร้อมคำอธิบาย

ตอนที่ 1

1. ตอบข้อ 2

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } (A \cap C) - (B \cup D) &= (A \cap C) \cap (B \cup D)' \\ &= (A \cap C) \cap (B' \cap D') \\ &= (A \cap B') \cap (C \cap D') \\ &= (A - B) \cap (C - D) \end{aligned}$$

2. ตอบข้อ 4

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \quad 90 - 6 &= 84 \\ 150 - 3 &= 147 \\ 84, 147 \text{ ห.ร.ม.} &= 21 \\ \therefore n &= 21 \\ 41 \div 21 &\text{ เหลือเศษ } 20 \end{aligned}$$

เฉลยข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ กข

Entrance ปี 2539

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ตอบข้อ 4

วิธีทำ 2, 5, 8, ... ให้ $a_m = 1000$

$$\text{จาก } a_m = a + (m-1)d$$

$$1000 = 2 + (m-1)3$$

$$\frac{998}{3} + 1 = m$$

$$m = \frac{1001}{3}$$

$$= 333\frac{1}{3}$$

$\therefore m$ เป็นจำนวนนับ โดย $a_m > 1000$

$$\therefore m = 334$$

ตัวหารของ m คือ 167

4. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $\exists x \forall y [xy < 0 \rightarrow (x < 0 \vee y < 0)]$

$$\text{ให้ } xy < 0 = P$$

$$x < 0 = G$$

$$y < 0 = R$$

$$\overline{P \rightarrow (G \vee R)} = \overline{P} + (G + R)$$

$$= PGR$$

$$\therefore \text{นิเสธของ } \exists x \forall y [xy < 0 \rightarrow (x < 0 \vee y < 0)] = \forall x \exists y [xy < 0 \wedge (x \geq 0 \wedge y \geq 0)]$$

5. ตอบข้อ 4

วิธีทำ ก. เหตุ 1. $p \rightarrow q = \bar{p} + q$

$$2. q \rightarrow s = \bar{q} + s$$

$$3. \sim s = \bar{s}$$

$$\text{ผล } \sim p \vee s \neq \bar{p}$$

ก. ไม่สมเหตุสมผล

ข. เหตุ $p \rightarrow (r \vee s) = \bar{p} + r + s$

$$\text{ผล } \sim p \vee (r \vee s) = \bar{p} + r + s$$

ข. สมเหตุสมผล

6. ตอบข้อ 2

วิธีทำ เซต A มีสมาชิก 10 ตัว

$$\text{เซต } A \times A \text{ มีสมาชิก } 10 \times 10 = 100$$

$$\text{เซต } (A \times A) \times A \text{ มีสมาชิก } 100 \times 10 = 1000$$

การหาจำนวนความสัมพันธ์จาก $A \times A$ ไป A คือจำนวนสับเซตของเซต $(A \times A) \times A$

$$\therefore \text{จำนวนทั้งหมดของความสัมพันธ์} = 2^{1000}$$

7. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{a, b\}$

$f: A \rightarrow B$ จะมีวิธีนับดังนี้

$f = \{(1, \quad), (2, \quad), (3, \quad), (4, \quad), (5, \quad), (6, \quad), (7, \quad)\}$

จัด a ลงได้ $= \binom{7}{1}, \binom{7}{2}, \binom{7}{3}, \binom{7}{4}, \binom{7}{5}, \binom{7}{6}$

เมื่อจัด a แล้วที่เหลือใส่ b

$$\begin{aligned} \therefore \text{จำนวนฟังก์ชันที่สร้างได้} &= \binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} \\ &= 2^7 - \binom{7}{0} - \binom{7}{7} \\ &= 128 - 1 - 1 \\ &= 126 \end{aligned}$$

8. ตอบข้อ 4

วิธีทำ จาก $A = \left\{ \frac{\pi}{n+1} \mid n \text{ เป็นจำนวนนับ} \right\}$

ถ้า $n = 1$ จะได้ $A = \frac{\pi}{2}$

เมื่อ n มีค่ามากขึ้น A จะมีค่าลดลง โดย $A > 0$

$\therefore f(x) = \sin x$ จะเป็นกราฟของ sine ในช่วง $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ ทำให้ $0 < f(x) \leq 1$

จากตัวเลือกที่ 4 กล่าวว่า $f(x) \geq 0$ ทุก $x \in A$ เป็นเท็จ

9. ตอบข้อ 1

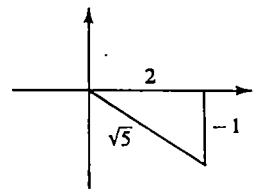
$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \sin \frac{A}{2} \sin \frac{5A}{2} &= \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{5A}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (\cos 2A - \cos 3A) \\ &= \frac{1}{2} (2 \cos^2 A - 1 - 4 \cos^3 A + 3 \cos A) \\ &= \frac{1}{2} \left(2 \times \frac{9}{16} - 1 - 4 \times \frac{27}{64} + 3 \times \frac{3}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{9}{8} - 1 - \frac{27}{16} + \frac{9}{4} \right) \\ &= \frac{11}{32} \end{aligned}$$

10. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ จะตกใน Q_4

$$\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore \tan\left(2 \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right) = \tan\left(2 \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$



$$\text{จาก } \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan\left(2 \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right) &= \frac{2 \tan\left(\arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right)}{1 - \tan^2\left(\arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right)} \\ &= \frac{2\left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2} \\ &= -1 \times \frac{4}{3} \\ &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

11. ตอบข้อ 3

วิธีทำ หาจุดศูนย์กลางของวงรี

$$\text{จาก } 4x^2 + 9y^2 - 48x + 72y + 144 = 0$$

$$\text{จัดรูปใหม่จะได้ } 4(x^2 - 12x) + 9(y^2 + 8y) + 144 = 0$$

$$4(x-6)^2 - 36 + 9(y+4)^2 - 16 + 144 = 0$$

จุดศูนย์กลางของวงรีคือ (6, -4)

$$\text{เส้นตรง } 3x + 4y = 5 \text{ มีค่าความชัน (m) } = -\frac{3}{4}$$

$\frac{4}{3}$

เส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงรีและตั้งฉากกับเส้นตรง $3x + 4y = 5$ จะมีค่าความชัน (m) =

เส้นตรงที่ต้องการ สมการจะผ่านจุด (6, -4) และมีค่า $m = \frac{4}{3}$.

$$\text{ดังนั้น สมการเส้นตรงเส้นนี้คือ } y - (-4) = \frac{4}{3}(x - 6)$$

$$3y + 12 = 4x - 24$$

$$4x - 3y - 36 = 0$$

12. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$BAB^t = [12]$$

$$[x \ y] \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -7 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [12]$$

$$[x \ y] \begin{bmatrix} 3x + 7y \\ -7x - 4y \end{bmatrix} = [12]$$

$$[3x^2 + 7xy - 7xy - 4y^2] = [12]$$

$$[3x^2 - 4y^2] = [12]$$

$$\therefore 3x^2 - 4y^2 = 12$$

สมการนี้มีกราฟเป็นรูปไฮเพอร์โบลาโดยมีแกนตามขวางทับแกน x

13. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$f(x) = \log(1+x)$$

$$f(1) = \log 2$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \log \frac{4}{3}$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \log \frac{5}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{n}\right) = \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

$$\begin{aligned} f(1) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + f\left(1 + \frac{1}{n}\right) &= \log\left(2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{(n+1)}{n}\right) \\ &= \log(n+1) \\ &= f(n) \end{aligned}$$

14. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$(\sqrt{|x|})x^2 = x^3, \quad x \geq 0 \text{ เท่านั้น}$$

$$(|x|)^{\frac{x^2}{2}} = x^3$$

$$\frac{x^2}{2} \log x = 3 \log x$$

$$\left(\frac{x^2}{2} - 3\right) \log x = 0$$

$$\frac{x^2}{2} - 3 = 0 \quad \text{หรือ} \quad \log x = 0$$

$$x^2 = 6 \quad \text{หรือ} \quad x = 1$$

$$x = \sqrt{6} \quad \text{หรือ} \quad x = 1$$

\therefore เซตคำตอบคือ $\{1, \sqrt{6}\}$ ซึ่งเป็นสับเซตของ $[0, 3]$

15. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$C_{ij}(A) = (-1)^{i+j} M_{ij}(A)$$

$$C_{12}(A) = (-1)^{1+2} M_{12}(A)$$

$$= -M_{12}(A)$$

$$A = \begin{bmatrix} a & -1 & 0 \\ b & 1 & 1 \\ c & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$M_{12}(A) = (-b) - (c)$$

$$= -b - c$$

$$\therefore C_{12}(A) = -(-b - c)$$

$$= b + c$$

$$\therefore b + c = 1$$

.....(1)

$$\begin{vmatrix} a & -1 & 0 & a & -1 \\ b & 1 & 1 & b & 1 \\ c & 1 & -1 & c & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= (-a-c)-(a+b) \\ &= -2a-(b+c) \\ &= -2a-1 \quad (\text{แทนค่า } b+c = 1) \\ -2a-1 &= -5 \\ -2a &= -4 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

16. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x^2 \\ 2 & 1 & 0 \\ x & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -x^2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ x & 3 & 5 & x & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= (5-6x^2)-(-x^3) \\ &= 5-6x^2+x^3 \end{aligned}$$

ให้ $\det(A) = 0$ เพื่อหาค่า x ที่ทำให้ A เป็นเมตริกซ์เอกฐาน

$$x^3 - 6x^2 + 5 = 0$$

$$(x-1)(x^2 - 5x - 5) = 0$$

$$x = 1 \text{ หรือ } x^2 - 5x - 5 = 0$$

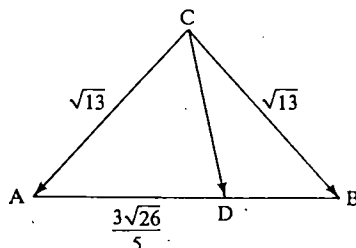
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+20}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore x = \left\{ 1, \frac{5+3\sqrt{5}}{2}, \frac{5-3\sqrt{5}}{2} \right\}$$

17. ตอบข้อ 3

วิธีทำ



$$\vec{CA} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{CB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0 \text{ แสดงว่า } \angle C = 90^\circ$$

$$|\vec{CA}| = \sqrt{13}, |\vec{CB}| = \sqrt{13}$$

ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว $\hat{A} = \hat{B} = 45^\circ$

$$AD = \sqrt{13+13} = \sqrt{26}$$

$$\therefore |\vec{AD}| : |\vec{DB}| = 3 : 2$$

$$\vec{AD} = \frac{3\sqrt{26}}{5}$$

$$(\vec{CD})^2 = (\sqrt{13})^2 + \left(\frac{3\sqrt{26}}{5}\right)^2 - 2\sqrt{13} \cdot \frac{3\sqrt{26}}{5} \cdot \cos 45^\circ$$

$$= 13 + \frac{234}{25} - \frac{78\sqrt{2}}{5} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

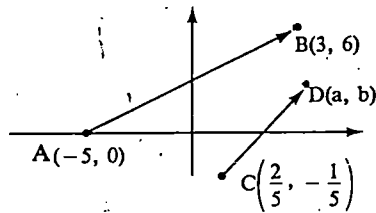
$$= \frac{169}{25}$$

$$\vec{CD} = \frac{13}{5}$$

$$|\vec{CD}| = \frac{13}{5}$$

18. ตอบข้อ 1

วิธีทำ



$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 3+5 \\ 6-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{64+36} = 10$$

\vec{CD} มีทิศทางเดียวกับ \vec{AB}

$$|\vec{CD}| = 2$$

$$\therefore \vec{CD} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{5} \\ \frac{6}{5} \end{bmatrix}$$

$$\vec{CD} = \begin{bmatrix} a - \frac{2}{5} \\ b + \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\therefore a - \frac{2}{5} = \frac{8}{5}; \quad a = 2$$

$$\text{และ } b + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}; \quad b = 1$$

$$\therefore a+b = 2+1 = 3$$

19. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ กราฟของ } z \text{ อยู่ใน } Q_1$$

$$r = |z| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1$$

$$\tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$z = 1(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$$

$$z^5 = \cos 300^\circ + i \sin 300^\circ$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$= \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{1}{1+z^5} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}}$$

$$= \frac{2}{3 - \sqrt{3}i} \cdot \frac{3 + \sqrt{3}i}{3 + \sqrt{3}i}$$

$$= \frac{2(3 + \sqrt{3}i)}{9 + 3}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{3}i}{6}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$$

ดังนั้น ส่วนจริงของ $\frac{1}{1+z^5}$ คือ $\frac{1}{2}$

20. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $1 + \frac{2^x}{1+2^x} + \frac{2^{2x}}{(1+2^x)^2} + \frac{2^{3x}}{(1+2^x)^3} + \dots = 9$

เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = 1$, $r = \frac{2^x}{1+2^x}$, $S_\infty = 9$

$$\therefore \frac{1}{1 - \frac{2^x}{1+2^x}} = 9$$

$$\frac{1+2^x}{1+2^x-2^x} = 9$$

$$1+2^x = 9$$

$$2^x = 8$$

$$x = 3$$

$\log_2 x - (\log_2 x)^2 + (\log_2 x)^3 - (\log_2 x)^4 + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = \log_2 x$, $r = -\log_2 x$

$$\therefore x = 3 \quad \therefore r = -\log_2 3$$

$$|r| > 1$$

\therefore อนุกรมนี้เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

21. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $n \geq 4$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{n^4+1}{1^3+2^3+3^3+\dots+n^3} \\ &= \frac{n^4+1}{\Sigma n^3} \\ &= (n^4+1) \left(\frac{4}{n^2(n+1)^2} \right) \\ &= \frac{4n^4+4}{n^4+2n^3+n^2} \\ &= \frac{n^4 \left(4 + 4 \cdot \frac{1}{n^4} \right)}{n^4 \left(1 + 2 \cdot \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} \\ &= \frac{4 + 4 \cdot \frac{1}{n^4}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4$$

22. ตอบข้อ 1

วิธีทำ $\because \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2}$$

เมื่อ $x \rightarrow 2^-$, $x-2$ จะมีค่าเป็นลบเสมอ

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = -1$$

23. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x^2-16)$

$$f(x) = x^{\frac{8}{3}} - 16x^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}} - \frac{32}{3}x^{-\frac{1}{3}}$$

$$\because f'(x) > 0$$

$$\frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}} - \frac{32}{3}x^{-\frac{1}{3}} > 0$$

$$x^{\frac{5}{3}} - 4x^{-\frac{1}{3}} > 0$$

$$x^{\frac{1}{3}}(x^2-4) > 0$$

$$x^{\frac{1}{3}}(x-2)(x+2) > 0$$

เมื่อ $x < -2$, $(x-2)(x+2) > 0$ แต่ $x^{\frac{1}{3}} < 0$

ทำให้ $x^{\frac{1}{3}}(x-2)(x+2) < 0$
 เมื่อ $x > 2$, $(x-2)(x+2) > 0$ และ $x^{\frac{1}{3}} > 0$
 ทำให้ $x^{\frac{1}{3}}(x-2)(x+2) > 0$
 $\therefore x = (2, \infty)$

24. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} = 3x - 2$

$\therefore f'(x) = 3x - 2$

$\int f'(x) dx = \frac{3x^2}{2} - 2x + c$

$\therefore f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + c$

$f(0) = 0 - 0 + c$

$-\frac{1}{2} = c$

$\therefore f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{2}$

จุดที่อยู่ในกราฟ เมื่อแทนค่าลงในสมการ สมการต้องเป็นจริง แทนค่า $(\frac{2+\sqrt{7}}{3}, 0)$ ลงในสมการ ทำให้สมการเป็นจริง

25. ตอบข้อ 2

วิธีทำ $y = f(x)$ มีกราฟเป็นเส้นตรง ตัดแกน X ที่จุด $(-1, 0)$ และผ่านจุด $(3, 6)$

\therefore เส้นตรงมีความชัน (m) = $\frac{0-6}{-1-3} = \frac{3}{2}$

\therefore สมการเส้นตรง $y - 0 = \frac{3}{2}(x + 1)$

$y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

$\therefore f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

$\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^3 \left(\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \right) dx$

$= \left[\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x \right]_{-1}^3$

$= \left[\frac{3}{4}(3^2) + \frac{3}{2}(3) \right] - \left[\frac{3}{4}(-1)^2 + \frac{3}{2}(-1) \right]$

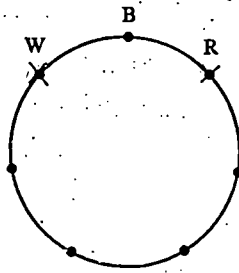
$= \frac{27}{4} + \frac{9}{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{2}$

$= \frac{27+18-3+6}{4}$

$= 12$

26. ตอบข้อ 2

วิธีทำ



วางสีน้ำเงิน (B) ก่อน แล้ววางสีขาว (W) กับสีแดง (R) ไขว้ข้าง ๆ ซึ่งจะวางได้ 2 วิธี เหลืออีก 4 ตำแหน่ง วาง 4 สีที่เหลือได้ต่าง ๆ กัน $4!$ วิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{จัดวางเรียงได้} &= 4! \times 2 \text{ วิธี} \\ &= 48 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

27. ตอบข้อ 3

วิธีทำ ลูกเต๋า 1 ลูก มีแต้มเป็น {1, 2, 3, 4, 5, 6}

แต้มคู่มีโอกาสเกิดได้ 3

แต้มคี่มีโอกาสเกิดได้ 3

ถ่วงน้ำหนักให้แต้มคู่แต่ละหน้ามีโอกาสเกิดได้เป็นสองเท่าของแต้มคี่

$$\therefore \text{แต้มคู่มีโอกาสเกิดได้ } 2 \times 3 = 6$$

$$\text{แต้มคี่มีโอกาสเกิดได้ } = 3$$

$$\therefore N(S) = 9$$

$$\text{เกิดแต้ม 1 หรือแต้มคู่ เกิดได้ } = 1 + 6 = 7$$

$$n(E) = 7$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{N(S)}$$

$$\therefore \text{ความน่าจะเป็นที่จะเกิดแต้ม 1 หรือแต้มคู่} = \frac{7}{9}$$

28. ตอบข้อ 4

วิธีทำ ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่สมศักดิ์สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ $P(E_1) = \frac{2}{3}$

E_2 แทนเหตุการณ์ที่สมศักดิ์สอบผ่านวิชาเคมี $P(E_2) = \frac{4}{9}$

$$P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{4}$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{31}{36}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่สมศักดิ์จะสอบไม่ผ่านทั้งสองวิชา} = 1 - \frac{31}{36}$$

$$= \frac{5}{36}$$

29. ตอบข้อ 4

วิธีทำ สัมประสิทธิ์ของความแปรผัน = $\frac{S.D.}{\bar{x}}$

คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนมากกว่าคะแนนวิชาสถิติอยู่ 1 คะแนน ดังนั้น ค่า \bar{x} ของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์จะมากกว่า \bar{x} ของคะแนนวิชาสถิติอยู่ 1 โดย S.D. จะเท่ากันทั้งสองวิชา

$$\bar{x} \text{ ของวิชาสถิติ} = \frac{8+5+4+2+1}{5} = 4$$

$$\bar{x} \text{ ของวิชาคณิตศาสตร์} = 4+1 = 5$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของความแปรผันของคะแนนวิชาสถิติ} = \frac{S}{4}$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของความแปรผันของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์} = \frac{S}{5}$$

อัตราส่วนของสัมประสิทธิ์ของความแปรผันระหว่างคะแนนวิชาสถิติและวิชาคณิตศาสตร์

$$= \frac{\frac{S}{4}}{\frac{S}{5}} = \frac{5}{4}$$

30. ตอบข้อ 2

วิธีทำ ชุดที่ 1 6, 6, 8, 9, 10, 12

ชุดที่ 2 52, 56, 60, 63, 64, 70

$$\text{สัมประสิทธิ์พิสัยชุดที่ 1} = \frac{12-6}{12+6} \times 100 = \frac{1}{3} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

$$\text{สัมประสิทธิ์พิสัยชุดที่ 2} = \frac{70-52}{70+52} \times 100 = \frac{18}{122} \times 100 = 14\frac{46}{61}\%$$

∴ ข้อมูลชุดที่ 1 มีการกระจายมากกว่าข้อมูลชุดที่ 2

ตอนที่ 2

31. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$P(S) =$ เพาเวอร์เซตของ S

$X = \{A \in P(S) \mid 1 \in A \text{ และ } 7 \notin A\}$

$Y = \{A \in X \mid \text{ผลบวกของสมาชิกใน } A \text{ ไม่เกิน } 6\}$

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6\} \text{ สร้างสับเซตได้จำนวน} = 2^5 - 1 = 31$$

∴ $P(B)$ มีจำนวนสมาชิก 31 ตัว

แต่ละสมาชิกของ $P(B)$ เพิ่ม 1 เข้าไป นับ {1} เป็นสมาชิกอีก 1 ตัว

$X = \{A \in P(S) \mid 1 \in A \text{ และ } 7 \notin A\}$ จะมีสมาชิกทั้งหมด $31 + 1 = 32$ ตัว

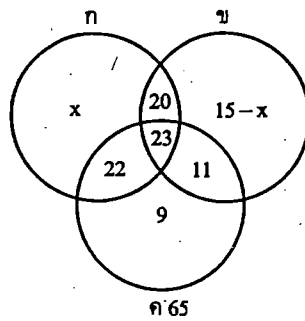
$\{A \in X \mid \text{ผลบวกของสมาชิกใน } A \text{ ไม่เกิน } 6\}$ ได้แก่ {1}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {1, 2, 3}

นับได้ 6 ตัว

∴ จำนวนสมาชิกของ X และ Y (ตามลำดับ) คือ 32 และ 6

32. ตอบข้อ 3

วิธีทำ



$$\text{คะแนนความนิยมเฉพาะนาย ก และนาย ข} = 100 - 65 - 20 = 15$$

$$\text{ให้ คะแนนความนิยมเฉพาะนาย ก} = x$$

$$\text{คะแนนความนิยมเฉพาะนาย ข} = 15 - x$$

คะแนนความนิยมนาย ก มากกว่าคะแนนความนิยมนาย ข อยู่ 6 คะแนน

$$\therefore (x + 22) - (11 + 15 - x) = 6$$

$$2x - 4 = 6$$

$$x = 5 \dots \text{คะแนนความนิยมเฉพาะนาย ก}$$

$$\therefore \text{คะแนนความนิยมนาย ก} = 70$$

$$\text{คะแนนความนิยมนาย ข} = 64$$

33. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $\sqrt{x^2 + 4x + 4} > 0$

จาก $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}} \geq 1$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4x + 4} \leq 1$$

$$x^2 + 4x + 4 \leq 1$$

$$x^2 + 4x + 3 \leq 0$$

$$(x + 3)(x + 1) \leq 0$$

$$x = [-3, -1]$$

$$\therefore A = [-3, -1]$$

$$B = \{n | n \text{ เป็นจำนวนเต็มลบ ซึ่ง } n \leq -2\}$$

$$A \cap B = [-3, -2]$$

ค่าขอบเขตบนน้อยสุดของ $A \cap B$ คือ -2

34. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $a^4 + 2a^3 - a^2 - 2a = a[a^3 + 2a^2 - a - 2]$

$$= a[a^2(a + 2) - (a + 2)]$$

$$= a(a + 2)[a^2 - 1]$$

$$= a(a + 2)(a - 1)(a + 1)$$

ก) $3|(a^4 + 2a^3 - a^2 - 2a)$ ทุกจำนวนเต็ม a

$3|a(a+2)(a-1)(a+1)$ ทุกจำนวนเต็ม a

ข้อความนี้ผิด

ข) $6x^3 + 17x^2 + 14x + 3 \geq 0$

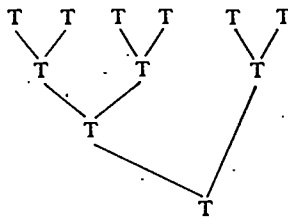
$(x+1)(3x+1)(2x+3) \geq 0$ เป็นจริงเมื่อ $x = -1$

ข้อความ ข) $\{x \in \Gamma | 6x^3 + 17x^2 + 14x + 3 \geq 0\}$ มีสมาชิกเพียงตัวเดียว ถูกต้อง

35. ตอบข้อ 2

วิธีทำ ก)

$$[(p \rightarrow q) \wedge (g \rightarrow r)] \leftrightarrow (p \rightarrow r)$$



ก) เป็นสัจนิรันดร์

ข) $\forall x [x \neq 0 \rightarrow -x < 0]$ เมื่อเอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริง

ถ้า $x = 0$ จะได้ว่า $-0 < 0$ เป็นเท็จ

ข) ไม่เป็นสัจนิรันดร์

36. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | x = y^2 + 1\}$

$r^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | y = x^2 + 1\}$

ให้ $r^{-1} = f(x) = x^2 + 1$

$s = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | x = |y|\}$

$s^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | y = |x|\}$

ให้ $s^{-1} = g(x) = |x|$

$r^{-1} = f(x) = x^2 + 1, D_r = \mathbb{R}, R_r \geq 1$

$s^{-1} = g(x) = |x|; D_g = \mathbb{R}, R_g \geq 0$

$\therefore r^{-1} \circ s^{-1}, s^{-1} \circ r^{-1}, r^{-1} \circ r^{-1}, s^{-1} \circ s^{-1}$ เกิดได้

$r^{-1} \circ s^{-1} = |x|^2 + 1 = x^2 + 1 = r^{-1}$ ข้อ 2 จริง

$s^{-1} \circ r^{-1} = |x^2 + 1| = x^2 + 1 = r^{-1}$ ข้อ 1 จริง

$r^{-1} \circ r^{-1} = (x^2 + 1)^2 + 1 \neq r^{-1}$ ข้อ 3 เท็จ

$s^{-1} \circ s^{-1} = ||x|| = 1 \times 1 = s^{-1}$ ข้อ 4 จริง

37. ตอบข้อ 4

วิธีทำ พิจารณา $g(|x| - x)$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $x \geq 0$; $g(|x| - x)$ คือ $g(0)$ ใช้ $g(x) = x^2$

ถ้า $x < 0$; $g(|x| - x)$ คือ $g(R^+)$ ใช้ $g(x) = x^2$

จาก $g(x) = x^2$

$$\begin{aligned}
 g(|x|-x) &= (|x|-x)^2 \\
 &= |x|^2 - 2x|x| + x^2 \\
 &= x^2 - 2x|x| + x^2 \\
 &= 2x^2 - 2x|x| \\
 &= 2x(x-|x|)
 \end{aligned}$$

38. ตอบข้อ 3

วิธีทำ $f(x) = \sqrt{\cos^2(x)} + \cos x$ เมื่อ $0 \leq x \leq 2\pi$
 $= |\cos x| + \cos x$

ถ้า $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, \pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

$f(x) = 0$

39. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $y^2 - 4y = -8x + 20$

$(y-2)^2 - 4 = -8x + 20$

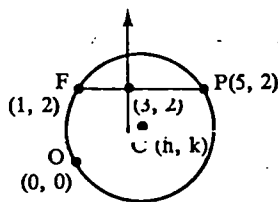
$(y-2)^2 = -8x + 24$

$= -8(x-3)$

$(y-2)^2 = 4(-2)(x-3)$

จุดยอดของพาราโบลาคือ (3, 2) โฟกัสคือ (1, 2) จุด P(5, 2)

ให้ C เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม อยู่ที่ (h, k)



$\therefore \overline{CP} = \overline{CO} = r$

$\sqrt{(h-5)^2 + (k-2)^2} = \sqrt{h^2 + k^2}$

$h^2 - 10h + 25 + k^2 - 4k + 4 = h^2 + k^2$

$10h + 4k = 29$

.....(1)

$\overline{CF} = \overline{CO} = r$

$\sqrt{(h-1)^2 + (k-2)^2} = \sqrt{h^2 + k^2}$

$h^2 - 2h + 1 + k^2 - 4k + 4 = h^2 + k^2$

$2h + 4k = 5$

.....(2)

(1)-(2);

$8h = 24$

$h = 3$

$k = -\frac{1}{4}$

$(\overline{CO})^2 = 3^2 + \frac{1}{16} = \frac{145}{16}$

40. โจทย์ข้อนี้อาจมีความบกพร่องบางประการ

41. ตอบข้อ 4

วิธีทำ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B เป็นเมตริกซ์ที่ทำให้ $AB = BA = I$

$$\therefore B^{-1} = A$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \det(B^{-1}) &= (-2-2)-(1+1) \\ &= -6 \end{aligned}$$

$$\therefore A(\text{adj } A) = (\det(A))I$$

$$\therefore B^{-1}(\text{adj } B^{-1}) = (\det(B^{-1}))I$$

$$\det(B^{-1}) \cdot \det(\text{adj } B^{-1}) = \det((\det(B^{-1}))I)$$

$$(-6) \cdot \det(\text{adj } B^{-1}) = \det(-6I)$$

$$= (-6)^3 \times (1)$$

$$\therefore \det(\text{adj } B^{-1}) = (-6)^2$$

$$= 36$$

42. ตอบข้อ 2

วิธีทำ $x+y \leq 2$; $(2, 0), (0, 2)$

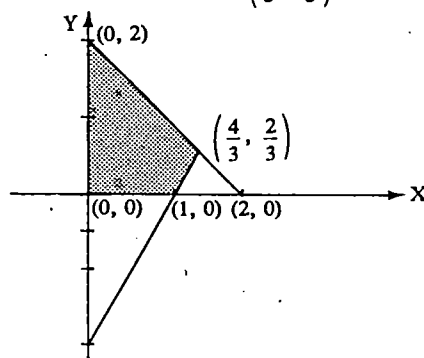
$$2x-y \leq 2; (1, 0), (0, -2)$$

หาจุดตัดของ $x+y = 2$

$$2x-y = 2$$

$$x = \frac{4}{3}, y = \frac{2}{3}$$

\therefore จุดตัดของ $x+y \leq 2$ และ $2x-y \leq 2$ คือ $(\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$



(x, y)	A = 6x + y
(1, 0)	6
$(\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$	$\frac{26}{3}$
(0, 2)	2

$$\therefore \text{ค่าสูงสุดของ } A = \frac{26}{3}$$

43. ตอบข้อ 4

วิธีทำ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5, |\vec{u}| = 2$

มุมระหว่าง \vec{u} และ \vec{v} เป็น 60° องศา

จาก $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos 60^\circ$

$$5 = 2 \cdot |\vec{v}| \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore |\vec{v}| = 5$$

$$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = (\vec{u} + \vec{v})^2$$

$$= (\vec{u})^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + (\vec{v})^2$$

$$= |\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$$

$$= 4 + 2(5) + 25$$

$$= 39$$

$$\therefore |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{39}$$

44. ตอบข้อ 2

วิธีทำ จาก $f(x)$ เมื่อหารด้วย $x-a$

$f(a)$ จะเป็นเศษ

$$f(x) = (x-1)^2 g(x)$$

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1)g(x)$$

$$f(2) = (4 - 4 + 1)g(2)$$

$$3 = g(2)$$

$$f'(x) = g(x) \frac{d}{dx}(x^2 - 2x + 1) + (x^2 - 2x + 1)g'(x)$$

$$f'(x) = g(x)(2x - 2) + (x^2 - 2x + 1)g'(x)$$

$$f'(2) = g(2)(4 - 2) + (4 - 4 + 1)g'(2)$$

$$4 = 3 \cdot (2) + g'(2)$$

$$g'(2) = 4 - 6$$

$$= -2$$

45. ตอบข้อ 1

วิธีทำ $z \neq 0, (5 - 12i)z^3(-3 + 4i) = 130\bar{z}$

$$|(5 - 12i)z^3(-3 + 4i)| = |130\bar{z}|$$

$$|5 - 12i| \cdot |z^3| \cdot |-3 + 4i| = |130| \cdot |z|$$

$$\begin{aligned}\sqrt{25+144} \cdot |z|^3 \cdot \sqrt{9+16} &= 130|z| \\ 13 \cdot |z|^3 \cdot 5 &= 130|z| \\ |z|^2 &= 2 \\ |z| &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

46. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n = 1, 2 \\ a_{n-2} + 2 & \text{เมื่อ } n = 3, 5, 7, \dots \\ 2a_{n-2} & \text{เมื่อ } n = 4, 6, 8, \dots \end{cases}$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a _n	1	1	a _{n-2} + 2	2a _{n-2}	a _{n-2} + 2	2a _{n-2}	a _{n-2} + 2	2a _{n-2}
	1	1	3	2	5	4	7	8

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{101} a_i &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + \dots + a_{100} + a_{101} \\ &= [a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{101}] + [a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100}] \\ &= [1 + 3 + 5 + \dots + 51 \text{ พจน์}] + [1 + 2 + 4 + \dots + 50 \text{ พจน์}] \\ &= [\text{อนุกรมเลขคณิต}] + [\text{อนุกรมเรขาคณิต}] \\ &= \left[\frac{51}{2}(2(1) + (51-1)(2)) \right] + \left[\frac{1(2^{50}-1)}{2-1} \right] \\ &= \left[\frac{51}{2}(102) \right] + [2^{50} - 1] \\ &= 51^2 + 2^{50} - 1\end{aligned}$$

47. ตอบข้อ 4

วิธีทำ

$$f_n(x) = nx^2 - n^2x$$

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^n f_n(x) &= x^2 \sum_{n=1}^n n - x \sum_{n=1}^n n^2 \\ &= x^2 \cdot \frac{n}{2}(n+1) - x \cdot \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)\end{aligned}$$

$$\sum_{n=1}^{10} f_n(x) = x^2 \cdot \frac{10}{2} \cdot 11 - x \cdot \frac{10}{6} \cdot 11 \cdot 21$$

$$\therefore g(x) = 55x^2 - 385x$$

$$g'(x) = 110x - 385$$

ต้องการค่าต่ำสุดของ g

$$\therefore 110x - 385 = 0$$

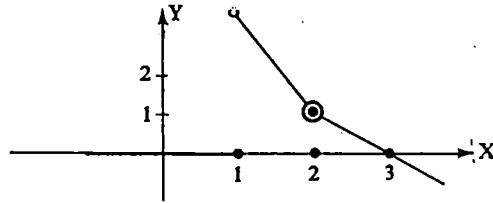
$$x = \frac{385}{110}$$

$$x = 3.5$$

48. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } x \leq 1 \\ \frac{1}{x-1} & \text{เมื่อ } 1 < x \leq 2 \\ 3-x & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$



จากกราฟ h ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$ และไม่ต่อเนื่องที่ $x = 2$

49. ตอบข้อ 2

วิธีทำ

$$f(x) = \frac{2x-a}{x+b} \text{ โดย } a, b \neq 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{(x+b)^2} \left[(x+b) \frac{d}{dx}(2x-a) - (2x-a) \frac{d}{dx}(x+b) \right]$$

$$= \frac{1}{(x+b)^2} [(x+b)(2) - (2x-a)(1)]$$

$$f'(x) = \frac{2b+a}{(x+b)^2}$$

$$f'(0) = \frac{2b+a}{b^2}$$

$$\therefore \frac{2b+a}{b^2} = 4$$

$$2b+a = 4b^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$f'(x) = (2b+a)(x+b)^{-2}$$

$$f''(x) = -2(2b+a)(x+b)^{-3} \frac{d}{dx}(x+b)$$

$$f''(x) = -2(2b+a)(x+b)^{-3}(1)$$

$$f''(0) = -2(2b+a)b^{-3}$$

$$-2(2b+a)b^{-3} = -8$$

$$2b+a = 4b^3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) = (2); \quad 4b^2 = 4b^3$$

$$4b^3 - 4b^2 = 0$$

$$4b^2(b-1) = 0$$

$$b = 1$$

$$(2); \quad a = 2$$

$$\therefore f(x) = \frac{2x-2}{x+1}$$

$$f(0) = \frac{2(0)-2}{0+1}$$

$$\therefore f(0) = -2$$

50. ตอบข้อ 3

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \int_0^a \left(\frac{x}{a}\right)^a dx &= \int_0^a (a^{-1}x)^a dx \\ &= \int_0^a (a^{-a}x^a) dx \\ &= a^{-a} \cdot \frac{x^{a+1}}{a+1} \Big|_0^a \\ &= a^{-a} \cdot \frac{a^{a+1}}{a+1} \\ &= \frac{a}{a+1} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{a+1} = \frac{95}{100}$$

$$100a = 95a + 95$$

$$5a = 95$$

$$a = 19$$

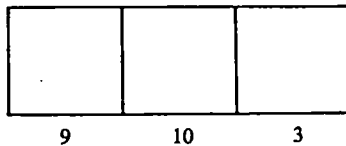
51. ตอบข้อ 3

วิธีทำ จำนวนที่ 3 หลัก ระหว่าง 100 และ 999

กรณีที่ 1 หลักหน่วยเป็นจำนวนเฉพาะ ได้แก่ 3, 5, 7 เกิดได้ 3 วิธี

หลักสิบเกิดได้ 10 วิธี

หลักร้อยเกิดได้ 9 วิธี

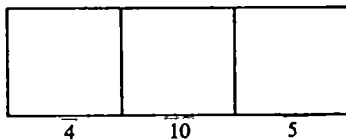


$$\therefore \text{เกิดได้} = 9 \times 10 \times 3 = 270 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 หลักร้อยเป็นจำนวนเฉพาะ ได้แก่ 2, 3, 5, 7 เกิดได้ 4 วิธี

หลักหน่วยเป็นเลขคี่ ได้แก่ 1, 3, 5, 7, 9 เกิดได้ 5 วิธี

หลักสิบเกิดได้ 10 วิธี



$$\therefore \text{เกิดได้} = 4 \times 10 \times 5 = 200 \text{ วิธี}$$

$$\text{จำนวนทั้งหมด} = 270 + 200$$

$$= 470 \text{ จำนวน}$$

52. ตอบข้อ 3

วิธีทำ บัตรหมายเลข 00 ถึง 99 มีอยู่ 100 ใบ

สุ่มหยิบบัตร 1 ใบ

$$\therefore N(S) = 100$$

บัตรของสมชายมีโอกาสถูกรางวัลที่ 1 ได้ 1 วิธี

บัตรที่ถูกรางวัลที่ 1 ตัดหลักหน่วยไป 1 ตัวเลข ตัดหลักสิบไป 1 ตัวเลข

\therefore บัตรของสมชายจะถูกหลักหน่วยมี 9 วิธี และถูกหลักสิบมี 9 วิธี รวม 18 วิธี

$$\text{จำนวนวิธีที่สมชายจะได้รางวัล} = 18 + 1 = 19$$

$$\therefore \text{ความน่าจะเป็น} = \frac{19}{100}$$

53. ตอบข้อ 3

วิธีทำ

$$\text{กัลยา } z = \frac{97-62}{7} \quad \text{กลางภาค}$$

$$= 5 \quad \text{กลางภาค}$$

$$z = \frac{40-55}{5} \quad \text{ปลายภาค}$$

$$= -3 \quad \text{ปลายภาค}$$

$$\text{ปัญญา } z = \frac{76-62}{7} \quad \text{กลางภาค}$$

$$= 2 \quad \text{กลางภาค}$$

$$z = \frac{50-55}{5} \quad \text{ปลายภาค}$$

$$= -1 \quad \text{ปลายภาค}$$

คิดคะแนนกลางภาค 40% ปลายภาค 60% = 2 : 3

$$z \text{ เฉลี่ยของกัลยา} = \frac{2(5)+3(-3)}{2+3}$$

$$= 0.2$$

$$z \text{ เฉลี่ยของปัญญา} = \frac{2(2)+3(-1)}{2+3}$$

$$= 0.2$$

คะแนนมาตรฐานเฉลี่ยของทั้งสองคนเท่ากัน

54. ตอบข้อ 1

วิธีทำ

$$\frac{Q_3 - Q_1}{2} = 2$$

$$\therefore Q_3 - Q_1 = 4$$

.....(1)

$$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{2}{3}$$

$$Q_3 + Q_1 = \frac{4 \times 3}{2}$$

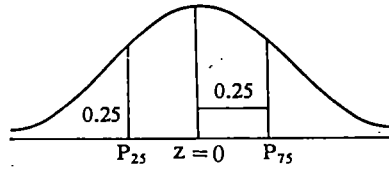
$$\therefore Q_3 + Q_1 = 6 \quad \dots\dots\dots(2)$$

(1)+(2);

$$2Q_3 = 10$$

$$Q_3 = 5 = P_{75}$$

$$Q_1 = 1 = P_{25}$$



เมื่อ $z = 0.67$ ได้ A ทางขวามือ 0.25

$\therefore P_{75}$ ได้ค่า $z = 0.67, x = 5$

P_{25} ได้ค่า $z = -0.67, x = 1$

จาก $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$

$$-0.67 = \frac{1 - \bar{x}}{s}$$

$$-0.67s = 1 - \bar{x}$$

$$0.67 = \frac{5 - \bar{x}}{s}$$

$$0.67s = 5 - \bar{x}$$

$$\therefore 0 = 6 - 2\bar{x}$$

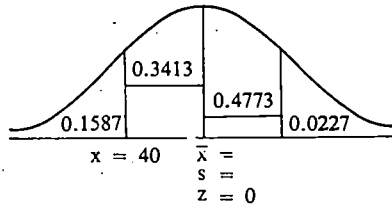
$$\bar{x} = 3$$

$$s = \frac{5 - 3}{0.67} = \frac{2}{0.67}$$

$$s = 8.94 \text{ (โดยประมาณ)}$$

55. ตอบข้อ 2

วิธีทำ



เมื่อ $x = 40$ จะได้ $z = -1$ และเมื่อ $x = 70$ จะได้ $z = 2$

จาก $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$

$$-1 = \frac{40 - \bar{x}}{s}$$

$$-s = 40 - \bar{x}$$

$$2 = \frac{70 - \bar{x}}{s}$$

$$2s = 70 - \bar{x}$$

$$3s = 30$$

$$s = 10$$

$$\bar{x} = 50$$

$$\begin{aligned} \text{สัมประสิทธิ์การกระจายของการแปรผัน} &= \frac{s}{\bar{x}} \\ &= \frac{10}{50} \times 100 \\ &= 20\% \end{aligned}$$

$$\text{ถ้า } x = 30, z = \frac{30-50}{10} = -2$$

เมื่อ $z = -2$ จะได้ A จาก $z_0 \rightarrow z = -2$ เท่ากับ 0.4773

$$\begin{aligned} \text{นักเรียนได้ } x > 30 \text{ จะได้ } A &= 0.4773 + 0.5 = 0.9773 \\ &= 97.73\% \end{aligned}$$

\therefore ข้อ ก) ถูก แต่ข้อ ข) ผิด

56. ตอบข้อ 3

$$\text{วิธีทำ สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} = \frac{\text{S.D.}}{\bar{x}}$$

$$\therefore \text{S.D.} = 3$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{\bar{x}}$$

$$\bar{x} = 12$$

\therefore คะแนนสอบมีการแจกแจงปกติ

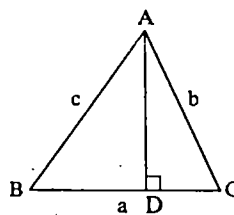
$$\bar{x} = \text{Med} = \text{Mo}$$

$$\therefore \text{Med} = 12$$

ตอนที่ 3

1. ตอบ 0003.00

วิธีทำ



จากรูป $\triangle ABC$, $a = 3$, $b = 2.5$, $c = 1$

ลาก AD ให้ตั้งฉากกับ BC ที่ D

$$\triangle ABD, \quad \frac{BD}{c} = \cos B$$

$$\therefore BD = c \cos B \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\triangle ACD, \quad \frac{CD}{b} = \cos C$$

$$\therefore CD = b \cos C \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(1)+(2); \quad BD+CD = c \cos B + b \cos C$$

$$BC = c \cos B + b \cos C$$

$$a = c \cos B + b \cos C$$

$$3 = c \cos B + b \cos C$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ตอบ 0004.25

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 3x^2+2x-3x^2+1-9^{x+1}+27 &= 0 \\
 3x^2+2x-3\cdot 3x^2-3^{2x+2}+27 &= 0 \\
 3x^2\cdot 3^{2x}-3\cdot 3x^2-3^{2x}\cdot 3^2+27 &= 0 \\
 (3x^2\cdot 3^{2x}-3\cdot 3x^2)-(9\cdot 3^{2x}-27) &= 0 \\
 3x^2(3^{2x}-3)-9(3^{2x}-3) &= 0 \\
 (3^{2x}-3)(3x^2-9) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3^{2x}-3 &= 0 \\
 3^{2x} &= 3 \\
 2x &= 1 \\
 \therefore x &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

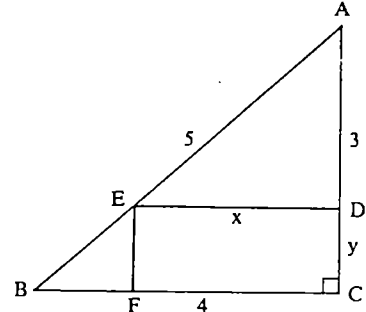
$$\begin{aligned}
 3x^2-9 &= 0 \\
 3x^2 &= 9 \\
 3x^2 &= 3^2 \\
 x^2 &= 2 \\
 x &= \pm\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$A = \left\{ \frac{1}{2}, \sqrt{2}, -\sqrt{2} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ผลบวกของกำลังสองของสมาชิกทั้งหมดของ } A &= \frac{1}{4} + 2 + 2 \\
 &= 4.25
 \end{aligned}$$

3. ตอบ 0003.00

วิธีทำ ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก CDEF เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่มากที่สุด โดย DE = x, CD = y



$$\triangle ADE \cong \triangle ACB$$

$$\therefore \frac{x}{4} = \frac{3-y}{3}$$

$$3-y = \frac{3x}{4}$$

$$y = 3 - \frac{3x}{4}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม CDEF} = xy$$

$$A = x\left(3 - \frac{3x}{4}\right)$$

$$A = 3x - \frac{3x^2}{4}$$

$$A' = 3 - \frac{3x}{2}$$

$$\text{ให้ } 3 - \frac{3x}{2} = 0$$

$$6 - 3x = 0$$

$$\therefore x = 2$$

$$y = 3 - \frac{3(2)}{4}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม CDEF} &= 2 \times \frac{3}{2} \\ &= 3 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

4. ตอบ 0002.25

วิธีทำ $\int (f \circ g)(x) dx = x^2 + 5x + c$

$$\therefore (f \circ g)(x) = 2x + 5 \quad \dots\dots\dots(1)$$

จาก $f(x) = 4x - 3$

$$f(g(x)) = 4g(x) - 3$$

$$\therefore (f \circ g)(x) = 4g(x) - 3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

(1)=(2); $4g(x) - 3 = 2x + 5$

$$g(x) = \frac{2x + 8}{4}$$

$$\therefore g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\begin{aligned} \int_1^0 g(x) dx &= \int_0^1 \left(\frac{1}{2}x + 2 \right) dx \\ &= \left. \frac{1}{4}x^2 + 2x \right|_0^1 \\ &= \left[\frac{1}{4}(1^2) + 2(1) \right] - \left[\frac{1}{4}(0) + 2(0) \right] \\ &= \frac{9}{4} \\ &= 2.25 \end{aligned}$$

5. ตอบ 0000.54

วิธีทำ สลาก 6 ใบ หมายเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6

สุ่มหยิบสลาก 2 ครั้ง ครั้งละใบ

ครั้งแรกได้เลขคู่ ใส่สลากกลับคืนก่อนหยิบครั้งที่ 2 ถ้าได้เลขคู่หยิบครั้งที่ 2 ต่อไป

ครั้งแรกหยิบได้เลขคู่ เกิดได้ 3 วิธี

ครั้งที่ 2 หยิบได้ 6 วิธี

$$\therefore \text{เกิดได้} = 3 \times 6 = 18 \text{ วิธี}$$

ครั้งแรกหยิบได้เลขคี่เกิดได้ 3 วิธี

ครั้งที่ 2 หยิบได้ 5 วิธี

$$\therefore \text{เกิดได้} = 3 \times 5 = 15 \text{ วิธี}$$

$$\therefore N(S) = 18 + 15 = 33$$

ต้องการความน่าจะเป็นที่หยิบได้ครั้งที่ 2 เป็นเลขคู่

กรณีที่ 1 ครั้งแรกหยิบได้เลขคู่ ครั้งที่ 2 ได้เลขคู่ เกิดได้ 3×3 วิธี

กรณีที่ 2 ครั้งแรกหยิบได้เลขคี่ ครั้งที่ 2 ได้เลขคู่ เกิดได้ 3×3 วิธี

$$\therefore n(E) = 9 + 9 = 18$$

$$\begin{aligned} P(E) &= \frac{n(E)}{N(S)} \\ &= \frac{18}{33} \\ &= 0.54 \end{aligned}$$

6. ตอบ 0100.00

วิธีทำ

พ.ศ.	x
2531	-3
2532	-2
*2533	-1
2534	0
2535	1
2536	2
*2537	3

สมการความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y

$$y = 0.25x^2 - 0.5x + 1.25$$

$$\begin{aligned} x = -1; \quad y &= 0.25(-1)^2 - 0.5(-1) + 1.25 \\ &= 0.25 + 0.5 + 1.25 \\ y &= 2.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 3; \quad y &= 0.25(3^2) - 0.5(3) + 1.25 \\ &= 2.25 - 1.5 + 1.25 \\ y &= 2.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดัชนีราคาของป๊อในปี พ.ศ. 2537 เมื่อใช้ปี พ.ศ. 2533 เป็นปีฐาน} &= \frac{2}{2} \times 100 \\ &= 100 \end{aligned}$$

บรรณานุกรม

1. Eddy & Haasch, **Web Programming with Visual Basic**. Sam net, USA, 1996.
2. Tom Sovala, **Special Edition using HTML**. special edition, Que Corperation, USA, 1995.
3. John December & Mark Tinsburg, **HTML & CGI Unleashed**.
4. Martin Gruber. **Understanding SQL**. Syber/Tach Asian Edition, Tech Publication, Singapore, 1990.
5. พรทิพย์ โล่ห์লেখา, **การใช้ Internet ระบบ UNIX & Windows**. อุษาการพิมพ์, 2539
6. John Clark Craig , **The Microsoft Visual Basic for Windows Workshop**. บริษัท ซีเอ็ด ยูเคชั่น จำกัด(มหาชน), 2534.
7. **เฉลยข้อสอบ Entrance วิชาคณิตศาสตร์ กข**, สถาบันกวดวิชา PEP, 2539